



УДК 539.18

## КЛАССИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕКОМБИНАЦИИ АНТИВОДОРОДА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.В. Серов, В.П. Каджаева, В.Л. Дербов, С.И. Виноцкий\*

Саратовский государственный университет,  
кафедра теоретической и ядерной физики  
E-mail: Theorphys@sgu.ru

\*Объединенный Институт ядерных исследований, Дубна  
E-mail: Vinitsky@thsun1.jinr.ru

На основе численного моделирования классических траекторий теоретически исследовано воздействие сильного магнитного поля на скорость спонтанной радиационной рекомбинации атомов антиводорода в холодной антипротон-позитронной плазме в условиях экспериментов ATHENA и ATRAP, проводимых в ЦЕРН. Влияние магнитного поля оценивалось по изменению рассчитанного методом Монте-Карло сечения пролета электрона через область вблизи ядра, размеры которой соответствуют типичному радиусу основного состояния атома. Хотя траектория позитрона в магнитном и кулоновском полях достаточно сложна и позитрон может пролетать мимо ядра неоднократно, существенного влияния магнитного поля на скорость радиационной рекомбинации в рассматриваемом приближении не обнаружено.

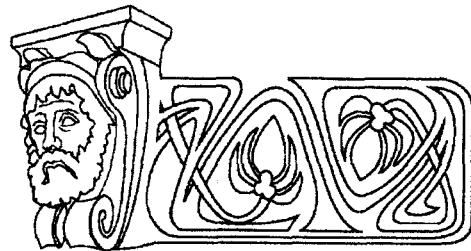
### CLASSICAL ANALYSIS OF RECOMBINATION OF ANTIHYDROGEN IN A STRONG MAGNETIC FIELD

V.V. Serov, V.P. Kadgaeva, V.L. Derbov, S.I. Vinitskiy

Basing on numerical simulation of classical trajectories, the influence of a strong magnetic field on the rate of the spontaneous radiative recombination of antihydrogen atoms in cold antiproton-positron plasma is theoretically studied under the conditions of the ATHENA and ATRAP experiments carried out in CERN. The effect of the magnetic field is estimated by Monte-Carlo calculation of the change in the cross section of the positron hitting the near-nucleus region with the radius typical for the atomic ground state. Although the trajectory of the positron in the magnetic and Coulomb fields is shown to be rather complicated, and the positron may pass by the nucleus many times, no significant influence of the magnetic field on the recombination rate was found within the approximations used.

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в ряде лабораторий мира (ЦЕРН, FNL, КЕК и др.) проводятся эксперименты по получению и исследованию атомов антиводорода. Антиводород – простейший атом антивещества. Впервые 11 атомов антиводорода с энергией 1 ГэВ были получены на накопительном кольце антипротонов LEAR в ЦЕРН [1]. В современных экспериментах основной проблемой является получение антиводорода в количествах, дос-



таточных для спектроскопических исследований. Лидирует в этом направлении ЦЕРН, где на установке AD (замедлитель антипротонов) проводятся эксперименты по программам ATHENA [2, 3] и ATRAP [4]. Цель данных программ состоит в прямой проверке СРТ-инвариантности на основе сравнения спектров водорода и антиводорода. Согласно СРТ-теореме, свойства вещества и антивещества должны совпадать, если справедливы предположения о лоренц-инвариантности и локальности взаимодействий. Нарушение СРТ-инвариантности означало бы нарушение лоренц-инвариантности и свидетельствовало бы об изменении свойств пространства-времени на малых масштабах. Обнаружение такого нарушения позволило бы, в частности, объяснить факт почти полного отсутствия антивещества во Вселенной. В настоящее время наиболее точное ограничение на степень нарушения СРТ-симметрии получено из наблюдения осцилляций в системе нейтральных каонов, возникающих вследствие нарушения СР-четности, однако данный результат является лишь косвенным, поскольку при его получении привлекаются дополнительные предположения. Это обстоятельство существенно повышает научную ценность опытов с антиводородом. Быстрые атомы антиводорода могут быть получены при рекомбинации в совмещенных пучках антипротонов и позитронов. Достоинство таких экспериментов состоит в сравнительной простоте получения атомов антиводорода, недостаток – в малости времени нахождения атома в анализирующем спектральном устройстве. Поэтому в экспериментах ATHENA и ATRAP измерение энергий радиационных переходов планируется проводить у практи-



чески неподвижных атомов антиводорода. На первом этапе были разработаны методы и создано оборудование для накопления медленных антипротонов и позитронов. На втором этапе, который осуществляется в настоящее время, изучаются механизмы рекомбинации позитронов и антипротонов с целью нахождения оптимальных для нее условий. Наконец, последний этап будет по-

священ прецизионной спектроскопии антиводородных атомов.

