

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 535.36:51.73:681.785.57

ГИБРИДНЫЙ ПОДХОД В МОДЕЛИРОВАНИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОКРАТНО РАССЕЯННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

М. В. Алонова, О. В. Ушакова, Д. А. Зимняков, В. Б. Байбурын

Алонова Марина Васильевна, ассистент кафедры физики, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., alonova_marina@mail.ru

Ушакова Ольга Валерьевна, доцент кафедры радиоэлектроники и телекоммуникаций, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., s_sov@rambler.ru

Зимняков Дмитрий Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.; главный научный сотрудник лаборатории проблем лазерной диагностики технических и живых систем, Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук (Саратов), zimnykov@mail.ru

Байбурын Вил Бариевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой информационной безопасности автоматизированных систем, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., baiburinvb@rambler.ru

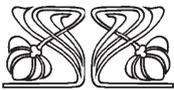
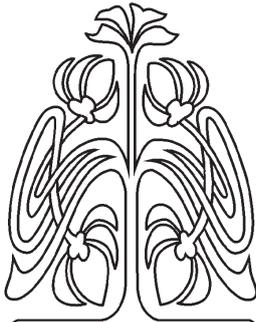
Рассмотрен гибридный подход к моделированию статистических характеристик многократно рассеянного света применительно к оптическому зондированию случайно-неоднородных сред. Подход заключается в восстановлении функции плотности вероятности оптических путей парциальных составляющих рассеянного светового поля в зондируемой среде с использованием приближенных аналитических методов или статистического моделирования и последующем вычислении характеристик рассеянного излучения (временной корреляционной функции, контраста, средней интенсивности и др.) с использованием интегральных преобразований восстановленной функции плотности вероятности оптических путей. Приведен пример использования данного подхода для решения задачи оптической диагностики релаксационных процессов в случайно-неоднородных средах с применением метода диффузионно-волновой спектроскопии.

Ключевые слова: математическое моделирование переноса излучения, диффузионно-волновая спектроскопия, спекл-спектроскопия рассеивающих сред.

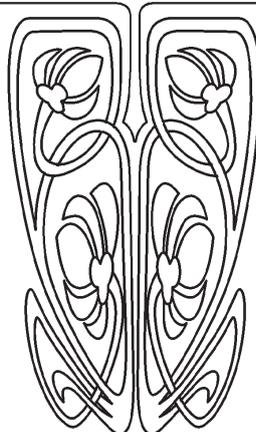
DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2018-18-4-242-252>

Введение

Оптическая диагностика случайно-неоднородных сред с использованием когерентного или частично когерентного света в ряде случаев основана на анализе и численной интерпретации поведения статистических характеристик регистрируемых оптических сигналов при изменении условий детектирования. Например, в диффузионно-волновой спектроскопии [1] динамических случайно-неоднородных многократно рассеивающих сред анализируется нор-



НАУЧНЫЙ
ОТДЕЛ





мированная временная корреляционная функция флуктуаций интенсивности рассеянного спекл-модулированного излучения $g_2(t, \tau)$. Функция $g_2(t, \tau) = \langle I(t)I(t+\tau) \rangle / \langle I(t) \rangle^2$ определяется зависимостью корреляции значений интенсивности света, детектируемого в моменты времени t и $t + \tau$, от величины задержки τ . Отметим, что время корреляции детектируемого оптического сигнала τ_c , соответствующее спаду $g_2(t, \tau)$ от начального значения, равного 2, до значения $1+1/e$, определяется средним временем смещения подвижных рассеивающих центров в среде на расстояние, равное длине волны зондирующего излучения λ (т. е. подвижностью рассеивающих центров) и средней кратностью рассеяния зондирующего излучения.

Другим характерным примером является спекл-спектроскопия многократно рассеивающих сред, в которой анализируются зависимости контраста V спекл-структур, наблюдаемых в рассеянном зондируемой средой частично когерентном излучении, от ширины спектра $\Delta\lambda$ (и, соответственно, длины когерентности) зондирующего света [2, 3]. Отметим, что в обоих случаях наблюдаемые физические эффекты (убывание $g_2(t, \tau)$ с ростом τ и спад контраста V при увеличении $\Delta\lambda$) обусловлены декорреляцией интерферирующих парциальных волн, суперпозиция которых дает рассеянное световое поле в зондируемой среде. Однако при этом механизмы декорреляции различаются; в случае диффузионно-волновой спектроскопии, осуществляемой с использованием когерентного излучения, случайные реализации световых полей, регистрируемых в моменты времени t и $t + \tau$, различаются вследствие изменений конфигурации рассеивающих центров в зондируемом объеме за время наблюдения τ . В то же время в спекл-спектроскопии подавление стохастической интерференционной модуляции рассеянного излучения происходит как результат интерференции частично когерентных волн, у которых длина когерентности $l_c \sim \bar{\lambda}^2 / \Delta\lambda$ сопоставима или меньше характерного значения Δs разности путей парциальных волн в зондируемой среде. Однако и в первом, и во втором случае возрастание среднего значения пути \bar{s} парциальных волн в среде (и, соответственно, среднего значения модуля разности хода $|\Delta s|$ интерферирующих парциальных составляющих) приводит к уменьшению $g_2(t, \tau)$ и V . Увеличение $|\Delta s|$ может

быть обусловлено как изменением геометрии рассеяния зондирующего излучения (например, увеличением толщины зондируемого слоя при детектировании рассеянного вперед излучения или увеличением расстояния между зонами ввода зондирующего излучения и детектирования рассеянного света), так и уменьшением транспортных параметров зондируемой среды – длины рассеяния l и транспортной длины l^* [4] (например, вследствие уменьшения длины волны зондирующего излучения, роста концентрации рассеивающих центров в среде и др.). Таким образом, анализ зависимостей $g_2(t, \tau)$ и V от τ и l_c может быть использован в качестве основы для оценки динамических (средняя скорость дрейфового движения или коэффициент трансляционной диффузии рассеивающих центров), оптических транспортных (длина рассеяния, транспортная длина) и структурных (средний размер и объемная доля рассеивающих центров) характеристик зондируемой случайно-неоднородной среды.

