



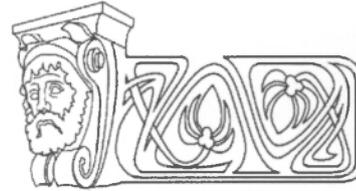
УДК 535.14; 536.75

НЕМАРКОВСКАЯ КВАНТОВАЯ РЕЛАКСАЦИЯ И ТЕОРИЯ ШИРИНЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

А.В. Горохов, В.В. Семин*

Самарский государственный университет
E-mail: gorokhov@ssu.samara.ru

* Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С.П. Королева
E-mail: veyvlet@mail.ru



Выведено квантовое уравнение релаксации с немарковскими поправками в приближении малого времени памяти. Рассчитаны корреляционные функции для одиночного двухуровневого атома и системы двух диполь-дипольно взаимодействующих атомов во внешних регулярных полях и выполнен расчет контура линии излучения. Учет немарковских эффектов приводит к более яркому проявлению диполь-дипольного взаимодействия.

Ключевые слова: двухуровневые атомы, немарковское кинетическое уравнение, короткая память, контур линии излучения.

Non-Markovian Quantum Relaxation and Theory of Spectral Lines Width

A.V. Gorokhov, V.V. Semin

The quantum equation of relaxation with non-Markovian terms in the approximation of short-time memory is derived. The correlation functions for a single two-level atom and system of two dipole-dipole interaction of atoms in the external regular fields and the contour of the radiation lines are calculated. Accounting Non-Markovian effects leads to a more vivid expression of dipole-dipole interaction.

Key words: two-level atoms, non-Markovian kinetic equation, short time memory, radiation line contour.

Введение

Теория марковских стохастических процессов является хорошо развитым и всесторонне исследованным разделом теории вероятностей и математической статистики [1]. Однако применение марковского приближения к физическим проблемам является зачастую необоснованным приближением. Так, например, броуновское движение малых частиц взвешенных в жидкости традиционно рассматривается как марковский процесс. Действительно, для длительных времен наблюдения за системой не обнаруживается никакой зависимости между координатой и скоростью частицы в соседних интервалах времени. Тем не менее при уменьшении времени наблюдения за частицей становятся заметными процессы ускорения и торможения, т.е. проявляется память [2]. На малых временах движение броуновской частицы является немарковским процессом.

В квантовой оптике марковское приближение при описании динамики систем двухуровневых атомов приводит к серьезному ограничению на форму квантового управляющего уравнения для системы, которое обязано иметь линдбладовскую форму [3]. Методам обобщения линдбладовского уравнения [4, 5], а также получению принципиально новых уравнений [6] в последнее время уделяется большое внимание.

В данной статье в приближении короткой памяти выведено немарковское кинетическое уравнение для одиночных двухуровневых атомов во внешнем лазерном поле и для системы двух диполь-дипольно взаимодействующих атомов.

1. Двухуровневый атом во внешнем поле

Рассмотрим двухуровневую систему, взаимодействующую со своим окружением и внешним лазерным полем.

1.1. Модель системы

Традиционно в квантовой теории релаксации квантово-механическая система делится на две взаимодействующие части: малую (динамическую) и большую (диссипативную), которая моделируется бесконечно большим набором гармонических осцилляторов.

Гамильтониан такой системы

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_B + \hat{H}_{int}, \quad (1)$$

где

$$\hat{H}_A = \hbar\omega_0\hat{\sigma}_z \quad (2)$$

– гамильтониан атома, выраженный через диагональный генератор группы SU(2), $\hbar\omega_0$ – энергетическое расстояние между уровнями в атоме;



$$\hat{H}_B = \sum_j \hbar \omega_j \hat{b}_j^* \hat{b}_j \quad (3)$$

– гамильтониан термостата, который моделируется (бесконечным) набором гармонических осцилляторов с частотой ω_j .

$$\hat{H}_{int} = \sum_j \hbar (f_j \hat{\sigma}_+ \hat{b}_j + \bar{f}_j \hat{\sigma}_- \hat{b}_j^*) \quad (4)$$

– оператор взаимодействия между атомом и термостатом, который записан в приближении вращающейся волны (ПВВ). Здесь f_j – константа взаимодействия j -го осциллятора с атомом; операторы $\hat{\sigma}_+$ и $\hat{\sigma}_-$ являются генераторами группы энергетического спина атома SU(2), а \hat{b}_j и \hat{b}_j^* – бозонные операторы рождения и уничтожения.