В эксперименте ATHENA позитроны и антипротоны накапливаются в ловушке Пеннинга, где поперечное движение частиц ограничивается сильным магнитным полем порядка 3 Тесла, а продольное движение ограничивается электрическим полем (рис. 1).

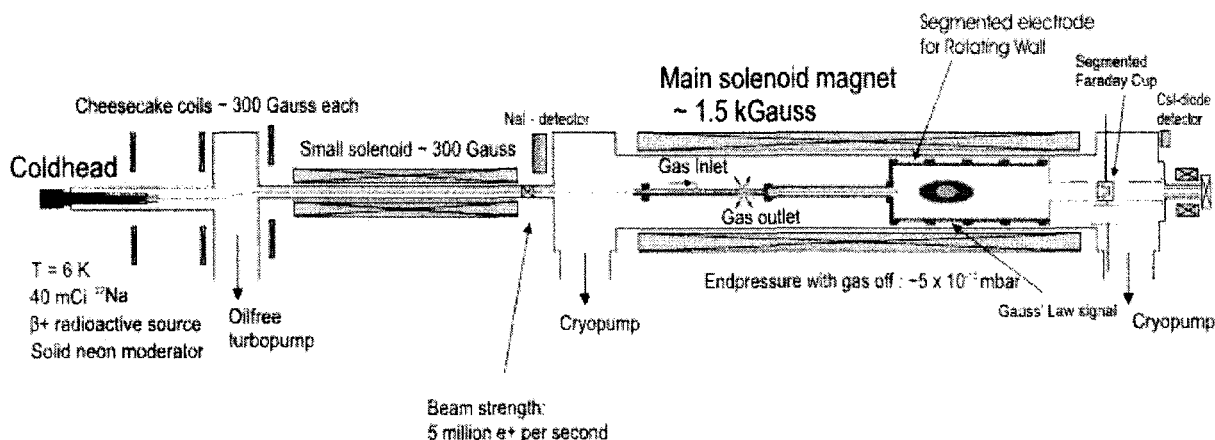


Рис. 1. Схема устройства для охлаждения и удержания позитронов в эксперименте ATHENA (рисунок взят с сайта эксперимента ATHENA)

Поскольку у позитронов и антипротонов противоположные заряды, их невозможно удержать в одной ловушке. Поэтому в эксперименте использовалась комбинированная ловушка (рис. 2), состоящая из позитронной ловушки и двух расположенных по ее краям антипротонных ловушек. Такая конфигурация обеспечивается с помощью пяти кольцевых электродов с чередующимися зарядами.

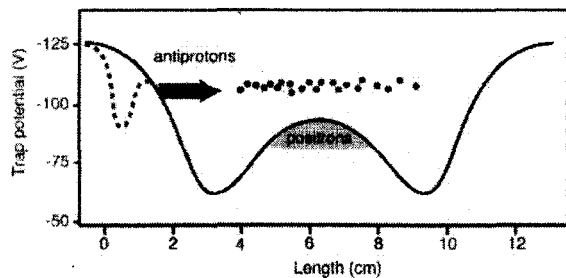


Рис. 2. Электростатический потенциал в ловушке до смешивания (пунктирная линия) и в процессе смешивания антипротонов и позитронов (рисунок взят с сайта эксперимента ATHENA)

В позитронной ловушке 70 миллионов позитронов охлаждаются за счет синхротронного излучения до температуры стенок, равной 15К. Приблизительно 10000 антипро-

тонов накапливаются в левой ловушке. Затем разделяющий электрод отключается, и антипротоны выпрыскиваются в позитронную плазму. При этом начальная энергия антипротонов составляет приблизительно 40–50 эВ, но они быстро охлаждаются, отдавая энергию плазме. Затем антипротоны медленно диффундируют в правую ловушку. За это время часть антипротонов успевает рекомбинировать. Образовавшиеся нейтральные атомы не удерживаются магнитным полем и вылетают из ловушки, после чего аннигилируют с веществом стенок. Образование атомов антиводорода фиксировалось по одновременной аннигиляции антипротона и позитрона. За каждый цикл смешивания получалось приблизительно 2000 атомов антиводорода. Рекомбинация возможна либо с испусканием фотона (радиационный механизм), либо с участием двух позитронов, один из которых переходит в связанное состояние, а другой – улетает с большей кинетической энергией (трехчастичный механизм). Относительные вклады этих двух механизмов по-разному зависят от температуры. По теоретическим оценкам при низких температурах



должна доминировать трехчастичная рекомбинация. Корректное описание обоих механизмов рекомбинации подразумевает учет влияния сильного магнитного поля ловушки. В работе [5] с помощью метода Монте-Карло рассчитана скорость трехчастичной рекомбинации в сильном магнитном поле. Настоящая работа посвящена оценке влияния магнитного поля на скорость спонтанной радиационной рекомбинации на основе анализа классических траекторий с применением метода Монте-Карло.

