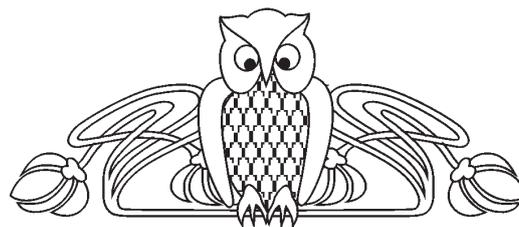




УДК 537.86:530.182

СИНХРОНИЗАЦИЯ ХИМЕРНЫХ СТРУКТУР В АНСАМБЛЯХ НЕЛОКАЛЬНО СВЯЗАННЫХ КУБИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ

И. А. Холуянова, С. А. Богомолов, В. С. Анищенко



Холуянова Инна Александровна, магистрант кафедры радиофизики и нелинейной динамики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, kholuianova@gmail.com

Богомолов Сергей Алексеевич, магистрант кафедры радиофизики и нелинейной динамики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, bogomolov22@gmail.com

Анищенко Вадим Семенович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, wadim@info.sgu.ru

Исследуются явления взаимной и внешней синхронизации химерных структур в двух связанных ансамблях из дискретных отображений. Каждый из ансамблей представляет собой одномерное кольцо из нелокально связанных кубических отображений. Подбором параметров режим колебаний индивидуальных осцилляторов соответствовал хаотическому. С целью реализации отличающихся пространственно-временных структур в ансамблях, при отсутствии связи между ними, вводилась расстройка по параметрам нелинейности индивидуальных осцилляторов первого и второго ансамблей. Исследованы явления внешней и взаимной синхронизации химерных состояний при взаимодействии ансамблей. При внешней синхронизации рассматривались режимы одностороннего воздействия элементов второго ансамбля на первый при условии, что реализующиеся структуры в ансамблях при отсутствии связи были различными. Взаимная синхронизация исследовалась при введении симметричной двухсторонней связи. Установлено явление как внешней, так и взаимной корреляции. Эффект синхронизации диагностировался вначале по сходству элементов в пространстве ансамблей. Для количественной диагностики идентичности синхронных структур проводился расчет коэффициентов взаимной корреляции между соответствующими осцилляторами первого и второго ансамблей. Аналогичным методом определялась и область синхронизации в пространстве параметров. Режимам синхронизации отвечало условие близости величины коэффициента корреляции к единице.

Ключевые слова: ансамбль связанных осцилляторов, нелокальная связь, синхронизация, химеры, кубическое отображение.

DOI: 10.18500/1817-3020-2018-18-2-103-111

Введение

Исследования коллективной динамики сложных систем находятся в центре внимания многие годы. Установлено, что в ансамблях связанных нелинейных осцилляторов образуются регулярные и хаотические пространственно-временные структуры, наблюдаются эффекты синхронизации, пространственная перемежаемость и др. [1–11]. Сравнительно недавно были открыты так называемые «химерные структуры», для которых характерно сосуществование когерентных (синхронных) и некогерентных (асинхронных) кластеров с четко обозначенными границами в пространстве элементов ансамбля [12–14]. Химерные структуры реализуются в ансамблях, как правило, при условии нелокальной связи между элементами. При нелокальной связи каждый индивидуальный элемент ансамбля взаимодействует с конечным числом ближайших соседних элементов. Отметим, что исследования динамики ансамблей ранее проводились для условий локальной связи, когда каждый элемент взаимодействовал лишь с соседним. И для таких ансамблей во многих работах было установлено и исследовано явление синхронизации пространственно-временных структур [3].

В настоящей работе рассматривается динамика двух связанных ансамблей из хаотических отображений с нелокальной связью. Каждый из ансамблей реализует химерные структуры, и целью работы является анализ взаимной и внешней синхронизации химерных структур при вариации коэффициента связи между ансамблями.

Исследуемая модель

Рассмотрим динамику двух замкнутых в кольцо одномерных ансамблей из кубических отображений, связанных между собой по схеме, изображенной на рис. 1.

Поведение индивидуальных осцилляторов задается кубическим отображением, а каждый осциллятор с номером i ($i = 1, 2, \dots, N$) связан с соответствующим осциллятором второго кольца коэффициентами связи γ_{12} и γ_{21} (см. рис. 1).

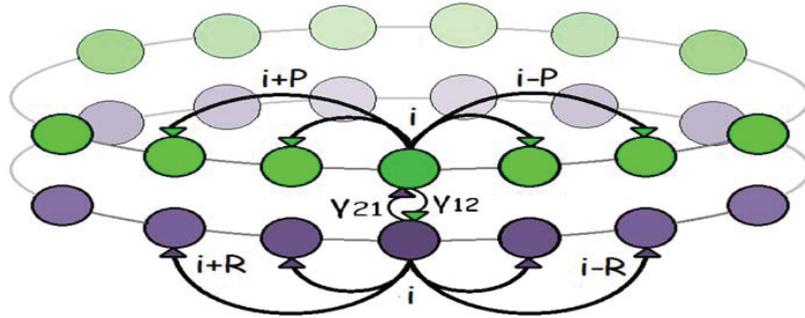


Рис. 1. Схема двух связанных ансамблей, каждый из которых представляет собой кольцо из нелокально связанных хаотических отображений

Fig. 1. Scheme of two coupled ensembles, each representing a ring of nonlocally coupled chaotic maps

Уравнения ансамблей запишем в виде

$$\begin{cases} x_i^{t+1} = f(x_i^t) + \frac{\sigma_1}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j^t) - f(x_i^t)] + \gamma_{12} F_i^t, \\ y_i^{t+1} = g(y_i^t) + \frac{\sigma_2}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [g(y_j^t) - g(y_i^t)] + \gamma_{21} G_i^t, \end{cases} \quad (1)$$

