



Вопрос о применимости полученных результатов в космологии, затронутый в [1], требует использования более реалистичных нестационарных моделей Вселенной и составляет предмет самостоятельного исследования.

Автор благодарит М. В. Давидовича за обсуждение некоторых результатов работы.

Список литературы

1. *Зайко Ю. Н.* Точные решения уравнений Максвелла–Эйнштейна // Изв. Саратов. ун-та. Новая сер. 2010. Т. 10. Сер. Физика, вып. 1. С. 50–58.
2. *Мизнер Ч., Уилер Дж.* Классическая физика как геометрия // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М. : Мир, 1979. 592 с.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М. : Наука, 1967. 460 с.
4. *Раджараман Р.* Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля / пер. с англ. ; под ред. О. А. Хрусталова. М. : Мир, 1985. 414 с.
5. *Никольский В. В., Никольская Т. И.* Электродинамика и распространение радиоволн. М. : Наука, 1989. 544 с.

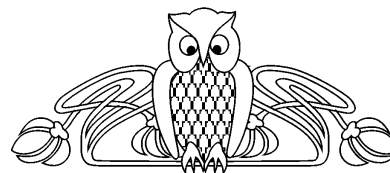
6. *Арфкен Г.* Математические методы в физике / сокр. пер. с англ. В. В. Чепкунова. М. : Атомиздат, 1970. 712 с.
7. *Марков Г. Т., Чаплин А. Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М. ; Л. : Энергия, 1967. 371 с.
8. *Тутуков А. В.* Звезды // Физическая энциклопедия : в 5 т. М. : Сов. энцикл., 1980. Т.2. С.68–69.
9. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / пер. с нем. С. В. Фомина. М. : Наука, 1971. 576 с.
10. *Крамер Д., Штефани Х., Мак-Каллум М., Херльт Э.* Точные решения уравнений Эйнштейна / под ред. Э. Шмюцера ; пер. с англ. М. : Энергоиздат, 1982. 416 с.
11. *Kinnersley W.* Recent progress in exact solutions // General Relativity and Gravitation : proc. of GR7 / ed. G. Shaviv, J. Rosen. N. Y. ; L. : Wiley, 1975.
12. *Rainich G. Y.* Electrodynamics in the General Relativity Theory // Trans. Amer. Math. Soc. 1925. Vol. 27. P. 106–136.
13. *Witten L.* Initial Value Problem of the Einstein–Maxwell Field // Phys. Rev. 1960. Vol. 120, № 2. P. 635–640.
14. *Вебер Дж.* Гравитация и свет // Гравитация и относительность / пер. с англ. ; под ред. А. З. Петрова. М. : Мир, 1965. 544 с.

УДК 621.382.029.6

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ СПЕКТРОВ РЯДА ЭКЗОТИЧЕСКИХ АТОМОВ

О. А. Бойкова, Ю. Н. Тюхтяев

Саратовский государственный университет
E-mail: boykova_na@mail.ru



Исследованы в низшем порядке теории возмущения сверхтонкое расщепление уровней энергии экзотических атомов позитрония и антиводорода. Показана общность формулы Ферми для спектров исследуемых атомов. Обсуждены индивидуальные особенности их спектроскопии. Рассчитано время жизни паразитрония.

Ключевые слова: связанное состояние, сверхтонкий сдвиг, уровень энергии, экзотический атом, позитроний, антиводород, квазипотенциальный подход.

Quasipotential Method of Spectrum Exotic Atoms

О. А. Boikova, Yu. N. Tyukhtyaev

Fine and superfine splitting energy levels of exotics atoms positronium and anti-hydrogen is investigated in low order. It is showed that Formula Fermi for spectrum exotics atoms is generally. Individually property they spectroscopy is discussed. Live time is calculated of positronium.

Key words: bound state, superfine shift, energy level, exotic atom, positronium, anti-hydrogen, quasipotential approach.