Кроме того, будем учитывать взаимодействие описываемой атомной системы с внешним лазерным возмущением. Данное взаимодействие описывается следующим образом [7]:

$$\hat{H}_{reg} = \hbar (\xi(t) \hat{\sigma}_+ + \bar{\xi}(t) \hat{\sigma}_-), \quad (5)$$

где $\xi(t) = \xi_0 e^{-i(\omega_0 - \Delta\omega)t}$ – функция, пропорциональная интенсивности внешнего поля, определяющая переходы между уровнями, $2\xi_0$ – частота Раби лазерного поля, $\Delta\omega$ – отстройка частоты лазерного поля от частоты атомного перехода. В результате полный гамильтониан системы будет иметь вид

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_B + \hat{H}_{int} + \hat{H}_{reg} \equiv \hat{H}_0 + \hat{H}_{int} + \hat{H}_{reg}. \quad (6)$$

Для дальнейших расчетов удобно перейти к представлению взаимодействия:

$$\begin{aligned} \hat{H}^i &= e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} (\hat{H}_{int} + \hat{H}_{reg}) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} = \\ &= \hbar (\xi(t) \hat{\sigma}_+ e^{i\omega_0 t} + \bar{\xi}(t) \hat{\sigma}_- e^{-i\omega_0 t}) + \\ &+ \sum_j \hbar (f_j \hat{\sigma}_+ \hat{b}_j e^{i(\omega_0 - \omega_j)t} + \bar{f}_j \hat{\sigma}_- \hat{b}_j^* e^{-i(\omega_0 - \omega_j)t}). \end{aligned} \quad (7)$$

1.2. Операторно-кинетическое уравнение

В рамках квантовой теории релаксации [7] с гамильтонианом (7) можно получить следующее уравнение:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{reg}(t), \hat{\rho}(0)] -$$

$$\begin{aligned} & - \frac{i}{\hbar} \sum_j \int_0^t d\tau \{ |f_j|^2 [\hat{\sigma}_- \hat{\sigma}_+ \hat{\rho}(t-\tau) - \\ & - \hat{\sigma}_+ \hat{\rho}(t\tau) \hat{\sigma}_-] e^{-i(\omega_0 - \omega_j)\tau} N + \\ & + |f_j|^2 [\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- \hat{\rho}(t-\tau) - \hat{\sigma}_- \hat{\rho}(t-\tau) \hat{\sigma}_+] e^{i(\omega_0 - \omega_j)\tau} \times \\ & \times (N+1) + h.c. \}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $N = \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_j}{k_b T}\right) - 1 \right]^{-1}$ – среднее число бозонов в резервуаре на частоте ω_j .

Следуя работе [8], будем предполагать, что система обладает коротким временем памяти τ , малым по сравнению с характерным временем релаксации τ_{relax} . Тогда матрицу плотности можно разложить в ряд по τ , ограничиваясь первым порядком

$$\hat{\rho}(t-\tau) \approx \hat{\rho}(t) - \tau \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}. \quad (9)$$

Первое слагаемое в разложении соответствует марковскому приближению, а второе слагаемое учитывает эффекты памяти для коротких времен.

С учетом (9) уравнение (8) для нулевой температуры принимает вид

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{reg}(t), \hat{\rho}(0)] - \hat{L}_M \hat{\rho} - \hat{L}_{NM} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}, \quad (10)$$

где

$$\hat{L}_M \hat{A} = \frac{\gamma}{2} (\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- \hat{A} - 2\hat{\sigma}_- \hat{A} \hat{\sigma}_+ + \hat{A} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-),$$

$$\hat{L}_{NM} \hat{A} = \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial(i\omega_0)} (\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- \hat{A} - 2\hat{\sigma}_- \hat{A} \hat{\sigma}_+ + \hat{A} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-).$$

Здесь γ – константа релаксации, традиционно возникающая при выводе кинетических уравнений.