где x_i и y_i – вещественные переменные, t – дискретное время, P и R – число соседей в первом и втором кольцах, $f(x_i^t) = [a_1 x_i^t - (x_i^t)^3] \exp\left(-\frac{(x_i^t)^2}{B}\right)$,

$$g(y_i^t) = [a_2 y_i^t - (y_i^t)^3] \exp\left(-\frac{(y_i^t)^2}{B}\right), \quad \sigma_{1,2} - \text{коэффициенты нелокальной связи. Фиксируемый параметр } B = 10. \text{ Функции } F_i^t = (g(y_i^t) - f(x_i^t)) \text{ и } G_i^t = (f(x_i^t) - g(y_i^t)) \text{ описывают диффузионную связь между элементами колец. Количество}$$

осцилляторов в ансамблях положим $N = 1000$. Число соседних осцилляторов слева и справа от i -го осциллятора в системах примем $P = R = 250$. Система уравнений (1) решалась численно при периодических граничных условиях и задании начальных условий x_i^0 и y_i^0 ($i = 1, 2, \dots, N$), случайно распределенных по ансамблю в интервале $[0, 1]$.

Взаимная синхронизация

Для анализа эффекта взаимной синхронизации в уравнениях (1) введем симметричную связь между ансамблями, положив $\gamma_{12} = \gamma_{21} = \gamma$, и расстройку по управляющим параметрам a и σ . Выберем значения $a_1 = 3.4$, $\sigma_1 = 0.55$ и $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$. В этом случае в отсутствие связи в ансамблях реализуются различающиеся химерные структуры, показанные на рис. 2.

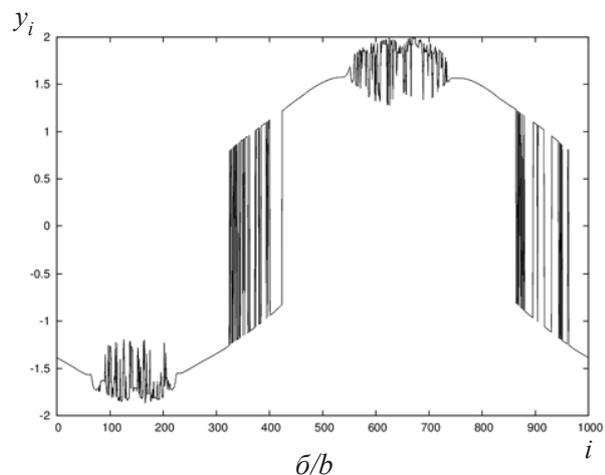
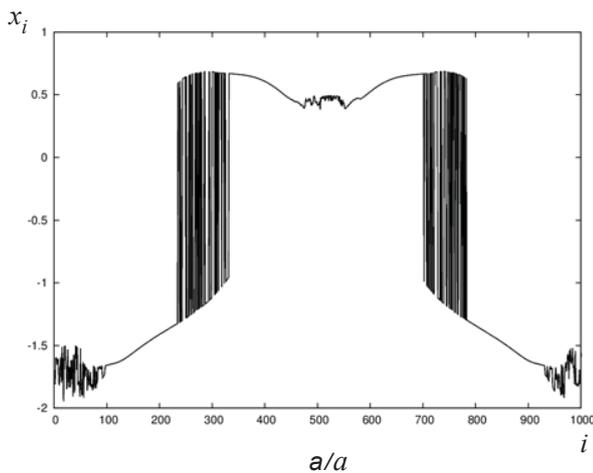


Рис. 2. Мгновенные профили амплитуд x_i (а) и y_i (б) в фиксированный момент времени $t = t^*$ в отсутствие связи $\gamma = 0$. Параметры: $a_1 = 3.4$, $\sigma_1 = 0.55$ и $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$

Fig. 2. Snapshots of amplitudes x_i (a) and y_i (b) at a fixed time $t = t^*$ without coupling $\gamma = 0$. System parameters: $a_1 = 3.4$, $\sigma_1 = 0.55$ and $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$



Для изображения химерных структур используем метод расчета мгновенного профиля амплитуд элементов ансамблей x_i и y_i в фиксированный момент времени $t = t^*$ [15–18].

Как видно из рис. 2, химерные структуры в ансамблях x_i и y_i различаются. Рассмотрим, что будет происходить с введением связи $\gamma > 0$. Результаты представлены на рис. 3. Как следует из рис. 3, с ростом коэффициента связи γ химерные структуры в ансамблях x_i и y_i сближаются и при

$\gamma = 0.2$ практически полностью совпадают, свидетельствуя о синхронизации мгновенных профилей. Однако для вывода об эффекте взаимной синхронизации этих результатов недостаточно. Необходимо доказать, что осцилляторы x_i и y_i совершают синхронные колебания во времени и синхронизация реализуется в конечной области параметров. С целью обоснования выполнения указанных условий проводились расчеты коэффициентов взаимной корреляции $R_i(2)$ [19].