Впечатляющие успехи физики элементарных частиц во второй половине прошлого века расширили и углубили представление

об атоме. Отрицательно заряженная частица может заменить электрон, а положительно заряженная – захватить электрон, образуя систему со свойствами, сходными со свойствами атома водорода. Необычный, экзотический атом можно получить в результате посадки тяжелой отрицательной частицы X ($X = \mu^-, \pi^-, k^- \dots$) на обычный атом [1, 2]. Такие атомы, где место электронов занимают мезоны, получили название мезоатомов. Итак, кроме обычных электронных атомов имеются мюонные, пионные, каонные и прочие атомы.

Интересны свойства экзотического атома, представляющего собой связанное состояние электрона и позитрона [3]. С одной стороны, позитроний является аналогом атома водорода, в котором протон заменяется на позитрон, и спектральные линии атомов



имеют аналогичную структуру. С другой стороны, хотя оба атома состоят из стабильных частиц, в отличие от атома водорода позитроний оказывается нестабильным вследствие аннигиляции. Специфическими свойствами обладает также эффект Зеемана в позитронии. Более строгое отличие обычного атома водорода от экзотического позитрония обнаруживается при описании взаимодействия составляющих их частиц с помощью диаграммной техники Фейнмана.

Согласно релятивистским представлениям [4] имеется несколько возможностей перехода элементарных частиц из одного состояния в другое. Пусть оба состояния соответствуют положительным энергиям и переход осуществляется через вершину из прошлого в будущее. Этот случай характеризует ток частицы. Если оба состояния соответствуют отрицательным энергиям и представляют собой переход через вершину из будущего в прошлое, то имеет место ток античастиц. Существует также возможность перехода из состояния с положительной энергией в прошлом в состояние с отрицательной

энергией в прошлом. При таком развитии событий в будущем нет ни частицы, ни античастицы – происходит аннигиляция пары. Наконец, исходное состояние может отвечать отрицательной энергии и описывать античастицу в будущем, а конечное состояние соответствовать положительной энергии и описывать частицу в будущем. Данный случай относится к рождению пары частица–античастица.

Взаимодействие фермионов может происходить либо в прямом канале, когда через вершины протекают токи, либо в обменном канале, когда рождаются и уничтожаются пары. Взаимодействие в прямом канале изображено рис. 1. Одна из диаграмм (рис. 1, в) изображает взаимодействие токов античастиц и может служить иллюстрацией процессов в антиводороде. Экзотический атом отличается от обычного атома тем, что в его структуру не входит либо электрон, либо протон. Возможна также такая «невероятная» ситуация, когда в атоме нет ни протона, ни электрона.

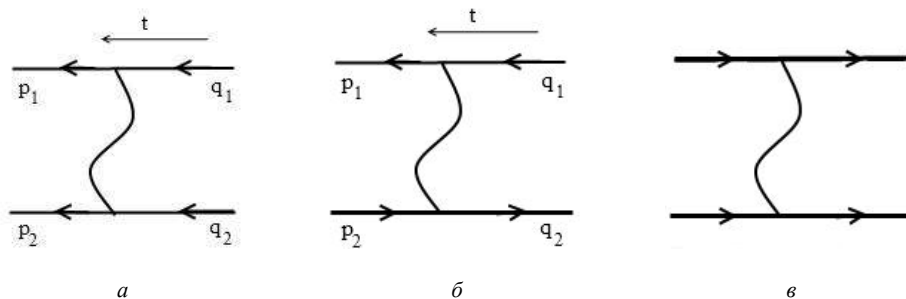


Рис. 1. Диаграммы различного взаимодействия токов

Имеется информация о том, что две лаборатории ALKAR и ATXENA синтезировали и в течение достаточно продолжительного времени удерживали атомы антиводорода от аннигиляции. В настоящее время исследуется его спектроскопия. Исследование спектра атома антиводорода методом квазипотенциала выполняется нами впервые и поэтому надо оговорить детали. Прежде всего, условимся о конкретном задании правил соответствия, выборе представления γ -матриц, нормировке решений уравнения Дирака, калибровке фотонного пропагатора. Только в

этом случае вычисления можно довести до конечного результата и выйти на сравнение с экспериментом. Наша задача заключается в том, чтобы исследовать тонкую и сверхтонкую структуру спектров атомов и сравнить с соответствующей структурой электронных атомов. Остановимся на подробностях применения метода квазипотенциала к описанию спектра атома антиводорода.

