



ФИЗИКА

УДК 539.12.01

ПРИБЛИЖЕНИЕ НИЗКОЙ ПЛОТНОСТИ В ТЕОРИИ ВАКУУМНОГО РОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМЫ В СИЛЬНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПОЛЯХ

В. В. Дмитриев, А. В. Маханьков, А. Д. Панферов,
С. А. Смолянский, Р. М. Яхиббаев

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: dmitrievv@gmail.com

Кинетическое описание вакуумного рождения электрон-позитронной плазмы под действием сильных электрических полей рассматривается в простейших приближениях. Результаты сравниваются с численными решениями релятивистского кинетического уравнения. Выявлены области эффективности предложенных методов и проанализированы особенности полученных аналитических решений.

Ключевые слова: динамический эффект Швингера, электрон-позитронные пары, релятивистское кинетическое уравнение, приближение низкой плотности.

Low-density Approximation in the Theory of Creation the Electron-positron Plasma from Vacuum in Strong Laser Fields

V. V. Dmitriev, A. V. Makhankov, A. D. Panferov,
S. A. Smolyansky, R. M. Yahibbaev

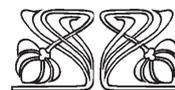
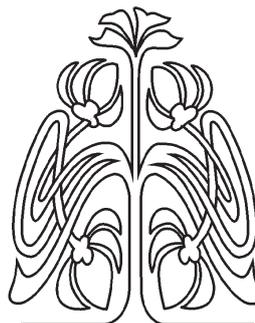
Kinetic description of the vacuum creation of the electron-positron plasma under action of the strong electromagnetic fields is considered in two simplest approximations. The results are compared with the numerical solution of the relevant kinetic equation. It allows to select the regions of effectiveness of the introduced methods and to analyse some features of the obtained analytical solutions.

Key words: dynamic Schwinger effect, electron-positron pairs, relativistic kinetic equation, low-density approximation.

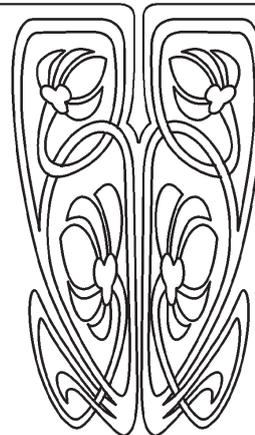
DOI: 10.18500/1817-3020-2016-16-1-5-9

Введение

Динамический эффект Швингера является объектом пристального внимания в связи со стремительным развитием лазерных технологий и приближением их возможностей к критической интенсивности $I_c \cong 2.3 \cdot 10^{29}$ Вт/см², когда наблюдение эффекта становится потенциально возможным (напр., [1]). Для оценки интенсивности вакуумного рождения электрон-позитронной плазмы (ЭПП) применяются различные подходы. Традиционным является использование приближений типа ВКБ [2–4], перенесенных в область динамических («лазерных») полей после первоначального успеха в предсказании статического эффекта Зутера–Гейзенберга–Эйлера–Швингера. Однако обоснованность экстраполяции ВКБ



НАУЧНЫЙ
ОТДЕЛ





методов на случай быстропеременных полей неоднократно подвергалась сомнению [5].

С другой стороны, было получено на строгой непertурбативной основе кинетическое уравнение (КУ), описывающее вакуумное рождение ЭПП под действием электрического поля линейной поляризации с произвольной зависимостью от времени [6]. Это КУ и различные его модификации широко используются в настоящее время не только в КЭД сильных полей, но и в теории генерации кварк-глюонной плазмы при соударении тяжелых ионов и в космологии (см. обзор [7]). Однако даже в простейшей реализации, соответствующей линейной поляризации внешнего поля, КУ может представлять значительные трудности для численного анализа. Это обусловлено наличием в КУ двух масштабов, обычно несоизмеримых: характерной длины волны внешнего поля λ (ей соответствует период колебаний T) и комптоновской длины волны λ_c , характерной для вакуумных осцилляций. Эти трудности стимулировали поиск приближенных методов решения КУ [8, 9], которые приводят к квадратурным формулам. Простейшим является приближение низкой плотности (ПНП) [8].

В настоящей работе будет проведено сравнение результатов, полученных в двух различных вариантах приближенных методов [2–4], с результатами вычислений на основе КУ, которые можно рассматривать как эталонные.