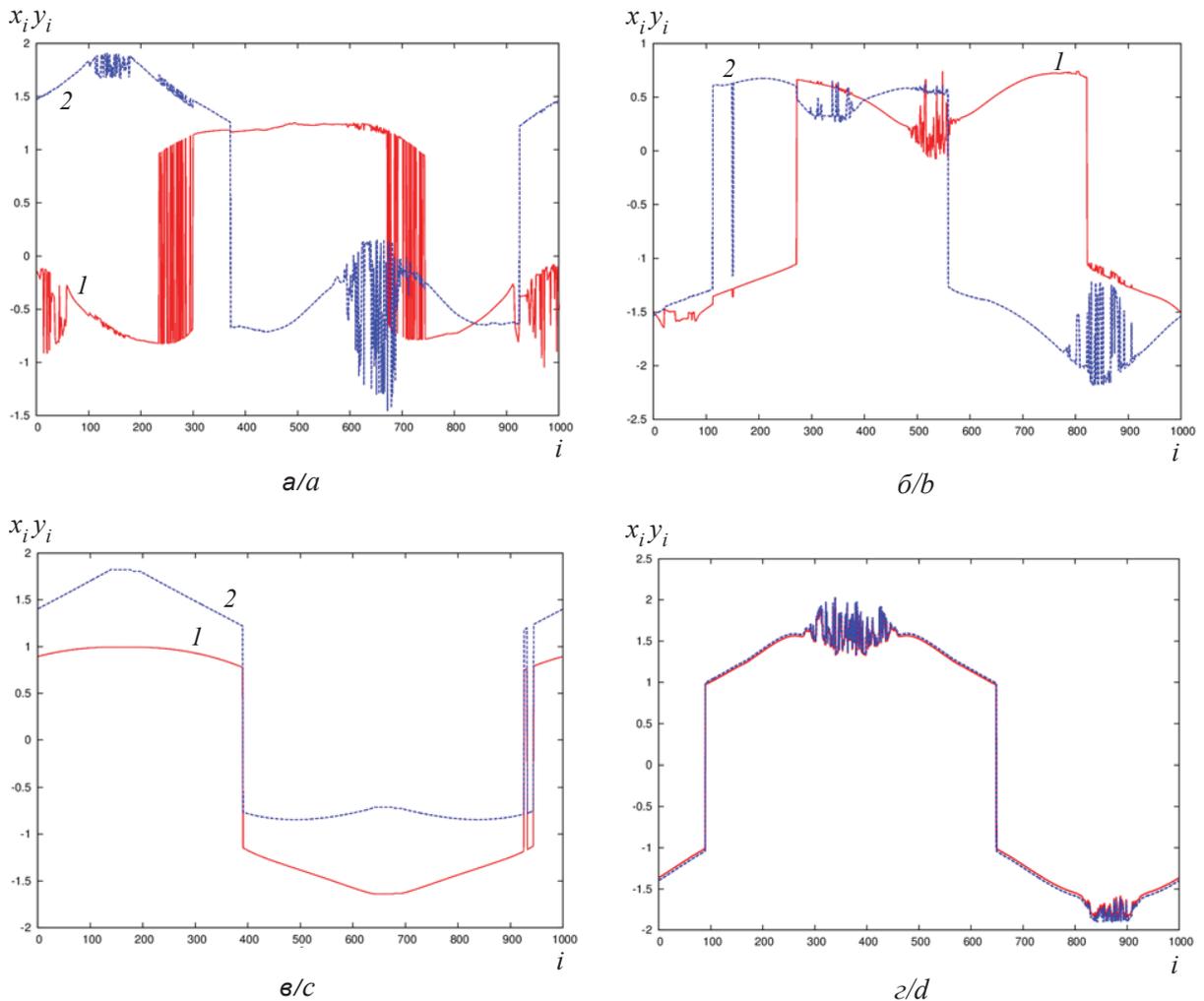


Рис. 3. Эволюция мгновенных профилей в ансамблях x_i (1) и y_i (2) с увеличением коэффициента связи γ : 0.016 (а), 0.034 (б), 0.106 (в), 0.2 (г)

Fig. 3. Evolution of snapshots in ensembles x_i (1) and y_i (2) with increasing the coupling coefficient γ : 0.016 (a), 0.034 (b), 0.106 (c), and 0.2 (d)

Коэффициент взаимной корреляции R_i введем следующим образом:

$$R_i = \frac{\langle \tilde{x}_i(t) \tilde{y}_i(t) \rangle}{\sqrt{\langle \tilde{x}_i(t) \rangle \langle \tilde{y}_i(t) \rangle}}, \quad (2)$$

где $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - \langle x_i(t) \rangle$, $\tilde{y}_i(t) = y_i(t) - \langle y_i(t) \rangle$. Угловые скобки $\langle \dots \rangle$ в уравнении (2) означают усреднение по времени. В случае, когда индивидуальные осцилляторы с номером i совершают синхронные во времени колебания, R_i будет равен



единице. В асинхронном режиме $R_i < 1$. Результаты расчетов R_i для режимов, показанных на рис. 3, представлены на рис. 4.

Как видно из рис. 4, коэффициент взаимной корреляции R_i существенно меньше единицы в отсутствие синхронизации (рис. 4, *a–в*) и прак-

тически равен единице ($0.99 < R_i < 1$) в режиме синхронизации химерных структур (рис. 4, *г*). Таким образом, результат, представленный на рис. 3, *г*, действительно характеризует эффект взаимной синхронизации химерных структур в системе (1) с точки зрения их идентичности.