Для исследования уровней энергии атома антиводорода используем метод квазипотенциала, который носит трехмерный характер [5]. Релятивистский квазипотенциал определяется через амплитуду рассеяния T :



$$V = \frac{T}{1 + FT}. \quad (1)$$

Разложим обе части выражения (1) по степеням константы тонкой структуры α :

$$V^{(2)} + V^{(4)} + \dots = (T^{(2)} + T^{(4)} + \dots) \times (1 - F(T^{(2)} + T^{(4)} + \dots)). \quad (2)$$

Тогда в низшем приближении

$$V^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = T^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}). \quad (3)$$

Решение уравнение Дирака с положительной энергией имеет вид

$$u_i^-(\vec{p}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{ip} + m_i}{2\varepsilon_{ip}}} \begin{pmatrix} w_i \\ \frac{\vec{\sigma}_i \vec{p}}{(\varepsilon_{ip} + m_i)} w_i \end{pmatrix},$$

$$u_i^+(\vec{p}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{ip} + m_i}{2\varepsilon_{ip}}} \begin{pmatrix} w_i & * \\ -w_i & \frac{\vec{\sigma}_i \vec{p}}{(\varepsilon_{ip} + m_i)} \end{pmatrix}, i=1,2, \quad (4)$$

где w_i – спиновые функции, $\varepsilon_{ip}^2 = \vec{p}^2 + m_i^2$, $\vec{\sigma}(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ – совокупность матриц Паули, матрицы $\gamma^\mu(\gamma^0, \vec{\gamma})$ в двухкомпонентной форме определяются выражениями

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}.$$

Волновые функции античастиц определим с помощью матрицы зарядового сопряжения:

$$C = \gamma^0 \gamma^2, \quad \bar{u}^- = C u^+, \quad u^+ = C \bar{u}^-,$$

$$C_{\alpha\beta} \tilde{\gamma}_{\beta l} = -\gamma_{\alpha\beta} C_{\beta l}. \quad (5)$$

Значок $\tilde{\gamma}$ означает транспонирование. Тогда для каждой из античастиц выполняется

$$\bar{u}^- \gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_n} u^+ = (-1)^{n+1} \bar{u}^+ \gamma^{\mu_n} \dots \gamma^{\mu_2} \gamma^{\mu_1} u^-.$$

При $n=1$ имеем

$$\bar{u}^- \gamma^\mu u^+ = \bar{u}^+ \tilde{\gamma}_2^\mu u^-. \quad (7)$$

В результате указанного преобразования для взаимодействия, изображенного на рис. 1, в системе центра масс, получаем

$$[\bar{u}_1^+(\vec{p}) \gamma_1^\mu u_1^-(\vec{q})][\bar{u}_2^+(-\vec{p}) \gamma_2^\mu u_2^-(-\vec{q})].$$

Тогда квазипотенциал связанного состояния частица–античастица с точностью до второго порядка по α определяется выражением

$$V^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = T^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = -e^2 \frac{[\bar{u}_1^+(\vec{p}) \gamma_1^\mu u_1^-(\vec{q})][\bar{u}_2^+(-\vec{p}) \gamma_2^\mu u_2^-(-\vec{q})]}{(\vec{p} - \vec{q})^2}. \quad (8)$$

Сверхтонкое расщепление является следствием взаимодействия спиновых магнитных моментов антипротона и позитрона. Поэтому важной математической особенностью, характеризующей сверхтонкое расщепление уровней энергии исследуемой системы, является наличие скалярного произведения матриц Паули частиц. Выделяя часть квазипотенциала, зависящую от произведения операторов спина антипротона и позитрона, запишем:

$$V^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = v_c + \Delta V^{hfs}, \quad (9)$$

где v_c – кулоновский потенциал, который выбирается в качестве нулевого приближения квазипотенциала.