Приближение низкой плотности

В случае линейной поляризации внешнего поля функция распределения порожденных из вакуума пар в ПНП $f \ll 1$ может быть записана в виде [8]

$$f(\vec{p}, t) = |\mathcal{J}(\vec{p}, t)|^2, \quad (1)$$

$$\mathcal{J}(\vec{p}, t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t dt' \lambda(\vec{p}, t') \exp[i\theta(\vec{p}, t')], \quad (2)$$

где амплитуда вакуумного перехода

$$\lambda(\vec{p}, t) = \frac{eE(t)\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon^2(\vec{p}, t)}, \quad (3)$$

а высокочастотная фаза вакуумных осцилляций в присутствии поля определяется соотношением

$$\theta(\vec{p}, t) = 2 \int_{t_0}^t dt' \varepsilon(\vec{p}, t'), \quad (4)$$

где $\varepsilon(\vec{p}, t) = \sqrt{\varepsilon_{\perp}^2 + P^2}$ – квазиэнергия во

внешнем поле с векторным потенциалом $A^n(t) = (0, 0, 0, A^3(t)) = A(t)$ в гамильтоновой калибровке, $\varepsilon_{\perp} = \sqrt{m^2 + p_{\perp}^2}$ – поперечная энергия, p_{\perp} – перпендикулярная направлению поля составляющая вектора импульса, $P = p^3 - eA(t)$ – продольный квазиимпульс.

Исследуем реакцию физического вакуума на внешнее периодическое поле, включаемое и выключаемое неадиабатически,

$$A(t) = \frac{E_0}{\omega} \cos \xi(t), \quad E(t) = E_0 \sin \xi(t), \quad (5)$$

где $\xi(t) = \omega t + \varphi$, φ – начальная фаза. Выбор такой модели поля обусловлен выбором ее в работах [2–4], основанных на ВКБ аппроксимации ($\varphi = 0$ в [2] и $\varphi = \pi/4$ в [3, 4]). В последующем было показано [10], что структура функции распределения сильно зависит от выбора фазы φ .

Если поле неадиабатически включается при $t = 0$, то по прошествии целого числа полупериодов оно также неадиабатически выключается в дискретном наборе моментов времени $t_n = nT/2$. Этому соответствует дискретный набор *out*-состояний, функции распределения в которых равны $f_n(\vec{p}, t) = f(\vec{p}, t_n)$. Им соответствуют плотности ЭПП

$$n_n = 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_n(\vec{p}). \quad (6)$$

В условиях применимости ПНП можно говорить о скорости рождения пар [2, 3]:

$$w = n_n / (nT/2). \quad (7)$$

Удобной характеристикой наличия условий для вакуумного рождения частиц в периодическом поле является параметр адиабатичности Келдыша

$$\gamma = E_c \omega / E_0 m, \quad (8)$$

где $E_c = m^2/e$ – критическая напряженность электрического поля. Область $\gamma \ll 1$ соответствует туннельному механизму рождения частиц (достаточно низкие частоты и большие напряженности внешнего поля), при $\gamma \gg 1$ доминирует механизм многофотонного рождения.

Проанализируем зависимость скорости рождения ЭПП (7) как функции параметра адиабатичности γ в области действия аккумуляционного эффекта.



Запишем интеграл (2) для периодического поля (5) в безразмерных переменных для ЭПП:

$$J(\bar{p}, t) = \frac{\tilde{\varepsilon}_\perp}{2\gamma} \int_\varphi^{\xi(t)} \frac{dx}{\tilde{\varepsilon}^2(\bar{p}, x)} \sin x * \exp[i\theta(\bar{p}, x)]. \quad (9)$$

Здесь $\tilde{\varepsilon}_\perp = \varepsilon_\perp/m$, а высокочастотная фаза

$$\theta(\bar{p}, x) = \frac{2E_c}{\gamma E_0} \int_\varphi^x dx' \tilde{\varepsilon}(\bar{p}, x'), \quad (10)$$

$$\tilde{\varepsilon}(\bar{p}, x) = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_\perp^2 + (\tilde{p}^3 - \frac{1}{\gamma} \cos x)^2}, \quad (11)$$

где $\tilde{p}^3 = p^3/m$.