Следует отметить, что в других оптических диффузионных методах диагностики (в частности, в низкокогерентной рефлектометрии случайно-неоднородных сред [5]) форма регистрируемых оптических сигналов также определяется статистическими характеристиками распределения парциальных составляющих по длинам распространения в зондируемой среде.

Целью данной работы является рассмотрение подходов к решению прямых и обратных задач оптической диагностики (ОД) случайно-неоднородных сред с использованием статистического анализа ансамблей парциальных составляющих рассеянного зондируемой средой излучения.

1. Диагностические параметры ОД как интегральные преобразования функции плотности вероятности путей парциальных составляющих рассеянного светового поля

Эффект стохастической интерференции парциальных составляющих многократно рассеянных когерентных или частично когерентных световых полей может быть количественно описан в рамках аналитической теории многократного рассеяния, первоначально рассмотренной в работах Тверского и Фолди [6, 7] и получившей дальнейшее развитие в ряде работ других авторов (см., например, [4, 8]). Аналитическая теория является «волновым» подходом, учитывающим амплитудно-фазовые соотношения между различ-



ными парциальными составляющими светового поля, порождаемыми многократным рассеянием в случайно-неоднородной среде. С другой стороны, распространение зондирующего излучения в подобных средах допускает рассмотрение в рамках феноменологической теории переноса излучения (ТПИ) [4]. В отличие от аналитической теории многократного рассеяния ТПИ не учитывает волновые эффекты при распространении излучения и в ней рассматриваются изменения в пространстве и времени плотности потока энергии излучения, усредненной по всем возможным комбинациям рассеивающих центров в зондируемой среде («энергетический» подход).

Несмотря на качественные различия ТПИ и аналитической теории, между ними существует фундаментальная взаимосвязь, проявляющаяся, в частности, в известном выражении для временной корреляционной функции когерентного светового поля, многократно рассеянного нестационарными случайно-неоднородными средами:

$$g_1(\tau) = \frac{\langle E(t+\tau)E^*(t) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle} \approx \exp(i\omega\tau) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{k^2 \langle \Delta \bar{r}^2(\tau) \rangle s}{3l^*}\right) \rho(s) ds, \quad (1)$$

где $E(t)$ – напряженность поля световой волны в точке детектирования в момент времени t , символ $\langle \rangle$ обозначает усреднение по ансамблю реализаций рассеянного светового поля; s – длина пути распространения парциальной составляющей рассеянного светового поля в среде; $\langle \Delta \bar{r}^2(\tau) \rangle$ – средний квадрат смещения рассеивающих центров в зондируемой среде за временной интервал τ ; l^* – транспортная длина распространения зондирующего излучения в среде; $\rho(s)$ – функция плотности вероятности значений путей парциальных составляющих в среде. При определении $g_1(\tau)$ принципиальным является вопрос о процедуре усреднения величин $E(t+\tau)E^*(t)$ в выражении (1); возможно как усреднение по различным реализациям рассеянного поля, используемое в данном выражении, так и усреднение по времени:

$$g_1(\tau) = \frac{\left(\frac{1}{T}\right) \int_0^T E(t+\tau)E^*(t) dt}{\left(\frac{1}{T}\right) \int_0^T |E(t)|^2 dt} = \frac{\overline{E(t+\tau)E^*(t)}}{\overline{|E(t)|^2}},$$

где T – интервал времени, используемый для восстановления временной автокорреляционной функции рассеянного поля. Отметим, что усреднение по времени соответствует случаю регистрации рассеянного поля в единственной фиксированной точке, в то время как усреднение по ансамблю реализаций рассеянного поля предполагает одновременную регистрацию значений $E(t)$ и $E(t+\tau)$ в различных точках. В то же время следует отметить, что в большинстве случаев, представляющих практический интерес, зондируемые случайно-неоднородные среды являются стационарными и эргодическими системами. Соответственно, процедуры усреднения по времени и по ансамблю реализаций рассеянного поля должны приводить к одинаковым результатам.

Выражение (1) впервые получено в [1] в результате анализа временной декорреляции многократно рассеянного светового поля, порождаемого суперпозицией парциальных волн, распространяющихся в среде по различным путям. Соответственно, функция плотности вероятности $\rho(s)$ описывает разложение рассеянного светового поля по ансамблю парциальных составляющих, характеризуемых длиной пути s в зондируемой среде. Отметим, что в диффузионно-волновой спектроскопии случайно-неоднородных сред наблюдаемым в экспериментах объектом является временная корреляционная функция интенсивности $g_2(\tau)$, в то время как теоретические модели многократного динамического рассеяния когерентного излучения оперируют с временной корреляционной функцией поля (выражение (1)). Взаимосвязь между $g_2(\tau)$ и $g_1(\tau)$ для стационарных и эргодических рассеивающих систем устанавливается с помощью соотношения Зигерта (см., например, [9]): $g_2(\tau) = 1 + \beta |g_1(\tau)|^2$, где β – постоянная, определяемая условиями детектирования. Для идеальных условий детектирования (когда размер апертуры детектора существенно меньше характерного размера спекла в рассеянном поле) $\beta = 1$ и модуль временной автокорреляционной функции поля определяется из полученной в эксперименте корреляционной функции интенсивности как $|g_1(\tau)| = \sqrt{g_2(\tau) - 1}$.

Взаимосвязь между ТПИ и аналитической теорией применительно к основному соотношению диффузионно-волновой спектроскопии (выражение (1)) заключается в том, что функция $\rho(s)$ может быть получена в рамках ТПИ как временной отклик зондируемой среды $I(t)$ на ультра-



короткий световой импульс $I_0\delta(t)$ для используемой геометрии зондирования [4]. Переход от $I(t)$ к $\rho(s)$ осуществляется путем масштабирования временной переменной t по следующему правилу: $s = vt$ (v – фазовая скорость световых волн в среде) и использования нормировки $\int_0^\infty \rho(s)ds = 1$.