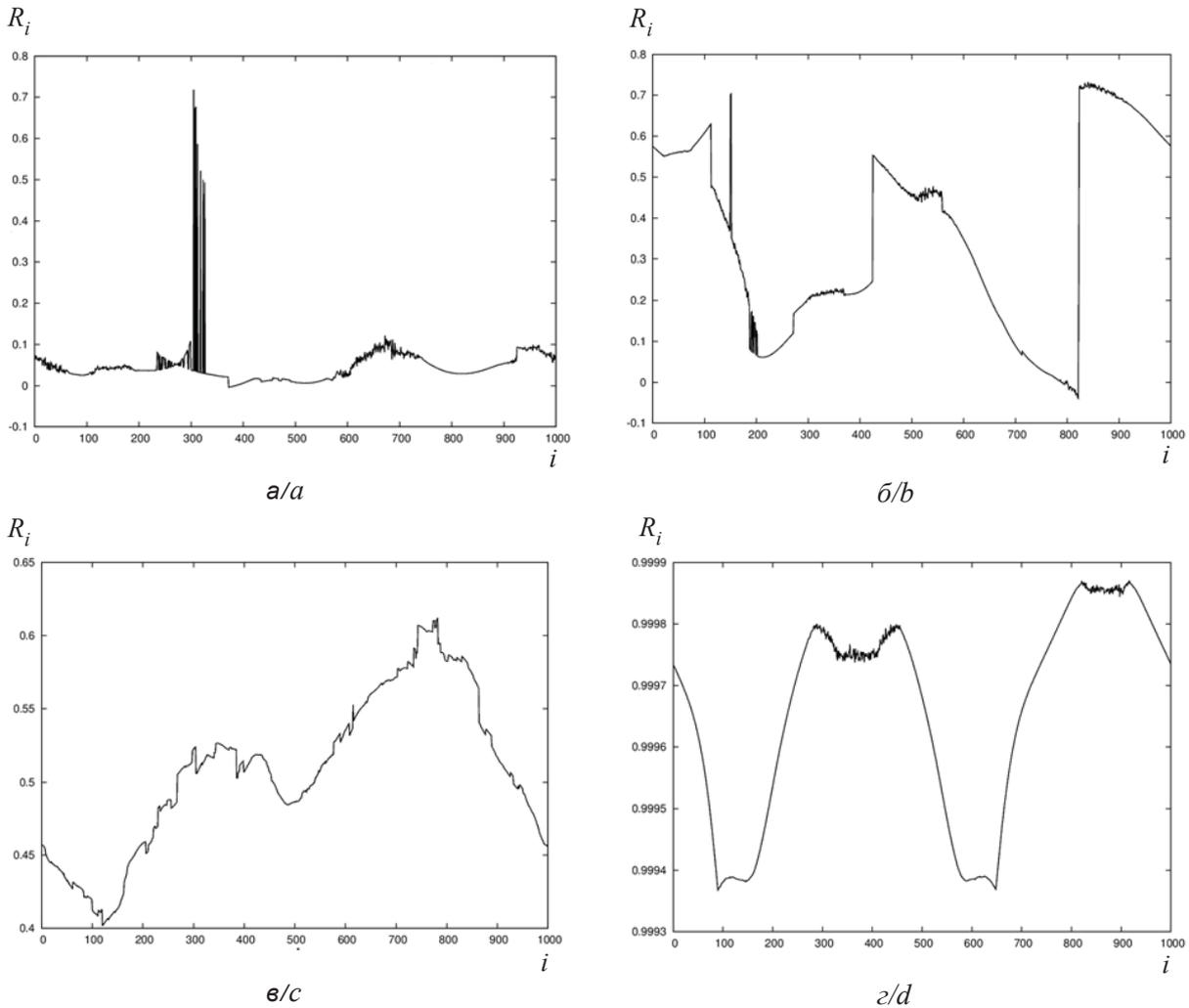


Рис. 4. Коэффициент взаимной корреляции R_i , рассчитанный для режимов, показанных на рис. 3: $\gamma = 0.016$ (а), $\gamma = 0.034$ (б), $\gamma = 0.106$ (в), $\gamma = 0.2$ (г). Параметры ансамблей: $a_1 = 3.4$, $\sigma_1 = 0.55$ и $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$

Fig. 4. Cross-correlation coefficient R_i calculated for the regimes shown in fig. 3 for $\gamma = 0.016$ (a), $\gamma = 0.034$ (b), $\gamma = 0.106$ (c), $\gamma = 0.2$ (d). Ensembles' parameters: $a_1 = 3.4$, $\sigma_1 = 0.55$ and $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$

Покажем, что идентичность химерных структур сохраняется в конечной области значений коэффициента связи γ между ансамблями. С этой целью были рассчитаны коэффициенты взаимной корреляции для осцилляторов с номером i первого и второго ансамблей, входящих в химерный кластер ($100 \leq i \leq 650$). В качестве примера на рис. 5 представлены

результаты расчетов R_i для осцилляторов химерной структуры с номером $i = 425$. Как видно из графика, приведенного на рис. 5, в заштрихованной области $0.13 \leq \gamma \leq 0.46$ коэффициент взаимной корреляции $R_i \approx 1.0$ ($i = 425$). Итак, можно утверждать, что эффект взаимной синхронизации химерных структур имеет место.