#### ЗАРЯЖЕННАЯ ЧАСТИЦА В МАГНИТНОМ И КУЛОНОВСКОМ ПОЛЯХ

Рассмотрим движение классической заряженной частицы под действием кулоновского и магнитного полей. Классические уравнения движения для такой частицы можно записать в следующем виде:

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{Ze^2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} + \frac{e}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]; \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad (1)$$

где  $\vec{B}$  – индукция магнитного поля,  $Z$  – заряд ядра, которое мы полагаем неподвижным. Будем использовать атомные единицы  $m_e = e = \hbar = 1$ ,  $c = 137$ . В уравнениях (1) мы пренебрегли торможением ускоренно движущейся заряженной частицы собственным электромагнитным полем.

На большом расстоянии от ядра движение частицы определяется магнитным полем и происходит по спирали:

$$\begin{aligned} x &= r_0 + r_H \cos(\omega_H t + \varphi_0), \\ y &= -r_H \sin(\omega_H t + \varphi_0), \\ z &= v_{\parallel} t, \end{aligned} \quad (2)$$

где ось  $z$  параллельна магнитному полю и проходит через ядро,  $\omega_H = B/c$  – частота вращения в поперечной плоскости,  $r_H = v_{\perp} / \omega_H$  – ларморовский радиус,  $v_{\parallel}, v_{\perp}$  – продольная и поперечная компоненты линейной скорости,  $r_0$  – расстояние от оси спирали до оси  $z$ , начальное значение которого  $r_{0\text{init}}$  будем называть прицельным параметром. При типичных для экспериментов [2, 4] параметрах плазмы ларморовский радиус много меньше радиуса Томсона ( $R_T = Z/E$ ,  $E$  – кинетическая энергия позитрона), характеризующего рекомбинацию в отсутствие магнитного поля. Это

означает, что влиянием магнитного поля нельзя пренебрегать. Уравнения (1) имеют два интеграла движения: энергию,

$$E = \frac{1}{2} \dot{\rho}^2 + \frac{1}{2} \dot{z}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{l_z}{\rho} - \frac{1}{2} \omega_H \rho \right)^2 - \frac{Z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}, \quad (3)$$

и продольную компоненту момента импульса,

$$l_z = \frac{1}{2} \omega_H \rho^2 + \rho^2 \dot{\phi}. \quad (4)$$

Обе величины записаны в цилиндрической системе координат  $x = \rho \cos \varphi$ ,  $y = \rho \sin \varphi$ . Кроме того, на большом расстоянии от ядра сохраняется квадрат поперечной скорости  $v_{\perp}^2$ .

Вблизи ядра, напротив, магнитным полем можно пренебречь по сравнению с кулоновским. Позитрон движется по параболе или гиперболе, разница между которыми не существенна в окрестности ядра, где кулоновская энергия притяжения много больше по модулю, чем полная энергия позитрона. Между двумя областями упорядоченного движения (вдали от ядра и вблизи него) находится промежуточная область стохастического движения. Ее радиус приблизительно равен расстоянию до ядра, на котором кулоновское поле равно магнитному:  $\rho_0 = Z^{1/3} (\omega_H)^{-2/3}$ .

Для численного расчета траекторий уравнения (1) решались методом Рунге–Кутты 6-го порядка с автоматическим выбором шага. Вначале рассмотрим позитроны, начальная скорость которых направлена вдоль магнитного поля (случай нулевой поперечной температуры). Для больших значений прицельного параметра типичная траектория позитрона показана на рис. 3, а. На рис. 3, б, в позитрон попадает в область стохастического движения и совершает сложное движение. Тем не менее, через какое-то время он все равно покидает эту область и далее движется по спирали.