Аналогичным образом значение контраста спекл-модулированного светового поля, возникающего при многократном рассеянии частично когерентного излучения стационарной случайно-неоднородной средой, определяется следующими выражениями [10]:

$$V = \sqrt{\int_0^\infty \left| g_c \left(\frac{\Delta s}{l_c} \right) \right|^2 \rho(\Delta s) d(\Delta s)}, \quad (2)$$

$$V = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^\infty \left| g_c \left(\frac{\Delta s}{l_c} \right) \right|^2 \rho(\Delta s) d(\Delta s)}. \quad (3)$$

Выражение (2) соответствует случаю поляризационной дискриминации детектируемого излучения (выделению линейно поляризованной составляющей на стадии детектирования), а выражение (3) – случаю детектирования неполяризованного света. $|g_c(\Delta s/l_c)|$ – функция когерентности и l_c – длина когерентности зондирующего излучения; Δs – значение разности путей интерферирующих парциальных составляющих в зондируемой среде; $\rho(\Delta s)$ – функция плотности вероятности разностей путей парциальных составляющих, которая может быть получена следующим образом [10]:

$$\rho(\Delta s) \sim \int_0^\infty \rho(s + \Delta s)\rho(s)ds. \quad (4)$$

Наконец, при низкокогерентном интерференционном зондировании случайно-неоднородных сред [5] зависимость выходного сигнала низкокогерентного интерферометра от глубины зондирования непосредственно определяется функцией $\rho(s)$.

Таким образом, решение прямых задач оптической диффузионной диагностики с использованием методов диффузионно-волновой спектроскопии, спекл-спектроскопии и низкокогерентной рефлектометрии (восстановление зависимости регистрируемого оптического сигнала от задержки τ , среднего значения длины волны зондирующего излучения $\bar{\lambda}$ и ширины спектрального окна $\Delta\lambda$ или от разности хода Δz

опорного и объектного пучков в низкокогерентном интерферометре («глубины зондирования»)) сводится к восстановлению функции плотности вероятности $\rho(s)$ с последующими интегральными преобразованиями восстановленной функции. Отметим, что в случае низкокогерентной рефлектометрии интегральное преобразование $\rho(s)$ (свертка) производится с ядром, описываемым дельта-функцией. Аналогичным образом решение обратных задач оптической диффузионной диагностики (определение структурных или динамических характеристик зондируемой среды по измеренным в эксперименте зависимостям информативных параметров от τ , $\bar{\lambda}$ и $\Delta\lambda$ или Δz) может быть осуществлено с применением рекурсивной процедуры минимизации невязки между измеренным и вычисляемым по функции $\rho(s)$ значениям информативных параметров. При этом на каждом шаге рекурсивной процедуры производится вычисление $\rho(s)$ по значениям структурных параметров среды, уточненным с использованием невязки на предшествующем шаге рекурсии.

2. Гибридный подход в оптической диффузионной диагностике

Как отмечено выше, функция $\rho(s)$ может быть получена для заданных условий регистрации рассеянного излучения и структурных характеристик зондируемой среды путем решения нестационарного уравнения переноса излучения (НУПИ), описывающего временной отклик среды на ультракороткий световой импульс. Однако следует отметить, что для большинства случаев, представляющих практический интерес, получение строгого решения в аналитической форме, как правило, невозможно. Использование различных приближений теории переноса также далеко не всегда приводит к ожидаемым результатам, в особенности в случае режимов распространения света, переходных от однократного к многократному режиму рассеяния. Хорошей альтернативой в данном случае является применение метода статистического моделирования распространения излучения в случайно-неоднородных средах (Монте-Карло), позволяющего непосредственно получить функцию плотности вероятности значений путей парциальных составляющих в зондируемой среде. Таким образом, подход к решению прямых и обратных задач оптической диагностики, в котором $\rho(s)$ восстанавливается с



использованием Монте-Карло моделирования, а значение искомого диагностического параметра определяется в результате интегрального преобразования $\rho(s)$ (например, с использованием выражений (1) или (2)–(4)), может быть определен как *гибридный*. Отметим, что интегральные преобразования $\rho(s)$ могут быть проведены как численно, так и аналитически (в этом случае получаемые с помощью Монте-Карло численные данные, характеризующие зависимость плотности вероятности от длины пути парциальной составляющей в среде, аппроксимируются с использованием конечного набора аналитических функций, например, экспоненциальных или гауссовых).

Восстановление $\rho(s)$ с помощью Монте-Карло моделирования производится по следующей процедуре: для заданных условий освещения среды и детектирования рассеянного света осуществляется ввод в среду с заданными оптическими транспортными параметрами (коэффициентом рассеяния μ_s , коэффициентом поглощения μ_a и параметром анизотропии рассеяния g) пакета «фотонов» с единичным весом. Моделируется процесс случайных блужданий пакета, обусловленный случайной последовательностью актов рассеяния; среднее расстояние, проходимое пакетом между двумя последовательными актами рассеяния, равно длине рассеяния света в среде $l = (\mu_s)^{-1}$, а величина угла отклонения от предыдущего направления распространения вследствие рассеяния определяется параметром анизотропии рассеяния. В процессе моделирования происходит накопление значения пройденного пути путем суммирования расстояний, пройденных между двумя последовательными актами рассеяния; этот процесс продолжается до тех пор, пока пакет не покинет моделируемую среду. Поглощение среды учитывается путем перенормировки веса пакета на бугеровский множитель $\exp(-\mu_a s_i)$, где s_i – суммарный путь, пройденный моделируемым пакетом в среде. Если пакет с редуцированным весом попадает в апертуру детектора, он учитывается при восстановлении $\rho(s)$; в противном случае он отбрасывается. Процедура повторяется до тех пор, пока не будет накоплено достаточное количество фотонных пакетов с редуцированным весом для частотного анализа. Частотный анализ производится по стандартной схеме с нахождением минимального $s_{i \min}$ и максимального $s_{i \max}$ путей в полученной выборке

данных, разбиением интервала $s_{i \max} - s_{i \min}$ на N подынтервалов и распределением фотонных пакетов с учетом их весов по этим подынтервалам. Принципиальным является вопрос о выборе числа разбиений N , поскольку при малых значениях N получаемая выборочная плотность вероятности будет «огрубляться», а при слишком большом числе разбиений восстанавливаемые дискретные значения $\rho(s)$ будут чрезмерно «зашумлены». На наш взгляд, при выборе N можно воспользоваться критерием, предложенным в [11] применительно к частотному анализу случайных данных при построении гистограмм; в соответствии с этим критерием число подынтервалов определяется как $N \approx \sqrt{M}$, где M – объем анализируемой выборки.