В интеграле (9) присутствуют два вида эффектов памяти: это влияние внешнего поля на частоту быстрых вакуумных осцилляций в интеграле (10) и влияние этого эффекта на медленную эволюцию амплитуды вакуумных переходов (3), которое проявляется в интеграле (9). Такой двухступенчатый эффект приводит к значительным трудностям даже при анализе квадратурных формул типа (9), особенно в окрестности $\gamma = 0$.

Анализ

Рассмотрим приближенные методы оценки интеграла (9).

Лидирующее приближение [9] применимо для достаточно слабых полей, когда допустима замена $\varepsilon(\bar{p}, t) \rightarrow \varepsilon_0(p) = \sqrt{m^2 + p^2}$. В отличие от [9], используем это приближение здесь для случая неадиабатического выключения поля (5) в момент $t = t_n$. Интеграл (9) тогда можно вычислить, что приводит к функции распределения

$$f(\bar{p}, t_n) = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma \tilde{\varepsilon}_\perp}{\tilde{\varepsilon}_0^2} \right)^2 \left(\frac{E_0}{E_c} \right)^4 \frac{1 - (-1)^n \cos(2\pi n \tilde{\varepsilon}_0 E_c / \gamma E_0)}{(2\tilde{\varepsilon}_0)^2 - (\gamma E_0 / E_c)^2}. \quad (12)$$

Отсюда видно, что $f \sim \gamma^2$ в области $\gamma \ll 1$ и $\sim E_0^4$. Резонансный знаменатель указывает на доминирование однофотонного процесса ЭПП возбуждения (полос при $\omega = 2\varepsilon_0$). Зависимость f от числа n полупериодов поля (аккумуляционный эффект) является существенно нелинейной. Замена $n \rightarrow n + 1$ приводит к скачкообразному изменению функции распределения n – порядка *out*-состояния.

Метод усреднения амплитуды вакуумного перехода (3) основан на фиксации факта, согласно которому предэкспоненциальный множитель

в интеграле (2) является медленной функцией, а фаза (4) в том же интеграле – быстрой функцией. Если соответствующие масштабы изменения во времени этих функций сильно отличаются, то амплитуда $\lambda(\bar{p}, t)$ в (3) может быть заменена ее средним значением, т.е.

$$\lambda(\bar{p}, t) \rightarrow \lambda_{av}(\bar{p}) = \frac{2}{nT} \int_0^{nT/2} dt' \lambda(t). \quad (13)$$

В представлении (9) получим (при оценке фазы (4) используется лидирующее приближение)

$$f(\bar{p}, t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\gamma E_0}{2\pi n \varepsilon_0 E_c} J(z_1, z_2) \right\}^2 [1 - \cos(\varepsilon_0 nT)], \quad (14)$$

где

$$z_1 = \tilde{p}^3 - 1/\gamma, \quad z_2 = \tilde{p}^3 - (-1)^n/\gamma,$$

$$J(z_1, z_2) = 1/\tilde{\varepsilon}_\perp \{ \arctan(z_2/\tilde{\varepsilon}_\perp) - \arctan(z_1/\tilde{\varepsilon}_\perp) \}. \quad (15)$$

Одной из новых особенностей распределения (14) является отсутствие эффекта для $n = 2N$, т.е. для целого числа периодов N (это следует из (15)).

Общей особенностью распределений (12) и (14) является присутствие высокочастотных факторов, которые соответствуют транзитивным процессам при переходе ЭПП из квазичастичной стадии эволюции в *out*-состояние [11]. Это подтверждает высказанную в [11] мысль о том, что состояния ЭПП в момент $t = t_n$ не соответствуют обычному пониманию *out*-состояния, когда обращаются в ноль не только напряженности электрического поля, но и его производные.

Другой общей особенностью распределений (12) и (14) является отсутствие p_3 вырождения в асимптотике $\gamma \rightarrow 0$, соответствующей переходу к постоянному полю. Для швингеровского решения такое вырождение характерно [12].

Несмотря на то, что (12) и (14) являются достаточно грубым приближением к реальности, в окрестностях комптоновской длины волны $\lambda \approx \lambda_c$ они предоставляют весьма точную картину спектра рождающихся частиц. На рис. 1 приведена зависимость функций распределения (12), (14) от величины продольной компоненты импульса $p_3 = p_\parallel$. На рис. 1 и рис. 2 введены обозначения LA и AA для лидирующего приближения и приближения, основанного на методе усреднения, соответственно.