Со строгой классической точки зрения, спонтанная радиационная рекомбинация происходит за счет торможения ускоренно движущегося позитрона собственным электромагнитным полем излучения. Как раз этим процессом мы пренебрегали в исходном уравнении. Для оценок это несущественно, потому что, как будет показано ниже, сила торможения со стороны собственного элек-

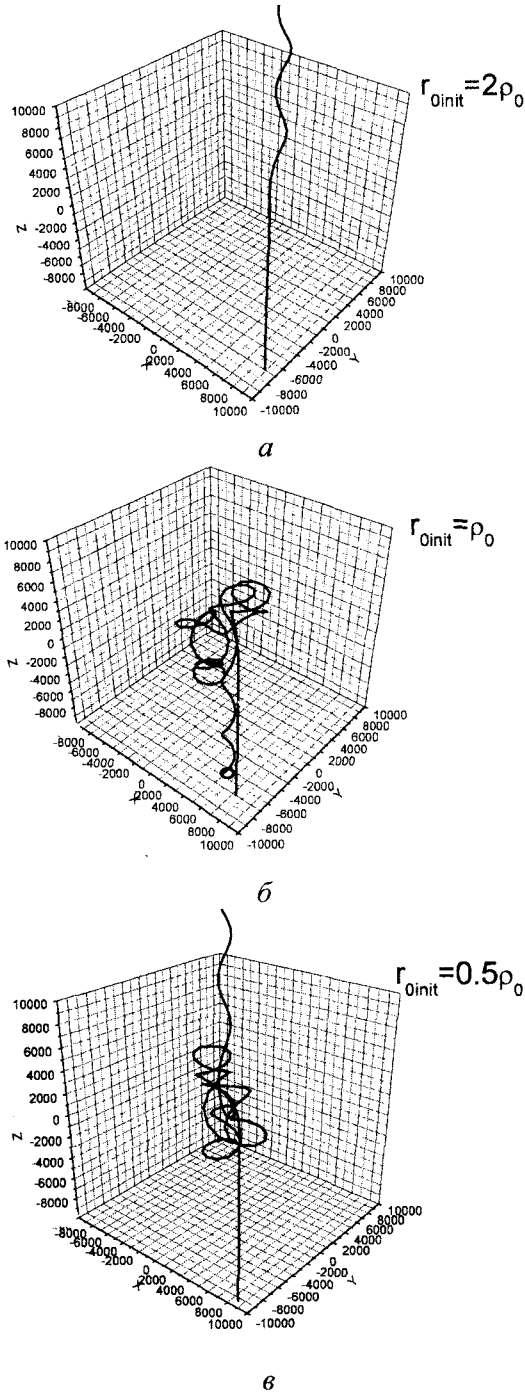


Рис. 3. Траектории позитрона, начальная скорость которого параллельна магнитному полю, при прицельных расстояниях  $r_{0init} = 2\rho_0$  (а),  $r_{0init} = \rho_0$  (б) и  $r_{0init} = 0.5\rho_0$  (в)

трамагнитного поля весьма мала по сравнению с другими силами, что, кстати, и проявляется в низкой вероятности рекомбинации. Поэтому данную силу можно рассматривать как возмущение и оценивать вероятность рекомбинации, вычисляя энергетические по-

тери позитрона за время пролета вдоль данной классической траектории, полученной при решении уравнений (1). Здесь, однако, мы не будем делать этого, поскольку целью работы не является расчет абсолютной скорости рекомбинации. Мы лишь ставим задачу выяснить, во сколько раз эта величина меняется в присутствии магнитного поля.

Обратим внимание на то, что спонтанная радиационная рекомбинация с наибольшей вероятностью происходит в нижние энергетические состояния атома антиводорода, характерный радиус которых мал и составляет порядка 1 а.е. В связи с этим для оценки вероятности захвата полезно знать, на какое минимальное расстояние позитрон может приблизиться к ядру, двигаясь по данной траектории. На рис. 4 изображена зависимость минимального расстояния, на которое подходит позитрон к ядру, от начального прицельного параметра. Видно, что минимальное расстояние принимает случайные значения в определенных пределах.

Случайный характер зависимости  $r_m(r_{0init})$  есть проявление продемонстрированной в [6] стохастичности движения. Детальный анализ наших расчетов показывает, что небольшое изменение начального прицельного параметра  $r_{0init}$  приводит к заметному изменению угла отклонения позитрона в поле ядра. В результате многократных проходов вблизи ядра первоначально близкие траектории неограниченно расходятся. На рис. 5 показано, как малые изменения прицельного параметра могут неузнаваемо изменить траекторию.

Нижний предел  $r_m$  определяется тем, что квадрат углового момента не меньше квадрата его сохраняющейся компоненты  $l_z$ . Подставляя (2) в (4), получим для начального  $l_z$ :

$$l_z = \frac{1}{2} \omega_H (r_0^2 - r_H^2). \quad (5)$$

Из закона сохранения энергии (3) трудно получить нижнюю границу  $(r_m)_{min} = \frac{l_z^2}{2Z}$ . Это расстояние достигается в тот момент, когда продольная и радиальная составляющие скорости равны нулю.