3. Гибридный подход в диффузионно-волновой спектроскопии релаксационных процессов в случайно-неоднородных средах

Типичным примером эффективного применения гибридного подхода при анализе данных оптической диффузионной диагностики случайно-неоднородных сред является интерпретация данных диффузионно-волновой спектроскопии, полученных при анализе вязкоупругой релаксации деформируемых пористых сред, насыщенных жидкостью или сверхкритическим флюидом [12]. При скачкообразном уменьшении давления в системе происходит ее переход в новое равновесное состояние, сопровождающийся истечением избыточной массы насыщающего агента из пористого слоя по фильтрационному механизму, контролируемому законом Дарси («быстрая» гидродинамическая релаксация) и возрастанием объема пористого слоя («медленная» вязкоупругая релаксация). Экспериментальные данные, полученные с использованием метода мультиспектовой диффузионно-волновой спектроскопии [13] при депрессуризации фибриллярных пористых слоев (фильтровальная бумага и политетрафторэтиленовая (ПТФЭ) пленка ФУМ толщиной 100 микрон), насыщенных субкритической и сверхкритической двуокисью углерода, показали, что время релаксации подобных систем может достигать нескольких десятков секунд и существенным образом зависит от отстройки температуры системы от критической температуры насыщающего флюида (рис. 1).

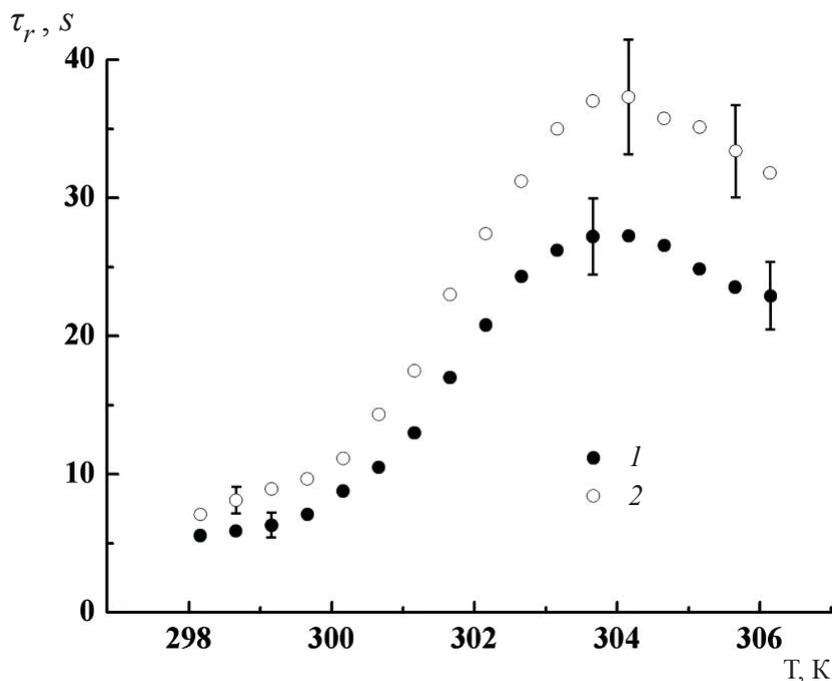


Рис. 1. Зависимости времени релаксации систем «пористый слой – насыщающий агент» при скачкообразном сбросе давления от термодинамической температуры системы: 1 – фильтровальная бумага, 2 – ПТФЭ пленка

Fig. 1. Dependencies of the relaxation time for systems “a porous layer – a saturating agent” on the thermodynamic temperature in the case of jump-like depressurization: 1 – filter paper, 2 – Teflon film

В экспериментах зондирование насыщенных двуокисью углерода пористых слоев производилось излучением He-Ne лазера ($\lambda = 633$ нм), регистрация прошедшего через образец многократно рассеянного света осуществлялась в малоугловой области по отношению к зондирующему пучку (регистрировались многократно рассеянные парциальные составляющие, прошедшие через образец и распространяющиеся под малыми углами к исходному направлению распространения зондирующего пучка). Захват видеопотока, представляющего собой последовательность реализаций спекл-модулированного рассеянного вперед светового поля, производился с помощью КМОП камеры DCC1545M (производство Thorlabs Inc., США; монохромная, 8 бит, число пикселей 1280×1024 , размер пикселя $5.2 \text{ мкм} \times 5.2 \text{ мкм}$). Камера использовалась в режиме неполного кадра (Subframe mode) с размером 50×50 пикселей, что позволяло осуществлять захват видеопотока с кадровой частотой 100 Гц. Средний размер спеклов в зоне детектирования приблизительно соответствовал 3.5 пикселей; таким образом, число статистически независимых областей когерентности в зоне было порядка

150–200. Это позволяло осуществлять робастные оценки времени корреляции флуктуаций интенсивности рассеянного поля.

В ходе экспериментов осуществлялась частичная депрессуризация систем «пористый слой – насыщающая субкритическая/сверхкритическая двуокись углерода», находящихся в оптической ячейке высокого давления. Скачкообразный сброс давления в ячейке производился от начального значения 7.70 ± 0.02 МПа до 7.40 ± 0.02 МПа в изотермическом режиме при различных значениях фиксированной температуры (в интервале от 298.16 до 306.16 К, температура изменялась с шагом 0.5°). Таким образом, используемые значения давления в процессе депрессуризации превышали величину критического давления для двуокиси углерода ($P_c \approx 7.3773$ МПа, [14]), а значение критической температуры ($T_c \approx 304.26$ К) находилось внутри используемого температурного интервала.

В результате экспериментов было установлено, что время релаксации τ_r (временной интервал от начала процесса до исчезновения динамики спеклов в рассеянном излучении) достигает максимального значения вблизи критической темпе-



ратуры; анализ процесса вязкоупругой релаксации подобных систем с использованием модели Шерера [15, 16] показал, что время вязкоупругой релаксации системы «пористый слой – насыщающий агент» в условиях высокой изотермической сжимаемости агента определяется в основном изотермической сжимаемостью насыщающего агента [12]. Это и является причиной резкого возрастания времени релаксации вблизи критической точки, где теоретическое значение изотермической сжимаемости агента стремится к бесконечности.