Уравнение Шредингера с кулоновским потенциалом запишем в виде

$$\left(\frac{p^2}{2\mu} - W\right) \psi_c(\vec{p}) = \frac{\alpha}{(2\pi^2)} \int d\vec{q} \frac{\psi_c(\vec{q})}{(\vec{p} - \vec{q})^2}, \quad (10)$$

где $W = -\frac{\alpha^2 \mu}{2}$ – энергия соответствующего основного состояния, ψ_c – кулоновская волновая функция.

Согласно теории возмущения первая поправка к основному уровню энергии от возмущения ΔV^{hfs} по кулоновским волновым функциям определяется выражением

$$\Delta E^{hfs} = \frac{1}{(2\pi)^6} \int d\vec{p}^* d\vec{q}^* \frac{e^2}{4m_1 m_2} \psi_c(\vec{p}) w_1^* w_2^* \times \left\{ (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) - \frac{(\vec{k} \vec{\sigma}_1)(\vec{k} \vec{\sigma}_2)}{k^2} \right\} w_1 w_2 \psi_c(\vec{q}), \quad \vec{k} = \vec{p} - \vec{q}, \quad (11)$$

Используем δ -приближение кулоновской волновой функции $\psi_c(\vec{q})$. При вычислении интеграла по угловой части воспользуемся симметрией подынтегрального выражения.

С учетом последних преобразований для сверхтонкого расщепления основного уровня энергии в атоме антиводорода получаем

$$\Delta E^{hfs} = \frac{8 \alpha^4 \mu^3}{3 m_1 m_2}. \quad (12)$$

где m_1 – масса антипротона, m_2 – масса позитрона.



В работе [6] Ферми рассчитал энергию сверхтонкого расщепления уровней энергии атома водорода. Для основного уровня $n = 1$ было получено

$$E_F = \frac{8}{3} \frac{\alpha^4 \mu^3}{m_1 m_2}, \quad (13)$$

где m_1 – масса электрона, m_2 – масса протона. Согласно (12)

$$\Delta E^{hfs} = E_F. \quad (14)$$

Значит, для атома водорода и экзотических атомов – мюония, антиводорода и других – выражение E_F , найденное Ферми, является общим, отличается только величиной масс. Однако у атомов водорода, антиводорода, мюония существует только прямой канал взаимодействия. В прямом канале для позитрония результат (12),

$$\Delta E_{ps} = \frac{\alpha^4 m_1}{3},$$

является только частью вклада, поскольку необходимо дополнительно учесть обменное взаимодействие. В этом ощутимо проявляется отличие экзотического атома позитрония от обычного водорода. Без дополнительного учета аннигиляционного канала взаимодействия электрона и позитрона теоретические расчеты и данные эксперимента не совпадают. Кроме того, уровень парапозитрония на 8.41×10^{-4} эВ ниже уровня ортопозитрония и в магнитном поле между ними возможны переходы. Необычность перехода ${}^3S_1 - {}^1S_0$ заключается в том, что он относится к одному и тому же уровню энергии с главным квантовым числом $n = 1$.

Проанализируем превращение электрон-позитронной пары в фотон (рис. 2, а). В вершину γ^μ входят частица и античастица. По закону сохранения энергии и импульса фотон имеет энергию $2E$ и нулевой трехимпульс. В начальном состоянии электрону соответствует биспинор u_1^- , а позитрону – биспинор u_2^- . По правилам соответствия находим для фермионной линии: $\bar{u}_2^-(-\vec{q}) \gamma^\mu u_1^-(\vec{q})$. Рождение пары иллюстрирует диаграмма на рис. 2, б.