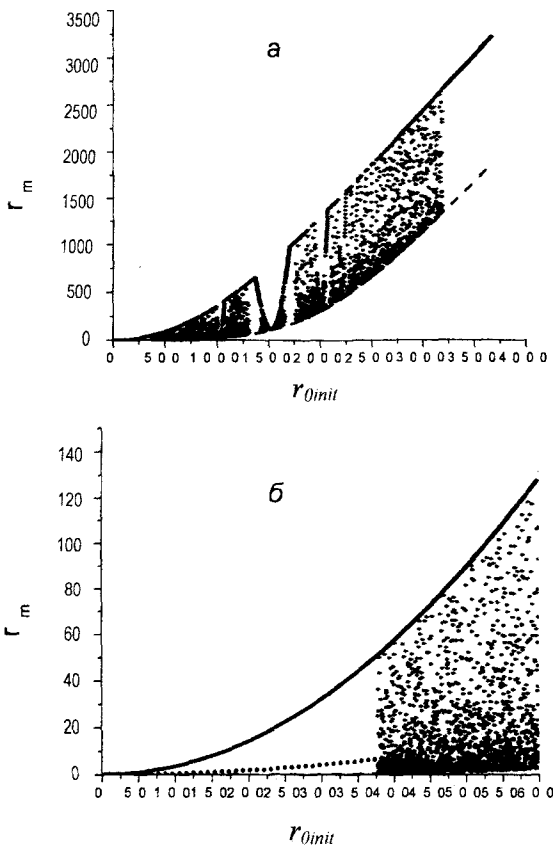


Рис. 4. Зависимость минимального расстояния  $r_m$ , на которое подходит позитрон к ядру, от прицельного параметра  $r_{0init}$ . б – увеличенная часть рисунка а в области малых значений  $r_m$ . Штриховой линией показана нижняя граница  $r_m$ , рассчитанная из законов сохранения. Для сравнения на рис. б пунктирной линией изображена зависимость  $r_m(r_{0init})$  в отсутствие магнитного поля

Наша цель – не абсолютное сечение рекомбинации, а его относительное изменение за счет магнитного поля. Можно предположить, что скорость рекомбинации при наличии магнитного поля во столько же раз больше, чем без него, во сколько раз больше сечение прохождения позитрона на расстоянии  $r_m < R_m \sim 1$  а.е. Тогда вместо отношения сечений рекомбинации можно оценивать отношение сечений пролета позитрона вблизи ядра. Такое предположение верно, если зависимость сечения от «радиуса мишени»  $R_m$  для не слишком больших  $R_m$  будет такая же, как и для кулоновского поля, с точностью до постоянного коэффициента, что разумно в

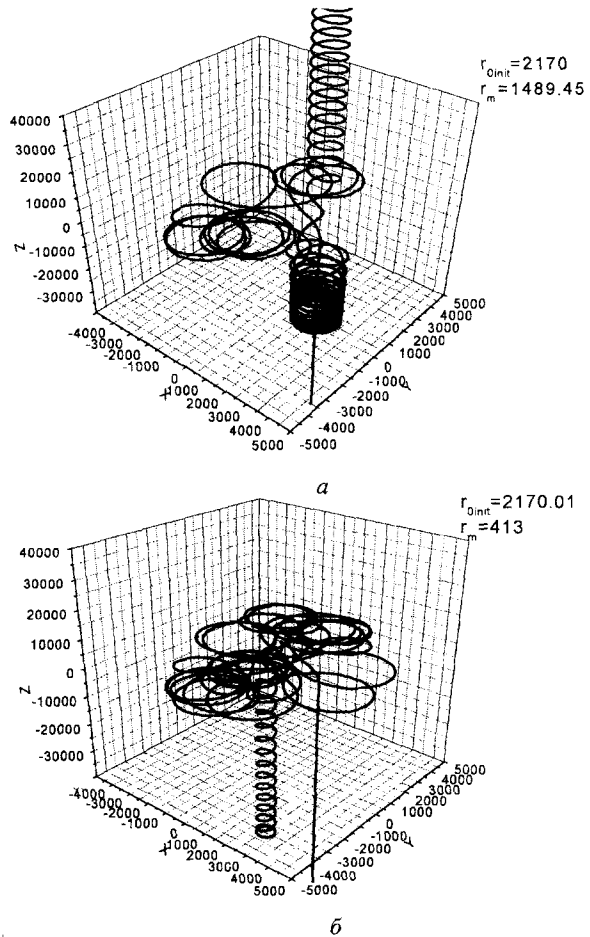


Рис. 5. Неустойчивость траектории относительно малых отклонений прицельного параметра: а – траектория с  $r_{0init} = 2170$ , на которой  $r_m$  близко к верхней границе его возможных значений, б – увеличение  $r_{0init}$  на 0.01 неузнаваемо изменило траекторию

области, где влияние кулоновского поля намного сильнее, чем магнитного. На квантовом языке это означает, что волновая функция непрерывного спектра позитрона вблизи ядра пропорциональна волновой функции при отсутствии магнитного поля.