Эффекты памяти являются следствием взаимодействия атома с термостатом. Имея это в виду, заменим производную в правой части (10) марковским членом, что соответствует следующему порядку итерации в так называемой TCL технике проекционного оператора [9]:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\hat{L}_M \hat{\rho}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в уравнение (10), после некоторых преобразований получим:



$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{reg}(t), \hat{\rho}(0)] - \frac{\gamma}{2} (\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- \hat{\rho} - 2\hat{\sigma}_- \hat{\rho} \hat{\sigma}_+ + \hat{\rho} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-) - ic[\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-, \hat{\rho}] \quad (12)$$

где $c = \frac{\gamma}{4} \frac{\partial \gamma}{\partial \omega_0}$.

Данное уравнение является более простым по сравнению с традиционными интегродифференциальными уравнениями и справедливо для процессов с короткими временами памяти.

1.3. Спектр излучения

Спектр излучения для стационарного процесса определяется следующей формулой [7]:

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \langle \sigma_+(\tau) \sigma_-(0) \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (13)$$

Используя квантовую теорему регрессии [10], можно показать, что корреляционная функция определяется следующим выражением:

$$\langle \sigma_+(\tau) \sigma_-(0) \rangle = e^{i\omega_0 \tau} \langle b | \rho_i(\tau) a \rangle, \quad (14)$$

где $\rho_i(0) = \sigma_- \rho(0)$, $|a\rangle$, $|b\rangle$ – вектора верхнего и нижнего состояний атома соответственно.

Спектр резонансной флуоресценции, полученный численным решением операторно-кинетического уравнения (12), после интегрирования (13) представлен на рис. 1.

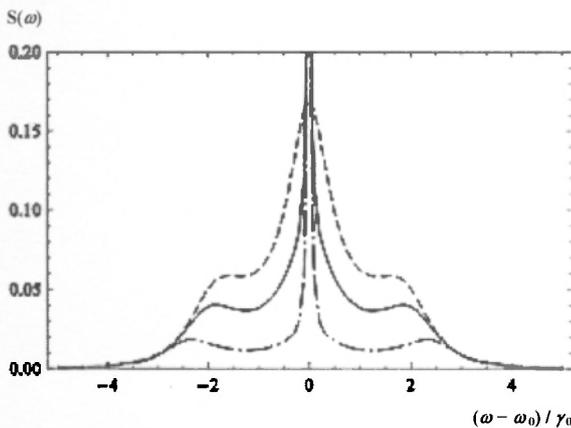


Рис. 1. Спектр резонансной флуоресценции двухуровневого атома в немарковском случае. Параметры в системе: $\xi_0 = 1$, $\gamma_0 = 1$. Сплошная кривая – $c = 3$, штрих-пунктирная кривая – $c = 6$, пунктирная кривая – $c = 0$ (марковский случай)

Из него видно, что немарковость процесса достаточно сильно влияет на спектр резонансной флуоресценции. По сравнению с марковским случаем спектральные кривые являются более узкими. Интенсивность немарковской флуоресценции ниже, чем в марковском случае. На частоте перехода наблюдается дельта-образный пик, свидетельствующий о переизлучении атомом частоты падающего поля. Результаты качественно хорошо соответствуют результатам, полученным в работе [11].

Для атома в отсутствие внешнего поля $\xi = 0$ удается получить аналитическое выражение для контура линии излучения:

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{8\gamma}{4\gamma^2 + (b\gamma - 4\omega + 4\omega_0)^2} \quad (15)$$

Контур представляет собой лоренцеву кривую, смещенную на величину $\gamma b/4$, где $b = \partial\gamma/\partial\omega_0$.

2. Система диполь-дипольно взаимодействующих атомов

Сдвиг максимума спектральной кривой достаточно тяжело обнаружить экспериментально. Однако данный факт может проявить себя при наблюдении за двумя взаимодействующими атомами. Рассмотрим далее такую систему.

2.1. Модель и операторно-кинетическое уравнение

Рассмотрим два идентичных диполь-дипольно взаимодействующих двухуровневых атома в тепловом резервуаре на расстоянии R друг от друга. Пусть на систему падает волна накачки с волновым вектором \vec{k} , которая индуцирует дипольные моменты атомов, и атомы начинают взаимодействовать диполь-дипольным образом, после чего волна накачки затухает. Нас будут интересовать спектральные свойства света, излученного системой.