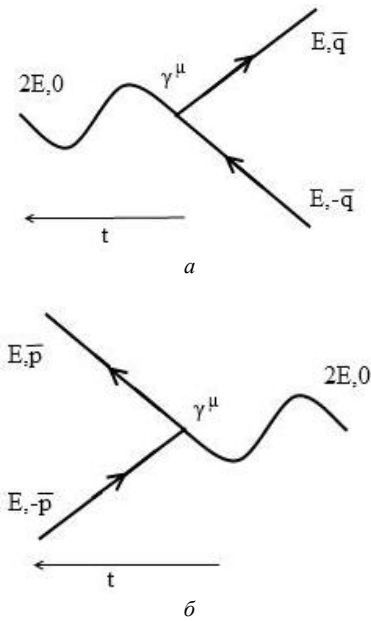


Рис. 2. Рождение и уничтожение электрон-позитронной пары

В вершину входит позитрон в конечном состоянии – биспинор $\bar{u}_2^+(-\vec{p})$ и выходит электрон – биспинор $\bar{u}_1^+(\vec{p})$. Схеме соответствует произведение матриц: $\bar{u}_1^+(\vec{p}) \gamma^\mu u_2^+(-\vec{p})$. В целом процесс виртуального уничтожения и рождения характеризуется амплитудой

$$T_e^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = -\frac{e^2}{4E^2} [\bar{u}_1^+(\vec{p}) \gamma^\mu u_2^+(-\vec{p})] \times \quad (15)$$

$$\times [\bar{u}_2^-(-\vec{q}) \gamma^\mu u_1^-(\vec{q})].$$

Перемножение матриц в этом выражении невозможно из-за неясности, к какой из матриц относится фактор вершины γ^μ .

Однако можно воспользоваться тем, что из матриц Дирака можно составить систему независимых величин, которые по своим трансформационным свойствам соответствуют скаляру S , четырехвектору V , четырехмерному антисимметричному тензору второго ранга T , аксиальному четырехвектору A и псевдоскаляру P [7]. Эта система матриц ($1, \gamma_\alpha, \sigma_{\alpha\beta}, \gamma_5 \gamma_\alpha, \gamma_5$) обладает свойствами полноты и поэтому любую билинейную комбинацию матриц можно представить в виде разложения



$$(\bar{a}Q_i b)(\bar{c}Q^i d) = \sum_k C_{ik}(\bar{a}Q_k d)(\bar{c}Q^k b). \quad (16)$$

В тождестве Фирца \bar{a} , b , \bar{c} , d – биспиноры, $Q_s = I$, $Q_v = \gamma_\alpha$, $Q_T = \sigma_{\alpha\beta}$, $Q_p = \gamma_5$, $Q_A = \gamma_5 \gamma_\alpha$:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma^5 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\sigma^{\alpha p} = \frac{1}{2}(\gamma^\alpha \gamma^p - \gamma^p \gamma^\alpha).$$

Пусть в разложении Фирца

$$\bar{a} = \bar{u}_1^+, \quad b = u_2^+, \quad \bar{c} = \bar{u}_2^-, \quad d = u_1^-.$$

Тогда обкладки операторов в левой части тождества Фирца (16) те же, что в обменном канале взаимодействия. В правой же части обкладки \bar{u}_1^+ , u_1^- , \bar{u}_2^- , u_2^+ те же, что и в амплитуде прямого взаимодействия $T_d^{(2)}$. Таким образом, тождество Фирца позволяет свести матричную структуру обменного взаимодействия к сумме прямых взаимодействий с ядрами Q_k .

В диаграмме прямого взаимодействия четырехимпульс виртуального фотона равен разности импульсов двух частиц $k_0 = 0$, $\vec{k} = \vec{p} - \vec{q}$, в диаграмме же аннигиляционного типа $k_0 = 2E$, $\vec{k} = 0$. В этой связи формулу

$$\Delta V^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = V^{(2)} - v_c$$