Поясним, что «радиус мишени» является искусственно введенным параметром. Поскольку с помощью применяемого ниже метода Монте-Карло невозможно вычислить дифференциальные параметры, такие как интересное нас отношение плотностей позитронов в магнитном поле и без него, мы вынуждены рассматривать интегральную величину – сечение попадания в некоторую небольшую сферу вокруг ядра. Меняя радиус этой сферы, мы проверяем, не влияет ли маг-



нитное поле на радиальное распределение плотности электронов. Если верно сформулированное выше предположение о том, что магнитное поле меняет плотность позитронов пропорционально во всем объеме вблизи ядра, но не приводит к перераспределению внутри этой области, то вычисленное отношение сечений рекомбинации в магнитном поле и без него не должно зависеть от «радиуса мишени», (что и демонстрируют приведенные ниже результаты).

Для простоты расчетов будем рассматривать не зависимость от радиуса мишени, а зависимость от квадрата углового момента, заметив, что вблизи ядра магнитным полем можно пренебречь и квадрат углового момента приближенно сохраняется, причем  $r_m = \vec{L}^2 / 2Z$ ;  $\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{v}]$ . Собственные значения квадрата углового момента выражаются через орбитальное квантовое число  $\vec{L}^2 = l(l+1)$ . Для приближенной оценки зависимости сечения пролета от радиуса мишени можно выразить  $l$  через  $\vec{L}^2$  и взять целую часть.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО**

Для расчетов мы воспользовались методом Монте-Карло [7, 8]. Начальная энергия продольного движения позитрона  $E_{||}$  получалась равной  $\frac{1}{2} k_B T_{||}$ , а поперечного  $E_{\perp}$  равной  $k_B T_{\perp}$ , где  $k_B$  – постоянная Больцмана. Начальное состояние определялось формулой (2), где параметр  $r_0$  и угол  $\varphi_0$  являлись случайными величинами. Пределы изменения параметра  $r_0$  находились следующим образом: выбирался радиус  $R_m$  интересующей нас области вблизи ядра, затем по графикам, аналогичным приведенным на рис. 4, 6 определялись границы области значений  $r_0$ , для которых попадание внутрь выбранной области ещё возможно. Сам  $r_0$  определялся как  $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ , где  $x_0, y_0$  – случайные величины в пределах  $(-r_{0max}, r_{0max})$ . Процедура расчета была следующей: брались случайные значения  $x_0, y_0$  и  $\varphi_0$ ; если  $r_0$  не попал в установленные пределы – выбирался следующий набор параметров, если попал – произво-

дился расчет траектории; если при этом позитрон попал в область радиуса  $R_m$ , то вычислялось  $l$ , и  $l$ -й элемент массива счётчиков попаданий увеличивался на единицу. Сечение  $\sigma_l$  пролета позитрона с фиксированным параметром  $l$  вычислялось как отношение значения соответствующего счетчика к полному числу испытаний, умноженное на площадь квадрата со стороной  $2r_{0max}$ .