Гамильтониан такой системы

$$H = \bar{H}_A + \bar{H}_B + H_{int} + H_{AA} + H_{BB}, \quad (16)$$

где $H_A = \hbar\omega_0 \sum_p \sigma_p^z$ – гамильтониан свободных атомов, ω_0 – частота переходов в атоме, σ_p^z – диагональный генератор группы SU(2);



$H_T = \hbar \sum_k \omega_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k$ – гамильтониан термостата (теплового резервуара), ω_k – частота k -го фотона, b_k^\dagger и b_k – операторы рождения и уничтожения k -го фотона; $H_{int} = \hbar \sum_{k,p} (g_{kp} b_k \sigma_p^\dagger e^{ikR_p} + h.c.)$ – гамильтониан взаимодействия атома и термостата, g_{kp} – константа взаимодействия атома с термостатом, σ_p^\dagger – повышающий и понижающий атомные операторы, \vec{R}_p – радиус-вектор p -го атома, \vec{k} – волновой вектор; $H_{AA} = \sum_{p \neq p'} V_{pp'} \sigma_p^\dagger \sigma_{p'}$ – гамильтониан диполь-дипольного взаимодействия, $V_{pp'}$ – константа диполь-дипольного взаимодействия; $H_{AF} = - \sum_p \left\{ (\vec{d}_p \vec{E}_0) \exp[i(\vec{k} \vec{R}_p - \omega t)] \sigma_p^\dagger + h.c. \right\}$ – гамильтониан взаимодействия атомов с полем падающей лазерной волны, \vec{d}_p – переходной дипольный момент p -го атома.

Путем итерирования по константам взаимодействия атомов и термостата из квантового уравнения Лиувилля с гамильтонианом (16), как в предыдущем разделе, легко получается следующее интегродифференциальное уравнение [7]:

$$\frac{\partial \rho_{AT}(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H_{AA}(t), \rho_{AT}(t)] - \frac{i}{\hbar} [H'(t), \rho_{AT}(0)] - \quad (17)$$

$$- \frac{1}{\hbar^2} \int [H'(t), [H'(t-t'), \rho_{AT}(t-t')]] dt',$$

где $H'(t)$ – гамильтониан взаимодействия в представлении взаимодействия, ρ_{AT} – матрица плотности атома и термостата.

Поскольку мы интересуемся динамикой только атомной подсистемы, возьмем след по переменным термостата и предположим, что состояния термостата распределены по некоррелированной тепловой смеси состояний. Тогда средние значения переменных термостата будут следующими [7]:

$$\begin{aligned} \langle b_j \rangle &= \langle b_j^\dagger \rangle = 0, \\ \langle b_j^\dagger b_j^\dagger \rangle &= (N+1) \delta_{jj'}, \\ \langle b_j^\dagger b_j \rangle &= N \delta_{jj'}, \\ \langle b_j^\dagger b_j^\dagger \rangle &= \langle b_j b_j \rangle = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

где $N = \left[\exp\left(\frac{\hbar \omega_j}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}$ – среднее число бо- зонов в резервуаре на частоте ω_j при темпе- ратуре T , k_B – постоянная Больцмана.

Учитывая, что термостат является систе- мой со множеством степеней свободы, мож- но предположить, что никакие изменения, происходящие с динамической подсистемой, не могут заметным образом изменить состо- яние термостата (приближением необрати- мости для матрицы плотности), т.е. $\rho_{AT}(t') = \rho_A(t') \otimes \rho_T(0)$. Тогда с учетом (18) уравнение (17) сводится к уравнению, кото- рое описывает только динамическую систе- му. Влияние термостата учитывается через средние значения (18).

Предположим, как и раньше, что время $t' \ll t$, т.е. время наблюдения за системой значительно больше, чем характерный вре- менной интервал памяти. Тогда мы можем разложить в ряд матрицу плотности под ин- тегралом и ограничимся только двумя чле- нами:

$$\rho(t-t') = \rho(t) - \frac{\partial \rho}{\partial t} t'. \quad (19)$$

Первое слагаемое в этом разложении со- ответствует марковскому приближению, ура- внение для которого хорошо известно [12], а второе слагаемое учитывает появление крат- ковременной памяти.