При этом следует отметить, что время корреляции τ_c флуктуаций интенсивности рассеянного излучения, напротив, достигает минимума вблизи критической температуры (рис. 2). Это предположительно обусловлено резким спадом вязкости насыщающего агента, что приводит к возрастанию локальной подвижности рассеивателей в деформируемом пористом слое, насыщенном агентом (рассеивателями в данном случае являются наноструктурированные фибриллы, формирующие слой).

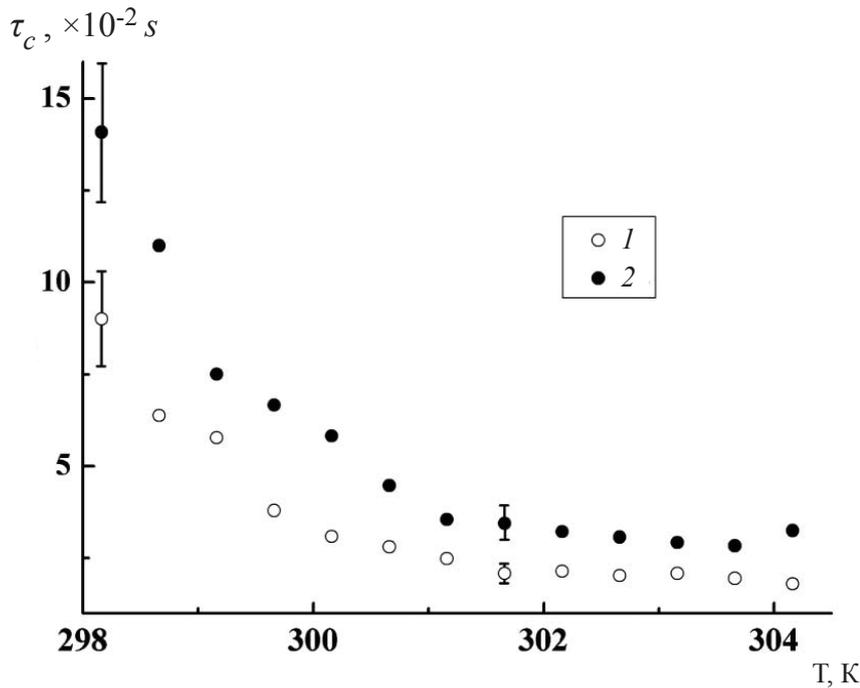


Рис. 2. Зависимости времени корреляции флуктуаций интенсивности рассеянного лазерного излучения при релаксации систем «пористый слой – насыщающий агент» от термодинамической температуры системы: 1 – фильтровальная бумага, 2 – ПТФЭ пленка

Fig. 2. Dependencies of the correlation time of the scattered light intensity fluctuations on the thermodynamic temperature for relaxing systems “a porous layer – a saturating agent”: 1 – filter paper, 2 – Teflon film

Для количественного описания взаимосвязи усредненных по зондируемому объему значений скорости локальной деформации пористого слоя в процессе релаксации и регистрируемых в эксперименте значений времени корреляции флуктуаций интенсивности рассеянного лазерного излучения была разработана следующая модель, основанная на гибридном подходе. Автокорреляционная функция флуктуаций многократно рассеянного светового поля описывается выражением (1). С другой стороны, применяемая

геометрия зондирования с детектированием рассеянного вперед излучения в малоугловой области может быть представлена следующей схемой (рис. 3).

В рамках рассматриваемой модели мы можем определить член $\langle \Delta r^2(\tau) \rangle$, входящий в выражение (1), на основе физических представлений о динамике рассеивателей в деформируемой пористой среде в процессе релаксации. Для этого рассмотрим квадраты смещений элементарных объемов внутри зондируемого слоя, содержащих

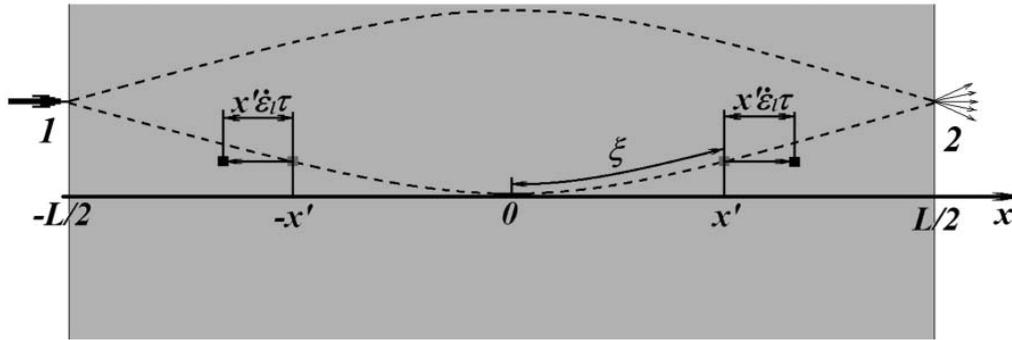


Рис. 3. Модель переноса излучения в пористом слое, используемая для расчета $\langle \Delta \bar{r}^2(\tau) \rangle$
 Fig. 3. The model of radiation transfer in a porous layer, which is used for $\langle \Delta \bar{r}^2(\tau) \rangle$ calculation

рассеивающие центры, и произведем усреднение этих величин по наиболее вероятной траектории распространения парциальных составляющих в слое (см. рис. 3). Наиболее вероятное значение длины пути диффузионного распространения парциальных составляющих в слое в режиме рассеяния вперед приблизительно равно $s_{\text{mod}} \approx KL^2/l^*$, где K – безразмерный коэффициент, определяемый граничными условиями для уравнения переноса излучения в рассматриваемом случае, L – толщина слоя. Геометрия эксперимента (плоские деформируемые слои с поперечными размерами, существенно превышающими толщину зондируемых слоев; слои погружены в однородную изотропную среду) позволяет предположить существенное преобладание одноосной деформации слоев в направлении, перпендикулярном их границам в процессе релаксации (см. рис. 3). Соответственно, значение $\langle \Delta \bar{r}^2(\tau) \rangle$ может быть представлено следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \Delta \bar{r}^2(\tau) \rangle &\approx \frac{2}{(KL^2/l^*)^2} \int_0^{KL^2/2l^*} \{\dot{\epsilon}_l(\xi) \alpha(\xi)\}^2 d\xi \approx \\ &\approx \frac{2\langle \dot{\epsilon} \rangle \tau^2}{(KL^2/l^*)^2} \int_0^{KL^2/2l^*} \{x(\xi)\}^2 d\xi. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\dot{\epsilon}_l(\xi) = d\epsilon_l(\xi)/dt$ – скорость локальной деформации бесконечно тонкого «подслоя» внутри слоя, находящегося на расстоянии x от средней линии (см. рис. 3); ξ – параметр, характеризующий расстояния вдоль наиболее вероятной траектории от средней линии до подслоя; $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ – среднее значение скорости деформации в слое. Переходя к безразмерным переменным $\tilde{x} = x/(KL^2/2l^*)$ и $\tilde{\xi} = \xi/(KL^2/2l^*)$, можно получить:

$$\begin{aligned} \langle \Delta \bar{r}^2(\tau) \rangle &\approx \langle \dot{\epsilon} \rangle \tau^2 \left(\frac{KL^2}{2l^*} \right)^2 \int_0^1 \{\tilde{x}(\tilde{\xi})\}^2 d\tilde{\xi} = \\ &= \aleph \langle \dot{\epsilon} \rangle \tau^2 \left(\frac{KL^2}{2l^*} \right)^2, \end{aligned} \quad (6)$$

где \aleph – масштабный коэффициент, определяемый оптическими свойствами зондируемого слоя. Таким образом, временная автокорреляционная функция флуктуаций рассеянного светового поля в процессе вязкоупругой релаксации пористого слоя после сброса давления может быть представлена как

$$g_1(\tau) \approx \exp(i\omega\tau) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{k^2 \aleph \langle \dot{\epsilon} \rangle \tau K^2 L^4 s}{12(l^*)^3}\right) \rho(s) ds. \quad (7)$$

Восстановление функции плотности вероятности для случая переноса зондирующего излучения в плоском слое, проведенное с использованием метода Монте-Карло, с последующим расчетом $g_1(\tau)$ по выражению (7) было использовано для установления взаимосвязи между безразмерным параметром $\langle \dot{\epsilon} \rangle \tau$, характеризующим динамику слоя в процессе его релаксации, и оптическими транспортными параметрами слоя (параметром анизотропии рассеяния и длиной рассеяния зондирующего излучения в среде l , рис. 4). При этом значение $\langle \dot{\epsilon} \rangle \tau$ определялось по величине спада модуля модельной автокорреляционной функции (7) в e раз. Из полученных модельных данных (см. рис. 4) следует, что взаимосвязь $\langle \dot{\epsilon} \rangle \tau$ и l может быть с удовлетворительной точностью описана линейной функцией с угловым коэффициентом, монотонно возрастающим с увеличением параметра анизотропии рассеяния.

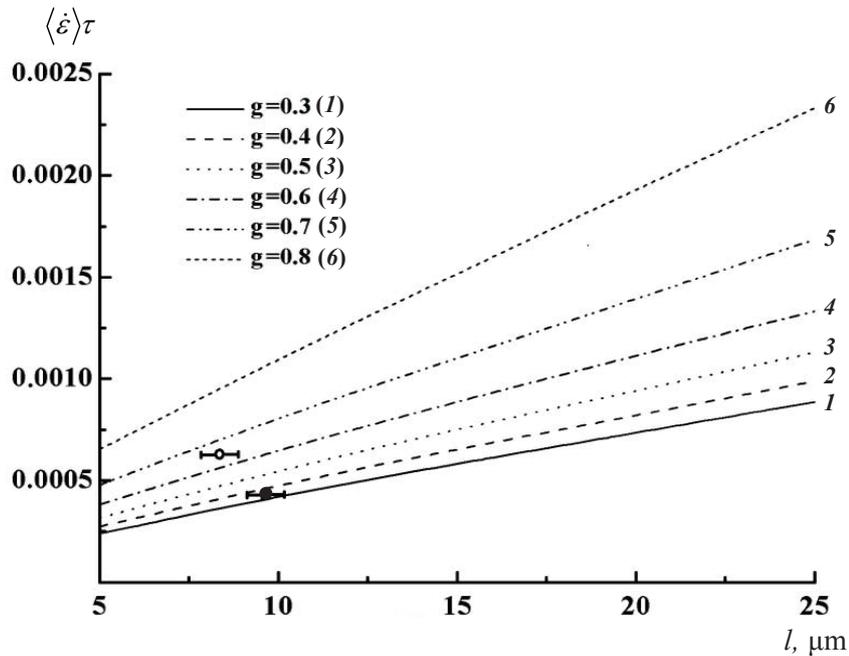


Рис. 4. Теоретические зависимости $\langle \dot{\epsilon} \rangle \tau$ от длины рассеяния l и параметра анизотропии рассеяния g зондируемого слоя, полученные с использованием гибридного подхода. Черный и светлый круглые маркеры соответствуют экспериментальным данным об оптических транспортных параметрах образцов фильтровальной бумаги и ПТФЭ пленки

Fig. 4. Theoretical dependencies of $\langle \dot{\epsilon} \rangle \tau$ on the mean scattering free path l and the scattering anisotropy g of a probed layer (the result of application of the hybrid approach). The black and light circle markers correspond to the experimental data on the optical transport parameters of the filter paper and Teflon film

На рис. 4 также представлены ожидаемые значения $\dot{\epsilon} \tau$ для исследуемых образцов (фильтровальной бумаги и ПТФЭ пленки), определенные исходя из результатов измерений их диффузного пропускания T_d и отражения R_d на длине волны зондирующего излучения. Определение l и g по измеренным T_d и R_d производилось с использованием метода инверсного Монте-Карло. Таким образом, значения $\dot{\epsilon} \tau$ для исследуемых образцов, полученные с

использованием гибридного подхода, могут быть использованы для оценки средней скорости деформации зондируемых пористых слоев в процессе их вязкоупругой релаксации по полученным в эксперименте зависимостям времени корреляции флуктуаций интенсивности от температуры (см. рис. 2). Подобные оценки приведены в таблице для значений температуры 298.16 К (ниже критической точки) и 304.66 К (выше критической точки).