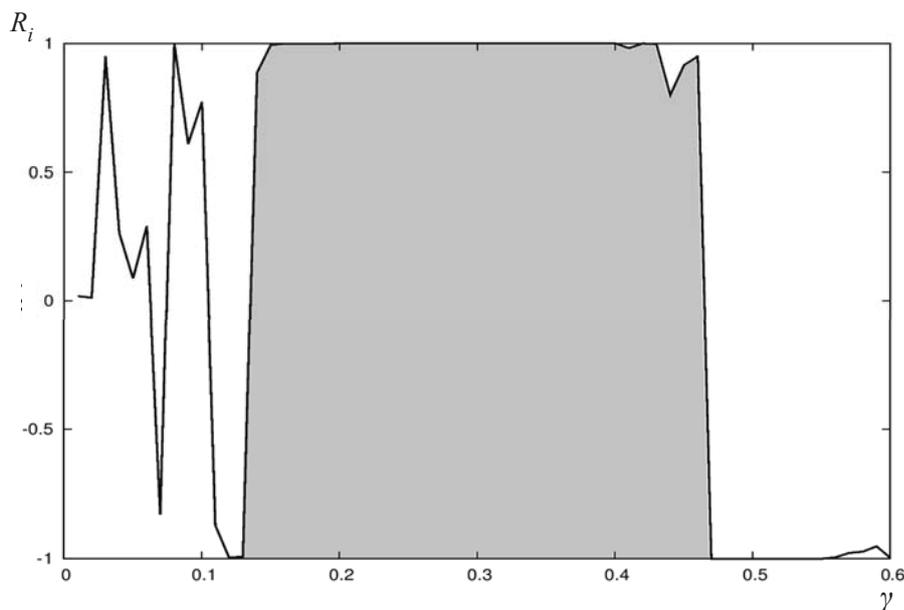


Рис. 5. Область взаимной синхронизации мгновенных профилей в системе (1) для осциллятора $i = 425$. Параметры ансамблей: $a_1 = 3.4$, $\sigma_1 = 0.55$ и $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$
 Fig. 5. Mutual synchronization region of snapshots in the system (1) for the oscillator $i = 425$. The parameters of the ensembles: $a_1 = 3.4$, $\sigma_1 = 0.55$ and $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$

Внешняя синхронизация

С целью исследования эффекта внешней синхронизации в уравнениях (1) рассмотрим случай однонаправленной связи, положив $\gamma_{12} = 0$, $\gamma_{21} = \gamma > 0$. В этом случае осцилляторы ансамбля y_i^t будут воздействовать на соответствующие осцилляторы ансамбля x_i^t (см. рис. 1) однонаправленно. Введем расстройку по параметрам ансамблей x_i^t и y_i^t , положив $a_1 = 3.3$, $\sigma_1 = 0.51$ и $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$. Значения других параметров выберем, как и в предыдущем случае: $N = 1000$, $P = R = 250$.

В силу расстройки по параметрам в ансамблях x_i^t и y_i^t в отсутствие связи $\gamma = 0$ реализуются отличающиеся структуры, показанные на рис. 6.

Структура рис. 6, а отвечает режиму пространственно-временного хаоса в ансамбле x_i , а в ансамбле y_i реализуется режим амплитудной и фазовой химер (см. рис. 6, б) [18].

С введением связи $\gamma > 0$ ансамбль y_i будет воздействовать на ансамбль x_i и с ростом γ реализуется эффект внешней (или вынужденной) синхронизации. Результаты представлены на рис. 7.

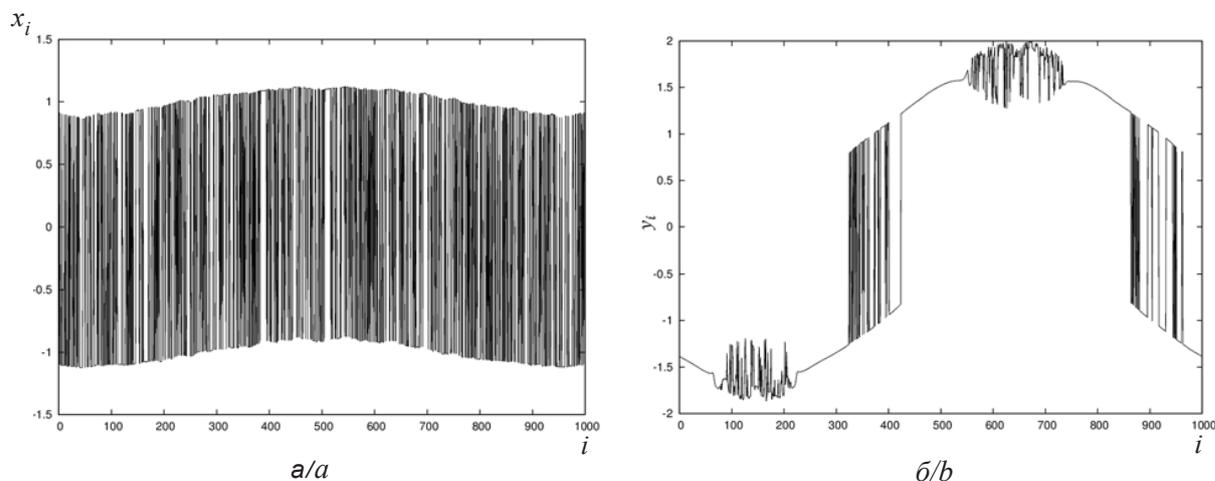


Рис. 6. Мгновенные профили амплитуд x_i^t (а) и y_i^t (б) в отсутствие связи $\gamma = 0$
 Fig. 6. Snapshots of amplitudes x_i^t (a) and y_i^t (b) without coupling $\gamma = 0$