Подставляя (19) в уравнение (17) после достаточно громоздких преобразований для $N = 0$ получим следующее операторно-кине- тическое уравнение:

$$\dot{\rho} = \frac{i}{\hbar} [H_{AA}, \rho(t)] + \hat{L}_{\dots} \rho(t) + \hat{L}_{NM} \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (20)$$

где \hat{L}_M и \hat{L}_{NM} – супероператоры, описы- вающие марковскую и немарковскую релакса- цию соответственно.

К сожалению, методы нахождения ре- шений этого уравнения не известны, поэтому в [13] было предложено производную в пра- вой части заменить марковским членом, что является подобием TCL метода проекцион- ного оператора [14]. В результате получаем:



$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & i \sum_{p \neq p'} [\sigma_p^+ \sigma_{p'}^-, \rho(t)] g_{pp'} - \\ & - \sum_{pp'} \frac{\gamma_{pp'}}{2} (\rho \sigma_p^+ \sigma_{p'}^- + \sigma_p^+ \sigma_{p'}^- \rho - \sigma_{p'}^- \rho \sigma_p^+) + \\ & + \frac{i}{4} \sum_{pp'} \gamma_{pp'} \frac{\partial \gamma_{pp'}}{\partial \omega} (-2(\sigma_p^+ \sigma_{p'}^- \sigma_{p'}^- \rho \sigma_p^+ - \\ & - \sigma_{p'}^- \rho \sigma_p^+ \sigma_{p'}^-) + [\sigma_p^+ \sigma_{p'}^- \sigma_p^+ \sigma_{p'}^-, \rho]), \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} g_{12} = g_{21} = & \frac{3\gamma_0}{4} \times \\ & \times \left\{ -[\bar{\mu}_1 \bar{\mu}_2 - (\bar{\mu}_1 \bar{e}_R)(\bar{\mu}_2 \bar{e}_R)] \frac{\cos(kR)}{kR} + \right. \\ & \left. + [\bar{\mu}_1 \bar{\mu}_2 - 3(\bar{\mu}_1 \bar{e}_R)(\bar{\mu}_2 \bar{e}_R)] \left[\frac{\sin(kR)}{(kR)^2} + \frac{\cos(kR)}{(kR)^3} \right] \right\}, \\ \gamma_{11} = \gamma_{22} = & \gamma_0, \\ \gamma_{12} = \gamma_{21} = & \frac{3\gamma_0}{2} \left\{ [\bar{\mu}_1 \bar{\mu}_2 - (\bar{\mu}_1 \bar{e}_R)(\bar{\mu}_2 \bar{e}_R)] \frac{\sin(kR)}{kR} + \right. \\ & \left. + [\bar{\mu}_1 \bar{\mu}_2 - 3(\bar{\mu}_1 \bar{e}_R)(\bar{\mu}_2 \bar{e}_R)] \left[\frac{\cos(kR)}{(kR)^2} - \frac{\sin(kR)}{(kR)^3} \right] \right\} = \gamma_0 \phi. \end{aligned}$$

Здесь $\gamma_0 = \frac{4\mu^2 \omega_0^3}{3c^3 \hbar}$ – стандартная константа релаксации, которая получается в теории

$$S(\omega) = Re \left(\frac{8i((D-4\omega_c)\rho_{ss} + (C-4\omega_c)\rho_{uu})\cos^2(\alpha)}{\pi(A-4g-2i\gamma_0(\phi+1)+4\omega_c)(-B+4g-2i\gamma_0(\phi+3)+4\omega_c)} - \frac{8i\sin^2(\alpha)\rho_{si}}{\pi(A-4g-2i\gamma_0(\phi-1)-4\omega_c)} \right), \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} A = & \gamma_0 \partial_\omega \gamma_0 + \gamma_{12} \partial_\omega \gamma_{12}, \\ B = & -\gamma_0 \partial_\omega \gamma_0 + \gamma_{12} \partial_\omega \gamma_{12}, \\ C = & A + 2\gamma_0 \partial_\omega \gamma_{12} + 2\gamma_{12} \partial_\omega \gamma_0 + \\ & + 4g_{12} - 6i(\gamma_0 - \gamma_{12}), \\ D = & B - 4g_{12} + 2i(3\gamma_0 + \gamma_{12}), \\ \alpha = & \Delta \bar{k} \bar{R} / 2, \quad \omega_c = \omega - \omega_0. \end{aligned}$$