Оценки средней скорости деформации исследуемых образцов в процессе их вязкоупругой релаксации
Estimations of the mean strain rate of test samples under viscoelastic relaxation

Исследуемый образец / test sample	$T = 298.16 \text{ K}$	$T = 304.66 \text{ K}$
Фильтровальная бумага / filter paper, $\langle \dot{\epsilon} \rangle \tau \approx 4.23 \cdot 10^{-4}$	$\langle \dot{\epsilon} \rangle \approx 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$	$\langle \dot{\epsilon} \rangle \approx 1.28 \cdot 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$
ПТФЭ пленка / Teflon film, $\langle \dot{\epsilon} \rangle \tau \approx 6.24 \cdot 10^{-4}$	$\langle \dot{\epsilon} \rangle \approx 6.9 \cdot 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$	$\langle \dot{\epsilon} \rangle \approx 3.47 \cdot 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$

Отметим, что для образцов фильтровальной бумаги характерны существенно более низкие скорости деформации по сравнению с ПТФЭ

пленкой. Это предположительно обусловлено более низкими значениями объемного модуля сжатия в случае ПТФЭ пленки. В то же время



переход через критическую точку приводит к значительному возрастанию скорости деформации в обоих случаях. Это может быть интерпретировано как результат существенного уменьшения объемного модуля сжатия и вязкости насыщающего агента в сверхкритическом состоянии.

Заключение

Таким образом, гибридный подход к решению прямых и обратных задач оптической диффузионной диагностики, заключающийся в применении метода статистического моделирования (Монте-Карло) для восстановления функции плотности вероятности значений путей парциальных составляющих рассеянного светового поля в зондируемой среде и последующих приближенных аналитических или численных оценках диагностических параметров по полученной плотности вероятности, является достаточно эффективным средством для решения ряда проблем оптической диагностики сред со сложной структурой и динамикой. Дальнейшие исследования предполагают расширение возможностей данного подхода (в частности, его применение не только к оптическому, но и к акустическому зондированию материалов со сложной структурой).

Список литературы

1. Pine D. J., Weitz D. A., Chaikin P. M., Herbolzheimer E. Diffusing wave spectroscopy // *Phys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 60. P. 1134–1137.
2. Thompson C. A., Webb K. J., Weiner A. M. Imaging in scattering media by use of laser speckle // *J. Opt. Soc. Am. A.* 1997. Vol. 14. P. 2269–2277.
3. Zimnyakov D. A., Oh J.-T., Sinichkin Yu. P., Trifonov V. A., Gurianov E. V. Polarization-sensitive speckle spectroscopy of random media beyond the diffusion limit // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2004. Vol. 21. P. 59–70.
4. Ishimaru A. *Wave Propagation and Scattering in Random Media.* N.Y. : Wiley-IEEE, 1999. 600 p.
5. Зимняков Д. А., Сина Дж. С., Ювченко С. А., Исаева Е. А., Чекмасов С. П., Ушакова О. В. Низкокогерентная интерферометрия как метод оценки транспортных параметров случайно-неоднородных сред // *Квантовая электроника.* 2014. Т. 44, № 1. С. 59–64.
6. Twersky V. On propagation in random media of discrete scatterers // *Proc. Symp. Appl. Math.* 1964. Vol. 16. P. 84–116.
7. Foldy L. L. The multiple scattering of waves. I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers // *Physical Review.* 1945. Vol. 67. P. 107–119.
8. Барабаненков Ю. Н. Многократное рассеяние волн на ансамбле частиц и теория переноса излучения // *Успехи физических наук.* 1975. Т. 117, № 9. С. 49–78.
9. Cummins H. Z., Pike E. R. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy.* N.Y. : Plenum Press, 1974. 504 p.
10. Zimnyakov D. A., Yuvchenko S. A., Pavlova M. V., Alonova M. V. Reference-free path length interferometry of random media with the intensity moments analysis // *Optics Express.* 2017. Vol. 25, № 13. P. 13953–13972.
11. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л. : Энергоатомиздат, 1991. 304 с.
12. Zimnyakov D. A., Chekmasov S. P., Ushakova O. V., Isaeva E. A., Bagratashvili V. N., Yermolenko S. B. Laser speckle probes of relaxation dynamics in soft porous media saturated by near-critical fluids // *Applied Optics.* 2014. Vol. 53, № 10. P. B12–B21.
13. Viasnoff V., Lequeux F., Pine D. J. Multispeckle diffusing-wave spectroscopy : A tool to study slow relaxation and time-dependent dynamics // *Review of scientific instruments.* 2002. Vol. 73, № 6. P. 2336–2344.
14. Lemmon E. W., McLinden M. O., Friend D. G. *Thermophysical Properties of Fluid Systems in NIST Chemistry WebBook, NIST Standard Reference Database Number 69 / eds. P. J. Linstrom, W. G. Mallard ; National Institute of Standards and Technology. Gaithersburg MD, 20899, 2012. URL: http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid (дара обращения: 11.06.2018).*
15. Scherer G. W. Structure and properties of gels // *Cement and Concrete Research.* 1999. Vol. 29, № 8. P. 1149–1157.
16. Scherer G. W. Dynamic pressurization method for measuring permeability and modulus: I. Theory // *Materials and Structures.* 2006. Vol. 39, № 10. P. 1041–1057.

Образец для цитирования:

Алонова М. В., Ушакова О. В., Зимняков Д. А., Байбурун В. Б. Гибридный подход в моделировании статистических характеристик многократно рассеянного излучения // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика.* 2018. Т. 18, вып. 4. С. 242–252. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2018-18-4-242-252>

A Hybrid Approach in Modeling of Statistical Characteristics of Multiple Scattered Light

M. V. Alonova, O. V. Ushakova, D. A. Zimnyakov, V. B. Baiburin

Marina V. Alonova, <https://orcid.org/0000-0001-7772-3985>, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77, Politechnicheskaya Str., Saratov, 410054, Russia, alonova_marina@mail.ru

Olga V. Ushakova, <https://orcid.org/0000-0003-1474-6279>, Yuri Gaga-

rin State Technical University of Saratov, 77, Politechnicheskaya Str., Saratov, 410054, Russia, s_sov@rambler.ru

Dmitry A. Zimnyakov, <https://orcid.org/0000-0002-9787-7903>, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77, Politechnicheskaya Str., Saratov, 410054, Russia, zimnykov@mail.ru

Vil B. Baiburin, <https://orcid.org/0000-0003-2056-3516>, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77, Politechnicheskaya Str., Saratov, 410054, Russia, baiburinvb@rambler.ru