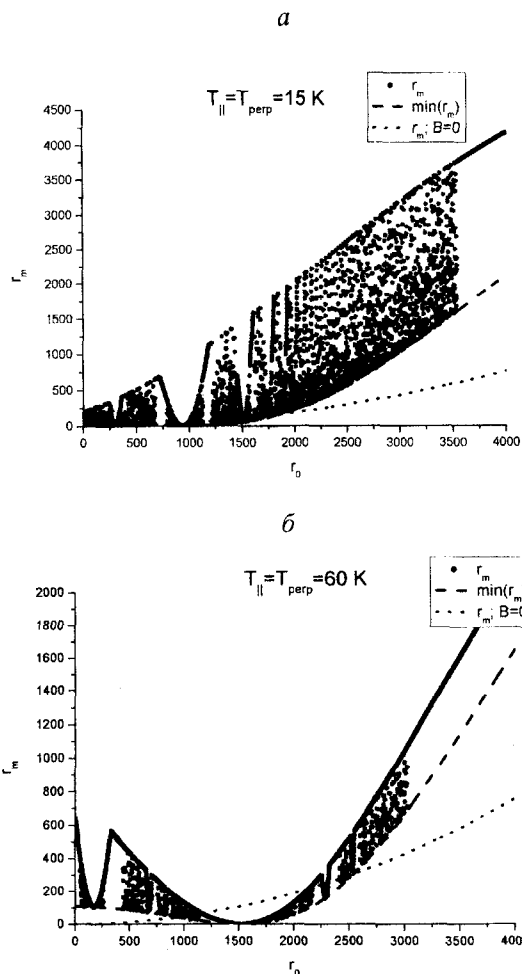


Рис. 6. Зависимость минимального расстояния, на которое подходит позитрон к ядру, от прицельного параметра, для случая  $T_{||} = T_{\perp} = 15K$  – а, для случая  $T_{||} = T_{\perp} = 60K$  – б,  $\varphi_0 = 0$ . Штриховой линией показано наименьшее расстояние, на которое позитрон может подойти к ядру. Пунктиром показана та же зависимость в отсутствие магнитного поля

Нас интересует не абсолютное значение  $\sigma_l$ , а его отношение к соответствующей величине  $\sigma_l^0$  при отсутствии магнитного поля. Нетрудно определить  $\sigma_l / \sigma_l^0$  следующим об-



разом. В отсутствие магнитного поля величина углового момента  $L$  равна  $vb$ , где  $v$  – скорость позитрона на бесконечном удалении от ядра,  $b$  – прицельный параметр. Площадь кольца, попадая в которое позитрон имеет данное  $l$ , составляет  $\pi(l+1)/E$ , где  $E$  – энергия позитрона. Нужно учесть, что в магнитном поле позитрон движется по спирали, из-за чего для заданного потока позитронов вдоль оси  $z$  количество позитронов в единице объема будет больше в  $n_H = v/v_{||} = \sqrt{E/E_{||}}$  раз. Поэтому рассматривалась перенормированная величина  $\sigma_l^0 = n_H \pi(l+1)/E$ .

**ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Расчеты были проведены для двух физических ситуаций, реализующихся в эксперименте ATHENA. В установившемся режиме температура позитронной плазмы равна температуре стенок ловушки – 15К. На рис.7, *a* показана зависимость отношения  $\sigma_l/\sigma_l^0$  от числа  $l$  для такой температуры.

Видно, что указанное отношение приблизительно равно единице. Для  $l=0$  количество накопленных попаданий равно 220. Как известно, относительная ошибка расчетов по методу Монте-Карло обратно пропорциональна корню из количества попаданий, что для рис.7 составляет около 7%.

Непосредственно после впрыска антипротонов температура позитронной плазмы заметно поднимается за счет того, что тормозящиеся антипротоны передают ей свою энергию [1]. Охлаждается плазма за счет циклотронного излучения, что является достаточно медленным процессом и занимает порядка 0,3 с. И время торможения, и время выравнивания продольной и поперечной температур много меньше 0,1 с. При этом непосредственно после впрыска достигается максимальное смешивание антипротонной и позитронной плазмы, после чего они начинают разделяться в пространстве, так как антипротоны не могут длительно находиться в позитронной ловушке и удерживаются там только за счет малости скорости их диффузии в плотной позитронной плазме. Именно поэтому максимум количества вылетевших в единицу времени из ловушки антиатомов достигается приблизительно через 0,1 с по-

сле впрыска, после чего количество вылетающих атомов монотонно падает по мере ухода из ловушки антипротонов. Нетрудно рассчитать, просто поделив суммарную начальную энергию антипротонов на количество позитронов и прибавив начальную энергию позитрона, что температура после впрыска будет равна 60К.