Соответствующие графики представлены на рис. 2. Хорошо видно, что с ростом параметра немарковости $\gamma_0 \frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega}$ контур деформируется и его максимумы смещаются. Это связано, по всей видимости, с деформацией структуры энергетических уровней, к которым приводят эффекты памяти. Данный факт, как нам кажется, может быть обнаружен при проведении прецизионных экспериментов с атомами в ловушках.

одного атома, R – расстояние между атомами, $\bar{\mu}_p$ – единичный вектор дипольного момента p -го атома, \bar{e}_R – единичный вектор в направлении R .

2.2. Контур спектральной линии

Как было показано в статье [15], контур линии излучения определяется формулой

$$\begin{aligned} S(\omega, \Delta \bar{k}) = & \frac{1}{\pi} Re \left\{ \int_0^\infty (\langle \sigma_1^+(t) \sigma_1^-(0) \rangle + \right. \\ & \left. + \langle \sigma_2^+(t) \sigma_2^-(0) \rangle) e^{-i\omega t} dt + \right. \\ & \left. + \cos(\Delta \bar{k} \bar{R}) \int_0^\infty (\langle \sigma_2^+(t) \sigma_1^-(0) \rangle + \right. \\ & \left. + \langle \sigma_1^+(t) \sigma_2^-(0) \rangle) e^{-i\omega t} dt \right\}, \end{aligned}$$

где $\Delta \bar{k} = \bar{k}' - \bar{k}$ – разность волновых векторов падающей и излученной волн, \bar{R} – вектор, направленный от одного атома к другому, его модуль равен расстоянию между атомами. Слагаемые, пропорциональные $\cos(\Delta \bar{k} \bar{R})$, описывают интерференцию излучения, исходящего от разных атомов.

Используя квантовую теорему регрессии [10], из решения уравнения (21) можно построить контур линии излучения, который имеет вид

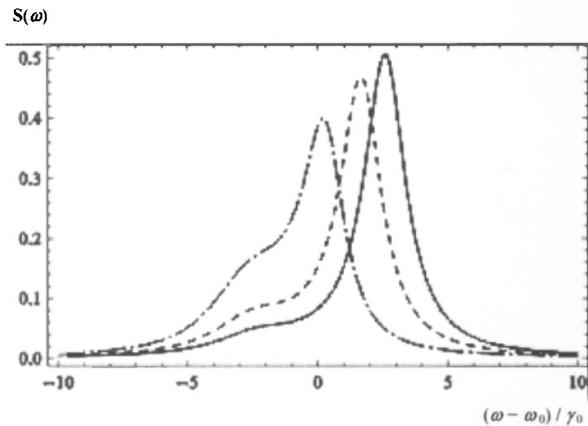


Рис. 2. Контур линии излучения взаимодействующих двухуровневых атомов в немарковском случае. Параметры в системе: $kR = \pi/5$, $\gamma_0 = 1$, $\Delta \bar{k} \bar{R} = \pi/6$, $\rho_{ss} = 0.8$, $\rho_{uu} = 0.1$, $\rho_{su} = 0.1$, $\rho_{su} = 0$. Сплошная кривая – $\gamma_0 \frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega} = 0$ (марковский случай), штрих-пунктирная кривая – $\gamma_0 \frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega} = 5$, пунктирная кривая – $\gamma_0 \frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega} = 2$



Заключение

В работе рассмотрена квантовая немарковская релаксация для двухуровневого атома во внешнем лазерном и системы из двух идентичных взаимодействующих атомов в приближении короткой памяти.

В случае одиночного атома показано, что учет эффектов памяти приводит к смещению максимума спектральной линии. Смещение зависит от постоянной распада и деформирует спектр флуоресценции атома во внешнем поле.

В приближении короткой памяти построено немарковское обобщение операторного кинетического уравнения для двух идентичных диполь-дипольно взаимодействующих атомов. На основе решения полученного уравнения аналитически построен контур линии излучения. Показано, что немарковость приводит к его заметным деформациям. Данный факт может наблюдаться в прецизионных экспериментах с атомами в ловушках.