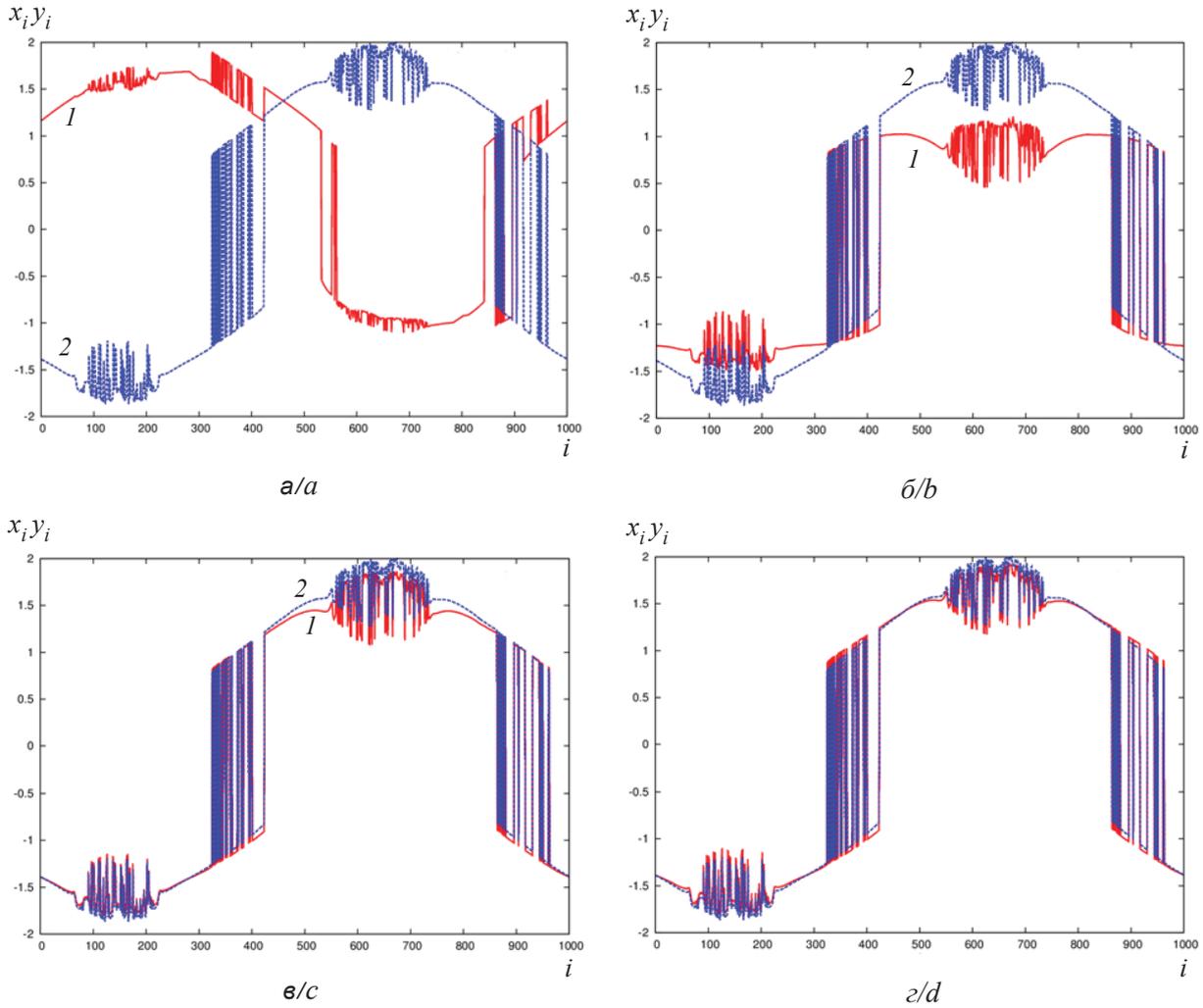


Рис. 7. Мгновенные профили при воздействии осцилляторов ансамбля y_i^t (2) на осцилляторы ансамбля x_i^t (1) для различных значений параметра γ : 0.08 (а), 0.15 (б), 0.24 (в), 0.4 (г). Параметры ансамблей: $a_1 = 3.3$, $\sigma_1 = 0.51$ и $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$

Fig. 7. Snapshots under the impact of the ensemble oscillators y_i^t (2) on the ensemble oscillators x_i^t (1) for different values of γ : 0.08 (a), 0.15 (b), 0.24 (c), and 0.4 (d). Ensembles' parameters: $a_1 = 3.3$, $\sigma_1 = 0.51$ and $a_2 = 3.5$, $\sigma_2 = 0.54$

Как видно из рис. 7, при $\gamma = 0.4$ мгновенные профили x_i и y_i практически совпадают. Расчет коэффициента взаимной корреляции (рис. 8) подтверждает режим внешней синхронизации. Величина R_i в синхронном режиме $R_i \approx 0.99$, т.е. близка к единице, в то время как при отсутствии синхронизации R_i существенно меньше единицы.

С целью показать, что в случае внешней синхронизации область синхронизации также характеризуется конечным интервалом значений коэффициента связи γ , проводились расчеты коэффициента взаимной корреляции R_i , аналогичные представленным на рис. 4. Расчеты показали, что коэффициент взаимной корреляции R_i остается практически равным единице в конечной области изменения коэффициента

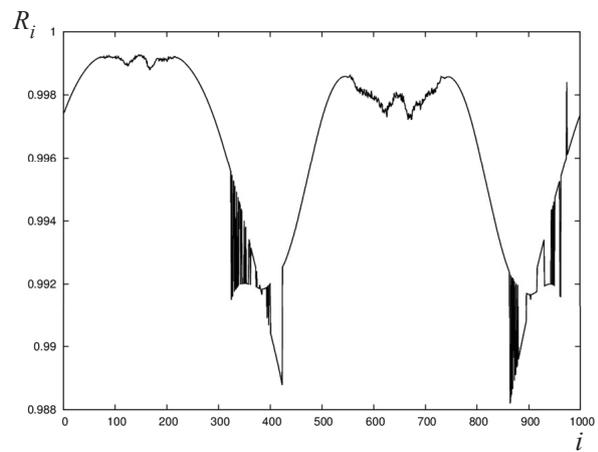


Рис. 8. Коэффициент взаимной корреляции R_i в режиме внешней синхронизации (см. рис. 6, г)

Fig. 8. Cross-correlation coefficient R_i for the external synchronization regime (fig. 6, d)



связи $0.39 \leq \gamma \leq 0.79$ для кластера синхронной химерной структуры $90 \leq i \leq 950$, представленной на рис. 7, з.