Background and Objectives: A hybrid approach to modeling of the statistical characteristics of multiple scattered light in application to optical probes of random media is considered. The approach is based on recovery of the probability density of path lengths for partial components of a scattered light field in a probed medium using approximate analytical methods or the numerical simulation. Further, the statistical characteristics of scattered radiation (the temporal correlation function, the contrast, the average intensity, etc.) are calculated as the integral transforms of the recovered probability density function of the path lengths. **Materials and Methods:** The most appropriate approach for the recovery of the probability density function of the path length is the numerical solution of the radiative transfer equation using the statistical (Monte-Carlo) modeling of the temporal response of a probed medium by a short light pulse. The shape of the medium response can be easily transformed to the recovered probability density using the linear relationship between the path length and the propagation time for an arbitrarily chosen partial component of the multiply scattered light field in the medium. After the Monte-Carlo simulation of light pulse propagation in the medium, the frequency analysis of the accumulated path lengths of propagating photons is carried out. The number of bins used for estimates of the relative frequencies of detection of partial components with the path lengths in a given range must be chosen as a square root of the total number of accumulated components. **Results:** Application of this approach to optical diagnostics of relaxation processes in random media using the diffusing-wave spectroscopy is discussed. Viscoelastic relaxation of deformable model porous media saturated by near-critical carbon dioxide was examined using the technique of multi-speckle diffusing-wave spectroscopy. The relaxation is caused by a step-wise pressure drop in the system "porous layer – saturating agent" in the isothermal mode. 100 μm -thick layers of filter paper and Teflon with the fibrillar structure were used as the model samples in the experimental study. These layers were saturated by near-critical carbon dioxide and probed by He-Ne laser beam in the trans-illumination mode in the course of pressure drop. During the experiment, the examined layers were probed at various temperatures below and above the critical point of saturating carbon dioxide. The speckle dynamics in the small-angle forward scattered light was analyzed using principles of the multi-speckle diffusing-wave spectroscopy. The hybrid approach was applied for establishing the relationships between the correlation time of speckle intensity fluctuations and the average deformation rate of the relaxed probed samples. It has been found that the characteristic time of viscoelastic relaxation increases in the vicinity of the critical temperature of the saturating agent, whereas the correlation time falls down. These peculiarities can be explained in terms of remarkable increase of the compressibility of the saturating agent in the case of approaching to the critical point. **Conclusion:** The obtained results and discussed examples illustrate the efficiency of the hybrid approach to characterization of the structure and dynamics of complex media using the diffusing light technologies.

Key words: mathematical modeling of radiative transfer, diffusing-wave spectroscopy, speckle spectroscopy of random media.

References

1. Pine D. J., Weitz D. A., Chaikin P. M., Herbolzheimer E. Diffusing wave spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, vol. 60, pp. 1134–1137.
2. Thompson C. A., Webb K. J., Weiner A. M. Imaging in scattering media by use of laser speckle. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, vol. 14, pp. 2269–2277.
3. Zimnyakov D. A., Oh J.-T., Sinichkin Yu. P., Trifonov V. A., Gurianov E. V. Polarization-sensitive speckle spectroscopy of random media beyond the diffusion limit. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, vol. 21, pp. 59–70.
4. Ishimaru A. *Wave Propagation and Scattering in Random Media*. New York, Wiley-IEEE, 1999. 600 p.
5. Zimnyakov D. A., Sina J. S., Yuvchenko S. A., Isaeva E. A., Chekmasov S. P., Ushakova O. V. Low-coherence interferometry as a method for assessing the transport parameters in randomly inhomogeneous media. *Quantum Electronics*, 2014, vol. 44, no. 1, pp. 59–64.
6. Twersky V. On propagation in random media of discrete scatterers. *Proc. Symp. Appl. Math.*, 1964, vol. 16, pp. 84–116.
7. Foldy L. L. The multiple scattering of waves. I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers. *Physical Review*, 1945, vol. 67, pp. 107–119.
8. Barabanenkov Yu. N. Multiple scattering of waves by ensembles of particles and the theory of radiation transport. *Sov. Phys. Usp.*, 1975, vol. 18, pp. 673–689.
9. Cummins H. Z., Pike E. R. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*. New York, Plenum Press, 1974. 504 p.
10. Zimnyakov D. A., Yuvchenko S. A., Pavlova M. V., Alonova M. V. Reference-free path length interferometry of random media with the intensity moments analysis. *Optics Express*, 2017, vol. 25, no. 13, pp. 13953–13972.
11. Novickij P. V., Zograf I. A. *Oценка погрешностей результатов измерений* [An estimate of measurement data errors]. Leningrad, Jenergoatomizdat, 1991. 304 p. (in Russian).
12. Zimnyakov D. A., Chekmasov S. P., Ushakova O. V., Isaeva E. A., Bagratashvili V. N., Yermolenko S. B. Laser speckle probes of relaxation dynamics in soft porous media saturated by near-critical fluids. *Applied Optics*, 2014, vol. 53, no. 10, pp. B12–B21.
13. Viasnoff V., Lequeux F., Pine D. J. Multispeckle diffusing-wave spectroscopy: A tool to study slow relaxation and time-dependent dynamics. *Review of scientific instruments*, 2002, vol. 73, no. 6, pp. 2336–2344.
14. Lemmon E. W., McLinden M. O., Friend D. G. *Thermophysical Properties of Fluid Systems in NIST Chemistry WebBook, NIST Standard Reference Database Number 69*. Eds. P. J. Linstrom, W. G. Mallard. National Institute of Standards and Technology. Gaithersburg MD, 20899, 2012. Available at: <http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid> (accessed 11 June 2018).
15. Scherer G. W. Structure and properties of gels. *Cement and Concrete Research*, 1999, vol. 29, no. 8, pp. 1149–1157.
16. Scherer G. W. Dynamic pressurization method for measuring permeability and modulus: I. Theory. *Materials and Structures*, 2006, vol. 39, no. 10, pp. 1041–1057.

Cite this article as:

Alonova M. V., Ushakova O. V., Zimnyakov D. A., Baiburin V. B. A Hybrid Approach in Modeling of Statistical Characteristics of Multiple Scattered Light. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2018, vol. 18, iss. 4, pp. 242–252 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2018-18-4-242-252>