Заметим, что полученное немарковское квантовое кинетическое уравнение сохраняет все привлекательные черты соответствующего марковского уравнения, а именно сохраняется след матрицы плотности и ее эрмитовость. Выведенное уравнение имеет достаточно простую структуру по сравнению с традиционными немарковскими уравнениями, что позволило найти его аналитические решения и рассчитать двухвременные атомные корреляторы в случае одного и двух двухуровневых атомов.

Список литературы

1. Вентцель А.Д., Фрейдлин М.И. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений. М.: Наука, 1979. 424 с.
2. Ван Кампен Н.Г. Стохастические процессы в физике и химии. М.: Высш. шк., 1990. 376 р.
3. Lindblad G. On the generators of quantum dynamical semi-groups // Commun. Math. Phys. 1976. Vol.48, №2. P.119–130.
4. Budini A.A. Stochastic representation of a class of non-Markovian completely positive evolution // Phys. Rev. A. 2004. Vol.69. P.042107(1)–042107(12).
5. Shabani A., Lidar D.A. Completely positive post-Markovian master equation via a measurement approach // Phys. Rev. A. 2001. Vol.71. P.020101(R)1–020101(R)4.
6. Gainutdinov R. Kh. Nonlocal interaction and quantum dynamics // J. Phys. A: Math. Gen. 1999. Vol.32. P.5657–5678.
7. Скалли М.О., Зубайри М.С. Квантовая оптика. М.: Физматлит, 2003. 512 с.
8. Gangopadhyay G. Ray D. Non-Markovian master equation for linear and nonlinear systems // Phys. Rev. A. 1992. Vol.46, №3. P.1507–1515.
9. Breuer H.-P., Petruccione F. The Theory of Open Quantum Systems. Oxford: Oxford University Press, 2002. 630 p.
10. Lax M. Noise. XI. Multitime correspondence between quantum and classical stochastic processes // Phys. Rev. 1968. Vol.172. P.350–361.
11. Budini A.A. Open quantum system approach to single-molecule spectroscopy // Phys. Rev. A. 2009. Vol.79. P.043804(1-17).
12. Kurizki G., Ben-Reuven A. Theory of cooperative fluorescence from products of reactions or collisions: identical neutral atomic fragments // Phys. Rev. A. 1987. Vol.36. P.90–102.
13. Gangopadhyay G. Non-Markovian master equation for linear and nonlinear systems // Phys. Rev. A. 1992. Vol.46. P.1507–1515.
14. Breuer H.-P., Petruccione F. The Theory of Open Quantum Systems. Oxford: Oxford University Press, 2002. 645 p.
15. Горохов А.В., Семин В.В. Расчет спектра флуоресценции для двух взаимодействующих атомов // Оптика и спектроскопия. 2009. Т.107, №4. С.617–622.

УДК 533.9, 539.1

ТОЧНО РЕШАЕМАЯ МОДЕЛЬ МГНОВЕННОГО ВКЛЮЧЕНИЯ ПОЛЯ В КИНЕТИКЕ ВАКУУМНОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ

Д.Б. Блашке, В.В. Дмитриев*, П.И. Смолянский*, С.А. Смолянский*, А.В. Чертилин*

Институт теоретической физики, Вроцлав, Польша.

Лаборатория теоретической физики ОИЯИ им. Н.Н. Боголюбова, Дубна, Россия

* Саратовский государственный университет

E-mail: smol@sgu.ru

Получено точное решение непertурбативных кинетических уравнений, описывающих вакуумное рождение фермионных и бозонных пар в линейно-поляризованном мгновенно включаемом электрическом поле. Показано, что найденные распределения нормированы, в отличие от случая произвольно зависящих от времени внешних полей. Найдены соответствующие перенорми-

рованные функции распределения. Полученные результаты могут быть использованы для вычисления верхних оценок наблюдаемых величин порожденной из вакуума плазмы под действием более реалистических коротких импульсов электрического поля.
Ключевые слова: вакуумное рождение, электрон-позитронная плазма, кинетическое уравнение, эффект Швингера.