Выводы

В работе методами численного эксперимента получены результаты, убедительно свидетельствующие о реализации эффектов взаимной и внешней синхронизации химерных структур в двух связанных ансамблях кубических отображений с нелокальными связями. Путем расчета коэффициента взаимной корреляции R_i (2) подтверждена идентичность синхронных химерных структур и наличие конечной области синхронизации при вариации коэффициента связи между взаимодействующими ансамблями.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.8616.2017/8.9).

Список литературы

1. *Afraimovich V. S., Nekorkin V. I., Osipov G. V., Shalfeev V. D.* Stability, Structures and Chaos in Nonlinear Synchronization Networks. Singapore, World Scientific, 1995. 260 с.
2. *Nekorkin V. I., Velarde M. G.* Synergetic phenomena in active lattices. Berlin ; Heidelberg : Springer, 2002. 357 с. DOI: 10.1007/978-3-642-56053-8
3. *Osipov G. V.* Synchronization in Oscillatory Networks. Berlin ; Heidelberg : Springer, 2007. 370 с.
4. *Pikovsky A., Rosenblum M. G., Kurths J.* Synchronization : A Universal Concept in Nonlinear Sciences. Cambridge : Cambridge University Press, 2001. 412 с.
5. *Nekorkin V. I., Makarov V. A.* Spatial chaos in a chain of coupled bistable oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74. P. 4819–4822.
6. *Nekorkin V. I., Kazantsev V. B., Velarde M. G.* Mutual synchronization of two lattices of bistable elements // *Phys. Lett. A.* 1997. Vol. 236. P. 505–512.
7. *Nekorkin V. I., Voronin M. L., Velarde M. G.* Clusters in an ensemble of globally coupled bistable oscillators // *Eur. Phys. J. B.* 1999. Vol. 9, № 3. P. 533–543.
8. *Belykh V. N., Belykh I. V., Hasler M.* Hierarchy and stability of partially synchronous oscillations of diffusively coupled dynamical systems // *Phys. Rev. E.* 2000. Vol. 62, iss. 5. P. 6332–6345. DOI: 10.1103/PhysRevE.62.6332
9. *Belykh V. N., Belykh I. V., Mosekilde E.* Cluster synchronization modes in an ensemble of coupled chaotic oscillators // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 63, iss. 3. P. 036216. DOI: 10.1103/PhysRevE.63.036216
10. *Akopov A., Astakhov V., Vadivasova T., Shabunin A., Kapitaniak T.* Frequency synchronization of clusters in coupled extended systems // *Phys. Lett. A.* 2005. Vol. 334. P. 169–172.
11. *Pecora L. M., Sorrentino F., Hagerstrom A. M.* Cluster synchronization, and isolated desynchronization in complex networks with symmetries // *Nature Commun.* 2014. Vol. 5. P. 4079. DOI: 10.1038/ncomms5079
12. *Kuramoto Y., Battogtokh D.* Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators // *Nonlinear Phenomena of Complex Systems.* 2002. Vol. 5, № 4. P. 380–385.
13. *Abrams D. M., Strogatz S. H.* Chimera states for coupled oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93, iss. 17. P. 174102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.174102
14. *Panaggio M. J., Abrams D. M.* Chimera states : coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators // *Nonlinearity.* 2015. Vol. 28. P. R67–R87. DOI: 10.1088/0951-7715/28/3/R67
15. *Wolfrum M., Omel'chenko O. E.* Chimera states are chaotic transients // *Phys. Rev. E.* 2011. Vol. 84, iss. 1. P. 015201. DOI: 10.1103/physreve.84.015201
16. *Omelchenko I., Maistrenko Y., Hövel P., Schöll E.* Loss of coherence in dynamical networks : spatial chaos and chimera states // *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 106, iss. 23. P. 234102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.234102
17. *Omelchenko I., Riemenschneider B., Hövel P., Maistrenko Y., Schöll E.* Transition from spatial coherence to incoherence in coupled chaotic systems // *Phys. Rev. E.* 2012. Vol. 85, iss. 2. P. 026212. DOI: 10.1103/PhysRevE.85.026212
18. *Bogomolov S. A., Slepnev A. V., Strelkova G. I., Schöll E., Anishchenko V. S.* Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems // *Commun. Nonlinear. Sci. Numer. Simul.* 2017. Vol. 43. P. 25–36. DOI: 10.1016/j.cnsns.2016.06.024
19. *Vadivasova T. E., Strelkova G. I., Bogomolov S. A., Anishchenko V. S.* Correlation analysis of the coherence-incoherence transition in a ring of nonlocally coupled logistic maps // *Chaos.* 2016. Vol. 26. P. 093108. DOI: 10.1063/1.4962647

Образец для цитирования:

Холуянова И. А., Богомолов С. А., Анищенко В. С. Синхронизация химерных структур в ансамблях нелокально связанных кубических отображений // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика.* 2018. Т. 18, вып. 2. С. 103–111. DOI: 10.18500/1817-3020-2018-18-2-103-111.



Synchronization of Chimera States in Ensembles of Nonlocally Coupled Cubic Maps

I. A. Kholuianova, S. A. Bogomolov, V. S. Anishchenko

Inna A. Kholuianova, ORCID 0000-0002-6469-8810, Saratov State University, 83, Astrakhanskaya Str., Saratov, 410012, Russia, kholuianova@gmail.com

Sergey A. Bogomolov, ORCID 0000-0001-8084-3232, Saratov State University, 83, Astrakhanskaya Str., Saratov, 410012, Russia, bogomolov22@gmail.com

Vadim S. Anishchenko, ORCID 0000-0003-2255-1498, Saratov State University, 83, Astrakhanskaya Str., Saratov, 410012, Russia, wadim@info.sgu.ru