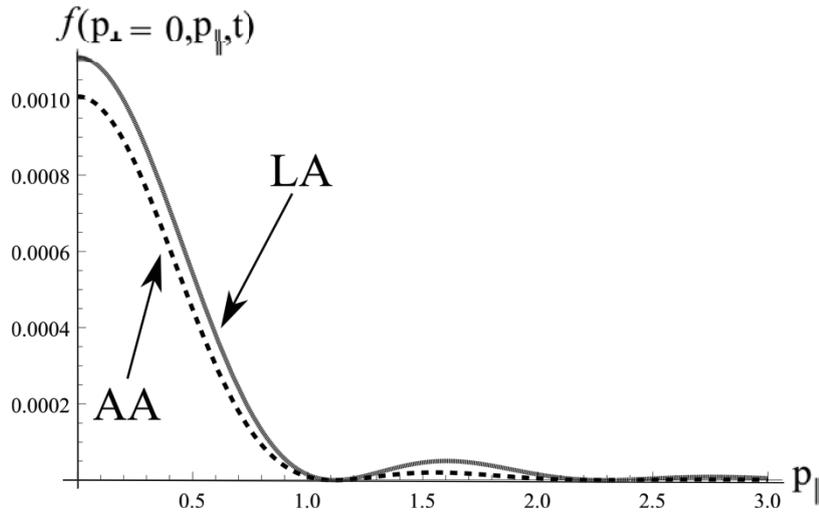


Рис. 1. Зависимость функции распределения от компоненты импульса, параллельной действующему полю. Приведены результаты для лидирующего приближения и для метода усреднения при амплитуде поля $E_0 = 0.1 E_c$ после действия одного полупериода синусоиды (5) с комptonовской длиной волны λ_c

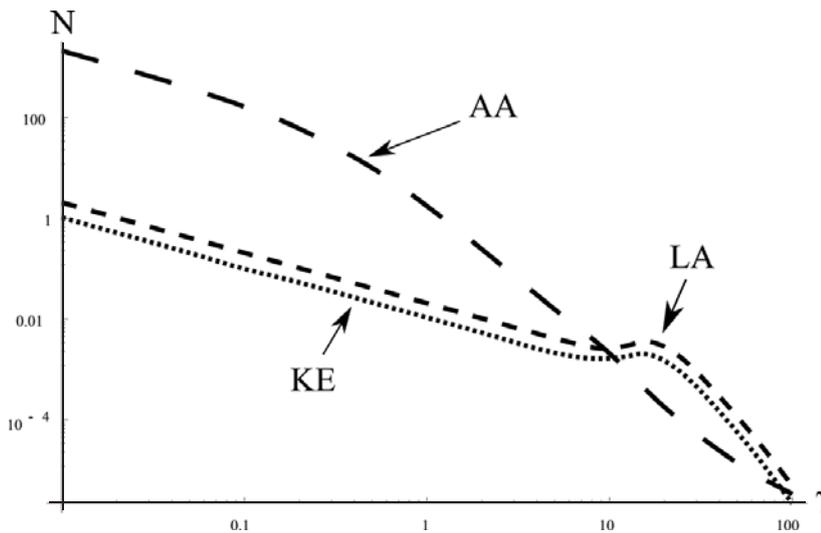


Рис. 2. Количество пар, рождающихся в объёме фокального пятна за время действия одного импульса с эффективной длительностью в один период действующего поля, при амплитуде $E_0 = 0.1 E_c$ в диапазоне значений параметра $0.01 < \gamma < 100$

На рис. 2 представлены полученные оценки количества e^-e^+ пар, генерируемых одиночным импульсом длительностью в период поля в объёме фокального пятна с диаметром порядка длины волны действующего поля. Результаты приведены для фиксированной амплитуды поля в большом диапазоне значений параметра γ . Собственно, в возможности быстро получать такие результаты для любых встречающихся в экспериментальной практике сочетаний параметров полей и заключается большое пре-

имущество сделанных аналитических оценок. Из приведенных оценочных кривых следует, что вне непосредственной окрестности комptonовской длины волны λ_c они существенно расходятся. В области длинных волн (малых значений γ) результаты метода, основанного на усреднении, больше чем у лидирующего приближения. В области коротких длин волн ($\gamma > 10$, что при выбранной амплитуде поля $E_0 = 0.1 E_c$ соответствует длинам волн, меньшим чем λ_c) ситуация обратная. Из этого следует,



что сами по себе приближенные результаты (12) и (14) можно рассматривать только как качественные оценки, количественные значения которых требуют дополнительной независимой проверки.