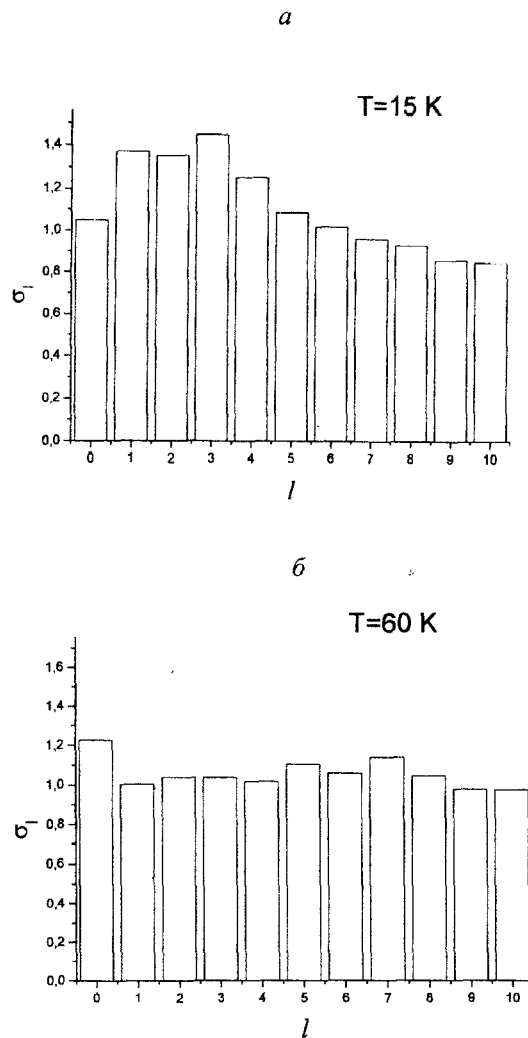


Рис. 7. Отношение сечений пролета позитрона с заданным  $l$  вблизи ядра при наличии магнитного поля и без него: для *a* –  $T_{||} = T_{\perp} = 15\text{K}$ , для *б* –  $T_{||} = T_{\perp} = 60\text{K}$ . Относительная ошибка – около 7%

На рис. 7, *б* показана зависимость отношения  $\sigma_l/\sigma_l^0$  от числа  $l$  для  $T=60\text{ K}$ . Как и в первом случае, это отношение близко к единице, что согласуется с соображениями, приведенными в работе Л.И. Меншикова, Р. Ландау [1], согласно которым повышение вероятности захвата позитрона за счет мно-



гократности пролета вблизи ядра компенсируется уменьшением эффективного прицельного параметра, для которого может происходить захват.

Тем не менее в [1] утверждается, что коэффициент увеличения скорости рекомбинации приблизительно равен двум. Однако этот вывод сделан исходя из анализа результатов другого эксперимента по рекомбинации электронов на ядрах полностью ионизированного углерода [9], для которого  $R_T \ll \rho_0 \ll r_H$ , т.е. радиус витка спирали, по которой движется электрон, много больше диаметра области стохастического движения. Для эксперимента с антиводородом, напротив,  $r_H \ll \rho_0 \ll R_T$ , и это различие приводит к большому различию условий рекомбинации. Таким образом, можно сделать вывод, что наличие магнитного поля не приводит к существенному изменению скорости рекомбинации антиводорода, во всяком случае, за счет вышеописанных классических эффектов.

Это не исключает возможность существования других механизмов увеличения скорости рекомбинации в магнитном поле ловушки, например при рекомбинации через квазистационарные состояния, возникающие за счет перераспределения энергии с продольной на поперечную степень свободы [10].

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние сильного магнитного поля на спонтанную радиационную рекомбинацию антиводорода в холодной позитрон-антипротонной плазме на основе анализа классических траекторий позитрона. Оценка изменения сечения захвата позитрона по отношению к случаю отсутствия магнит-

ного поля проводилась с помощью метода Монте-Карло. Несмотря на то что траектория позитрона в магнитном и кулоновском полях достаточно сложна и позитрон может пролетать мимо ядра неоднократно, существенного влияния магнитного поля на скорость радиационной рекомбинации в рассматриваемом приближении не обнаружено.

*Работа выполнена при поддержке Американского фонда гражданских исследований и развития (грант REC-006).*

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Меньшиков Л.И., Ландау Р.* Состояние исследований по «холодному» антиводороду // *Успехи физических наук. Обзоры актуальных проблем.* 2003. Т.173, №3. С. 233–263.
2. The ATHENA / AD-1 Collaboration. Progress Report on the ATHENA Experiment / CERN / SPSC 2003-016. – SPSC – M-699. – 2003. 19 March.
3. *Amoretti M. et al.* Production and detection of cold antihydrogen atoms // *Nature.* 2002. V. 419. P. 456–458.
4. *Gabrielse G. et al.* Background-Free Observation of Cold Antihydrogen with Field-Ionization Analysis of Its States // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 89. P. 213401-1-4.
5. *Robicheaux F., Hanson James D.* Three-body recombination for protons moving in a strong magnetic field // *Phys. Rev. A.* 2004. V. 69. P. 10701-1-4.
6. *Gutzwiller M.C.* Chaos in Classical and Quantum Mechanics. N.Y., Springer, 1990.
7. *Соболь И.М.* Численные методы Монте-Карло. М., 1973.
8. *Форсайт Г.Дж., Малкольм М.А., Моулер К.Б.* Машинные методы вычислений. М., 1980. С. 127–171.
9. *Gwinner G. et al.* Influence of Magnetic on Electron-Ion Recombination at Very Low Energies // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 84. P. 4822–4825.
10. *Serov V.V., Derbov V.L.* Spontaneous recombination of antihydrogen in a magnetic field: a new approach // *Proc. SPIE.* 2004. V. 5476. P. 180–188.