следует понимать как

$$\Delta V^{(2)} = V_d^{(2)} - v_c + V_e^{(2)}. \quad (17)$$

Добавочное расщепление основного уровня энергии

$$\Delta E_e = \frac{1}{(2\pi)^6} \int d\vec{p} d\vec{q} \psi_c^*(\vec{p}) V_e^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) \psi_c(\vec{q}), \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} V_e^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) &= T_e^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = \\ &= -\frac{e^2}{4E^2} [\bar{u}_1^+(\vec{p}) \gamma^\mu u_2^+(-\vec{p})] \times \\ &\quad \times [\bar{u}_2^-(\vec{q}) \gamma^\mu u_1^-(\vec{q})]. \end{aligned} \quad (19)$$

При трансформации этой формулы с помощью теоремы Фирца учтем, что сверхтонкое расщепление уровня энергии является следствием взаимодействия магнитных моментов частиц и поэтому математически его выражение должно быть пропорционально произведению $(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = \frac{1}{4}(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2)$:

$$\begin{aligned} \Delta E_e &= |\psi_c(0)|^2 \int d\vec{p} d\vec{q} \delta(\vec{p}) V_e^{(2)}(0, 0) \delta(\vec{q}) = \\ &= \frac{\alpha^3 \mu^3}{\pi} \frac{e^2}{8m^2} \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \Big|_{S=0}^{S=1} = \frac{1}{4} \alpha^4 m. \end{aligned} \quad (20)$$

Виртуальные превращения фотона в электрон-позитронную пару и пары электрон-позитрон в фотон оказывают важное влияние на электромагнитное взаимодействие частиц в релятивистской теории. Масса позитрона чрезвычайно мала по сравнению с массой водорода. Энергия ионизации позитрония равна 6.8 эВ (для водорода 13.55 эВ). Принципиально все эти явления объясняются прямым взаимодействием электрона и позитрона.

Итак, уровни энергии позитрония можно классифицировать по полному спину, принимающему значения $S = 0$ (для парапозитрония) и $S = 1$ (для ортопозитрония). Существенное отличие от других экзотических атомов – наличие аннигиляционного канала. Величина же расщепления основного уровня от аннигиляционного канала составляет

$$\Delta E_e = \frac{1}{4} \alpha^4 m, \quad \frac{\Delta E_d}{\Delta E_e} = \frac{4}{3} \approx 1.3,$$

и имеет тот же порядок, что и расщепление ΔE_d от прямого канала взаимодействия.

Таким образом, учитывая как прямой, так и аннигиляционный каналы взаимодействия, для полной поправки к основному уровню энергии позитрония за счет сверхтонкого расщепления с точностью до α^4 получаем

$$\Delta E^{th} = 2.0337 \times 10^5 \text{ МГц.}$$

Последняя величина может быть измерена экспериментально, например с помощью эффекта Зеемана в позитронии. Эксперимент с большой точностью дает значение



$$\Delta E^{\text{exp}} = 2,0336 \pm 0,0002 \times 10^5 \text{ МГц},$$

что хорошо согласуется с теоретическим результатом. Сравнение теоретического и экспериментального значений дает одно из важнейших подтверждений основных положений КЭД. Кроме того, оно может быть положено в основу прецизионного определения фундаментальных констант постоянных Ридберга и тонкой структуры α .

Теоретические данные о времени жизни парапозитрония можно получить исследуя обменные двухфотонные диаграммы (рис. 3).

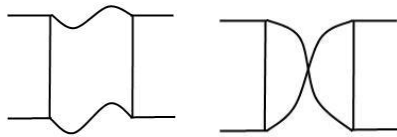


Рис. 3. Обменные двухфотонные взаимодействия парапозитрония

Сумма этих диаграмм имеет неупругое двухфотонное промежуточное состояние, поэтому мнимая часть соответствующего ей потенциала в области $E < 4m^2$ отлична от нуля. Для связанных состояний мнимая часть квазипотенциала, описывающая неупругие процессы, характеризует вероятность распада парапозитрония на два фотона. Применяя к рассматриваемым диаграммам фейнмановские правила соответствия, имеем

$$T^{(4)}(\vec{p}, \vec{q}, E) = -\frac{\alpha m}{2\pi^2} |\psi_c(0)|^2 \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{p} \frac{1}{p^4} T^{(4)}(\vec{p}, 0) + \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{q} \frac{1}{q^4} T^{(4)}(0, \vec{q}) \right\},$$