Background and Objectives: Effects of mutual and external synchronization of chimera states are studied in two coupled ensembles of discrete maps. Each of the ensembles is a one-dimensional ring of nonlocally coupled cubic maps in the chaotic oscillation mode. In order to create differences in the dynamics of the ensembles when there is no coupling between them, a mismatch is introduced in the parameters of the individual oscillators of the first and second rings. Effects of external and mutual synchronization of chimera states are explored in detail. **Materials and Methods:** The effect of synchronization of spatio-temporal structures in two coupled ensembles of discrete nonlinear oscillators is studied numerically. The identity of synchronous structures and synchronization regions was quantified by calculating the cross-correlation coefficient between the corresponding oscillators of interconnected ensembles. **Results:** The effects of mutual and external synchronization of chimera structures have been established and confirmed by snapshots of the amplitude of oscillations, by calculations of the cross-correlation coefficient between the respective elements of the ensembles and by plotting the synchronization regions on the coupling parameter. **Conclusions:** The paper presents the numerical results which show that the realization of the effects of mutual and external synchronization of chimera states can be realized in two nonlocally coupled ensembles of cubic maps. The identity of synchronous chimera states and the presence of a finite region of synchronization in the variation of the coupling coefficient between the interacting ensembles are confirmed.

Key words: ensemble of coupled oscillators, nonlocal coupling, synchronization, chimera state, cubic map.

Acknowledgements: This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (project no. 3.8616.2017/8.9).

References

1. Afraimovich V. S., Nekorkin V. I., Osipov G. V., Shalfeev V. D. *Stability, Structures and Chaos in Nonlinear Synchronization Networks*. Singapore, World Scientific, 1995. 260 p.
2. Nekorkin V. I., Velarde M. G. *Synergetic phenomena in active lattices*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2002. 357 p. DOI: 10.1007/978-3-642-56053-8
3. Osipov G. V. *Synchronization in Oscillatory Networks*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2007. 370 p.
4. Pikovsky A., Rosenblum M. G., Kurths J. *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences*. Cambridge, Cambridge University Press, 2001. 412 p.
5. Nekorkin V. I., Makarov V. A. Spatial chaos in a chain of coupled bistable oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, vol. 74, pp. 4819–4822.
6. Nekorkin V. I., Kazantsev V. B., Velarde M. G. Mutual synchronization of two lattices of bistable elements. *Phys. Lett. A*, 1997, vol. 236, pp. 505–512.
7. Nekorkin V. I., Voronin M. L., Velarde M. G. Clusters in an ensemble of globally coupled bistable oscillators. *Eur. Phys. J. B.*, 1999, vol. 9, no. 3, pp. 533–543.
8. Belykh V. N., Belykh I. V., Hasler M. Hierarchy and stability of partially synchronous oscillations of diffusively coupled dynamical systems. *Phys. Rev. E.*, 2000, vol. 62, iss. 5, pp. 6332–6345. DOI: 10.1103/PhysRevE.62.6332
9. Belykh V. N., Belykh I. V., Mosekilde E. Cluster synchronization modes in an ensemble of coupled chaotic oscillators. *Phys. Rev. E*, 2001, vol. 63, iss. 3, pp. 036216. DOI: 10.1103/PhysRevE.63.036216
10. Akopov A., Astakhov V., Vadivasova T., Shabunin A., Kapitaniak T. Frequency synchronization of clusters in coupled extended systems. *Phys. Lett. A*, 2005, vol. 334, pp. 169–172.
11. Pecora L. M., Sorrentino F., Hagerstrom A. M. Cluster synchronization, and isolated desynchronization in complex networks with symmetries. *Nature Commun.* 2014, vol. 5, pp. 4079. DOI: 10.1038/ncomms5079
12. Kuramoto Y., Battogtokh D. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators. *Nonlinear Phenomena of Complex Systems*, 2002, vol. 5, no. 4, pp. 380–385.
13. Abrams D. M., Strogatz S. H. Chimera states for coupled oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, vol. 93, iss. 17, pp. 174102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.174102
14. Panaggio M. J., Abrams D. M. Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators. *Nonlinearity*, 2015, vol. 28, pp. R67–R87. DOI: 10.1088/0951-7715/28/3/R67
15. Wolfrum M., Omel'chenko O. E. Chimera states are chaotic transients. *Phys. Rev. E.*, 2011, vol. 84, iss. 1, pp. 015201. DOI: 10.1103/physreve.84.015201
16. Omelchenko I., Maistrenko Y., Hövel P., Schöll E. Loss of coherence in dynamical networks: spatial chaos and chimera states. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, vol. 106, iss. 23, pp. 234102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.234102



17. Omelchenko I., Riemenschneider B., Hövel P., Maistrenko Y., Schöll E. Transition from spatial coherence to incoherence in coupled chaotic systems. *Phys. Rev. E*, 2012, vol. 85, iss. 2, pp. 026212. DOI: 10.1103/PhysRevE.85.026212
18. Bogomolov S. A., Slepnev A. V., Strelkova G. I., Schöll E., Anishchenko V. S. Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems. *Commun. Nonlinear. Sci. Numer. Simul.*, 2017, vol. 43, pp. 25–36. DOI: 10.1016/j.cnsns.2016.06.024
19. Vadivasova T. E., Strelkova G. I., Bogomolov S. A., Anishchenko V. S. Correlation analysis of the coherence-incoherence transition in a ring of nonlocally coupled logistic maps. *Chaos*, 2016, vol. 26, pp. 093108. DOI: 10.1063/1.4962647

Cite this article as:

Kholuianova I. A., Bogomolov S. A., Anishchenko V. S. Synchronization of Chimera States in Ensembles of Nonlocally Coupled Cubic Maps. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2018, vol. 18, iss. 2, pp. 103–111 (in Russian). DOI: 10.18500/1817-3020-2018-18-2-103-111.