Для такой верификации полученных результатов на рис. 2 представлены также результаты прямого решения КУ [11]. Очевидно очень хорошее совпадение результатов лидирующего приближения с реперными значениями кинетического метода. Воспроизводятся как количественные значения, так и характер зависимости количества рождающихся пар от адиабатического параметра γ . Результаты метода усреднения сильно завышены в области $\gamma < 1$ (больших длин волн). Характер зависимости числа пар от γ не коррелирует с альтернативными оценками.

Выводы

В работе впервые аналитическими средствами для неадиабатического поля (5) в приближении низкой плотности были получены оценки функции распределения и скорости производства ЭПП в дискретном наборе *out*-состояний. Были обнаружены некоторые общие свойства таких распределений: существование нелинейного аккумуляционного эффекта, отсутствие p_3 вырождения в пределе $\gamma \rightarrow 0$, появление высокочастотных гармоник переходного состояния, определяющих *out*-состояния и т.д. Эти результаты стимулируют поиск более эффективных методов оценки решений КУ в проблеме описания вакуумного рождения ЭПП в сильных лазерных полях.

Список литературы

1. *Gregori G., Blaschke D.B., Rajeev P. P., Chen H., Clarke R. J., Huffman T., Murphy C. D., Prozorkevich A. V., Roberts C. D., Ropke G., Schmidt S. M., Smolyansky S. A., Wilks S., Bingham M.* A proposal for testing subcritical vacuum pair production with high power lasers // High Energy Dens. Phys. 2010. Vol. 6. P. 166.
2. *Brezin E., Itzykson C.* Pair production in vacuum by an alternating field // Phys. Rev. D. 1970. Vol. 2. P. 1191.
3. *Narozhny N. B., Bulanov S. S., Mur V. D., Popov V. S.* On e^+e^- pair production by colliding electromagnetic pulses // JETP Lett. 2004. Vol. 80. P. 382.
4. *Mocken G. R., Ruf M., Muller C., Keitel C. H.* Non-perturbative multiphoton electron-positron pair creation in laser fields // Phys. Rev. A. 2010. Vol. 81. P. 022122.
5. *Khalfin L.* The quantum theory of wave packet scattering, the causality principle, and superlight tunnelling // Phys. Usp. 1996. Vol. 39. P. 639.
6. *Schmidt S.M., Blaschke D., Ropke G., Smolyansky S. A., Prozorkevich A. V. Toneev V. D.* A quantum kinetic equation for particle production in the schwinger mechanism // Intern. J. of Mod. Phys. E. 1998. Vol. 7, № 6. P. 709–722.
7. *Blaschke D. V., Prozorkevich A. V., Ropke G., Roberts C. D., Schmidt S. M., Shkirmanov D. S., Smolyansky S. A.* Dynamical schwinger effect and high-intensity lasers. Realising nonperturbative QE // The European Physical J. D. 2009. Vol. 55. P. 341.
8. *Schmidt S. M., Blaschke D., Ropke G., Smolyansky S. A., Prozorkevich A. V. Toneev V. D.* Non-markovian effects in strong-field pair creation // Phys. Rev. D. 1999. Vol. 59, № 9. P. 094005.
9. *Smolyansky S.A., Bonitz M., Prozorkevich A. V.* Laser driven electron-positron pair creation – kinetic theory versus analytical approximations // Cont. to Plasma Phys. 2013. Vol. 53. P. 788.
10. *Hebenstreit F., Alkofer R., Dunne G. V., Gies H.* Momentum signatures for schwinger pair production in short laser pulses with a subcycle structure // Phys. Rev. Lett. 2009. Vol. 102, № 15. P. 150404.
11. *Smolyansky S. A., Dmitriev V. V., Panferov A. D., Prozorkevich A. V., Blaschke D., Juchnowski L.* WKB-type approximations in the theory of vacuum particle creation in strong fields // Proceedings of the XXII Baldin ISHEPP. 2014. P. 043.
12. *Гриб А. А., Мамаев С. Г., Мостепаненко В. М.* Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях. М. : Энергоатомиздат, 1988. 288 с.