где

$$T^{(4)}(\vec{p}, \vec{q}) = -\bar{u}_1^+(\vec{p}) u_2^-(-\vec{q}) \times \bar{C} M_7 C \bar{u}_2^+(-\vec{p}) u_1^-(\vec{q}).$$

В приближении больших компонент, после выполнения контурного интегрирования и интегрирования по угловым переменным, находим:

$$\Delta E_i = \frac{4\alpha^2}{\pi m} |\psi_c(0)|^2 \langle 2 - S^2 \rangle \int_0^{\infty} \frac{dp}{p^2} \times \int_0^{\infty} dk \left\{ \frac{k}{(k+m)} \ln \frac{\sqrt{(k+p)^2 + m^2} + k + m}{(\sqrt{(k-p)^2 + m^2} + k + m)} - \frac{2k}{\sqrt{k^2 + m^2}} \ln \frac{\sqrt{(k+p)^2 + m^2} + \sqrt{k^2}}{(\sqrt{(k-p)^2 + m^2} + \sqrt{k^2})} + \right.$$

$$\left. + \frac{k}{(k-m+i\delta)} \ln \frac{\sqrt{(k+p)^2 + m^2} + k - m}{(\sqrt{(k-p)^2 + m^2} + k - m)} \right\}.$$

Действительная часть выражения ΔE_i представляет собой вклад в сверхтонкое расщепление S -состояния. Мнимая же часть величины дает вероятность распада позитрония на два фотона,

$$\text{Im} \Delta E_i = 2i\alpha^2 |\psi_c(0)|^2 \langle S^2 - 2 \rangle \times \int_0^{\infty} \frac{dp}{p^2} \int_0^{\infty} dk \delta(k-m) \ln \frac{(p^2 + 2k(m+p))}{(p^2 - 2k(m-p))},$$

и приводит к результату

$$\Delta W_{zj} = -2 \text{Im} \Delta E_i = \frac{\alpha^5 m}{2} = 0.804 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}.$$

Время жизни парапозитрония определяется как обратная величина

$$\tau = \frac{1}{\Delta W_{zj}} = (804 \times 10^7)^{-1} = 1.25 \times 10^{-10} \text{ с}.$$

Теоретическое значение τ подтверждается с хорошей точностью в эксперименте.

Теория водородоподобных систем имеет достаточно надежную основу, чего нельзя порой сказать о других разделах теории элементарных частиц [7]. Замечание это не потеряло актуальности и в настоящее время. Исследования спектров экзотических атомов играют важную роль в фундаментальных разделах физики, химии, астрофизики.

Авторы выражают благодарность профессору Р. Н. Фаустову за плодотворное творческое сотрудничество, профессору В. М. Аникину за внимание к работе.

Список литературы

1. Бархон Э. Экзотические атомы // УФН. 1972. Т. 106, № 3. С. 527–548.
2. Меньшиков Л. И., Елисеев М. К. Некоторые вопросы физики экзотических атомов // УФН. 2001. Т. 171, № 2. С. 149–185.
3. Бойкова Н. А., Тюхтяев Ю. Н., Фаустов Р. Н. Расчет поправок порядка $\alpha^6 \ln \alpha$ в сверхтонкое расщепление основного уровня позитрония от диаграмм прямого канала. Препринт Р2-81-457 / ОИЯИ. Дубна, 1981. 7 с.
4. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантовых полей. М.: Наука, 1980. 321 с.
5. Фаустов Р. Н. Квазипотенциальный метод в задаче о связанных состояниях двух частиц // Международная зимняя школа теоретической физики при ОИЯИ: курс лекций. Дубна, 1964. Т. 2. С. 108–116.
6. Fermi E. К теории β -лучей // Zeitschrift fur Physik. 1930. Vol. 60. P. 320–335.
7. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990. 346 с.