



УДК 621.375.026

Линейная теория усиления терагерцевых плазменных волн в двух параллельных слоях графена

М. Ю. Морозов, И. М. Моисеенко, В. В. Попов

Морозов Михаил Юрьевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории фотоники, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, mikhail.yu.morozov@gmail.com

Моисеенко Илья Михайлович, младший научный сотрудник лаборатории фотоники, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, MoiseenkoI@yandex.ru

Попов Вячеслав Валентинович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией фотоники, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, glorvv@gmail.com

Теоретически изучено усиление терагерцевых плазмонов в двух параллельных активных графеновых монослоях. Показано, что инкремент антисимметричной плазмонной моды в двух параллельных слоях графена в несколько раз превышает инкремент плазмонов в одном слое графена вследствие замедления антисимметричной плазмонной моды по отношению к плазмонной моде в одиночном графене, а инкремент симметричной моды приблизительно в два раза превосходит инкремент в одном слое графена благодаря конструктивной интерференции плазмонных полей в слоях графена.

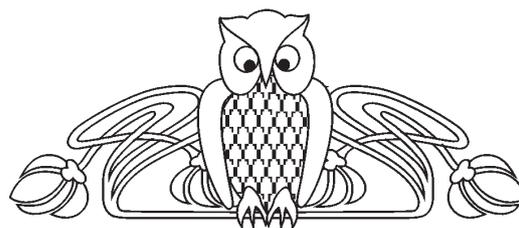
Ключевые слова: графен, терагерцевые поверхностные плазмоны, усиление.

DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-1-28-33>

Введение

Обоснование возможности создания в графене, двумерном материале с нулевой шириной запрещенной зоны [1, 2], отрицательной дифференциальной проводимости на терагерцевых частотах [3] позволяет использовать графен в качестве активного элемента современных миниатюрных терагерцевых (ТГц) генераторов [4, 5] и усилителей ТГц плазмонов [6–8], которые могут применяться для обработки ТГц сигналов в интегральных микро- и наносхемах [9].

Двухслойная графеновая структура состоит из двух параллельных графеновых монослоев с узким диэлектрическим зазором (барьерным слоем) между ними. Электромагнитные поля плазмонов, распространяющихся в этих слоях, взаимодействуют друг с другом, порождая общую плазмонную моду в двухслойной графеновой



структуре [10]. Двухслойные графеновые структуры могут использоваться в полевых транзисторах [11] и оптических и плазмонных модуляторах [12, 13].

Несмотря на быстро растущее число публикаций по разработке концепций ТГц генераторов и усилителей ТГц плазмонов, с одной стороны, и применению двухслойных графеновых структур в полевых транзисторах и оптических и плазмонных модуляторах, с другой, исследования усиления ТГц плазмонов в двухслойных структурах с активным (с инверсией энергетического распределения носителей заряда) графеном, насколько нам известно, не проводились.

Целью настоящей работы является построение линейной теории усиления терагерцевых плазменных волн в двухслойной графеновой структуре.

1. Теоретическая модель

Рассмотрена симметричная структура, схематически показанная на рис. 1, с двумя монослоями графена с одинаковой инверсной населенностью свободных носителей заряда в каждом слое графена, разделенных диэлектрическим зазором (барьерным слоем) толщиной d и покрытых диэлектрическими обкладками. Одинаковая инверсная населенность в слоях графена может быть обеспечена симметричной прямой или

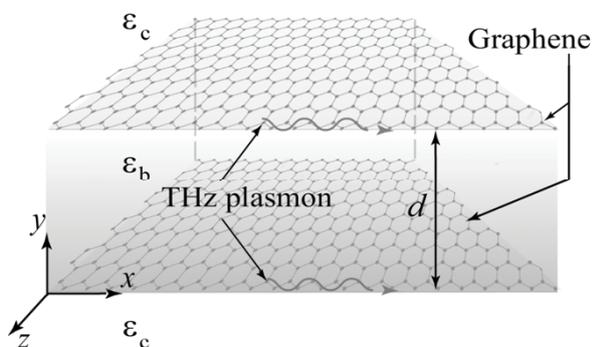


Рис. 1. Схематическое изображение рассматриваемой структуры

Fig. 1. Schematic view of the structure under consideration



диффузионной накачкой [5, 8] каждого из слоев графена. Диэлектрическая проницаемость окружающих материалов ε_c равна для верхней и нижней обкладок, а величина диэлектрической проницаемости барьерного слоя ε_b может отличаться от ε_c . Рассматриваются толщины барьерного слоя, при которых электромагнитные поля плазмонов, распространяющихся в слоях графена, взаимодействуют друг с другом с образованием общей плазмонной моды в двухслойной графеновой структуре.

Представляя пространственно-временную зависимость плазмонных полей в обкладках в виде $\propto \exp(-i\omega t + ik_x x \mp k_{y,c} y)$ (знак минус и плюс соответствует верхней и нижней обкладкам соответственно) и в барьерном слое $\propto \exp(-i\omega t + ik_x x) [A_{0b}^+ \exp(k_{y,b} y) + A_{0b}^- \exp(-k_{y,b} y)]$ (здесь A_{0b}^+ и A_{0b}^- – амплитуды электрического или магнитного полей прямой и встречной волн), можно записать дисперсионное соотношение [10, 14, 15]

$$\tanh(k_{y,b} d) = -\frac{2\Psi}{1 + \Psi^2}. \quad (1)$$

Здесь

$$\Psi = k_{y,b} \left[\varepsilon_c / k_{y,c} + i\sigma(\omega) / \varepsilon_0 \omega \right] / \varepsilon_b,$$

$$k_{y,j} = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_j \omega^2 / c^2},$$

где $j = b, c$ обозначает барьерный слой и обкладки, k_x и ω – соответственно волновой вектор и частота плазмона, ε_0 – электрическая постоянная, c – скорость света, $\sigma(\omega)$ – динамическая проводимость графена с инвертированным распределением носителей заряда, определяемая по формуле [6]

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2}{4\hbar} \left\{ \frac{8k_B T \tau}{\pi \hbar (1 - i\omega\tau)} \ln \left[1 + \exp\left(\frac{E_F}{k_B T}\right) \right] + \tanh\left(\frac{\hbar\omega - 2E_F}{4k_B T}\right) - \frac{4\hbar\omega}{i\pi} \int_0^\infty \frac{G(\varepsilon, E_F) - G(\hbar\omega/2, E_F)}{(\hbar\omega)^2 - 4\varepsilon^2} d\varepsilon \right\}. \quad (2)$$

Здесь e – заряд электрона, \hbar – приведенная постоянная Планка, k_B – постоянная Больцмана, τ и T – время свободного пробега и температура носителей заряда в графене соответственно, E_F – квазиэнергия Ферми ($+E_F$ и $-E_F$ для электронов и дырок соответственно), определяющая величину инверсии носителей заряда в графене, и $G(\varepsilon, \varepsilon') = \sinh(\varepsilon/k_B T) / [\cosh(\varepsilon/k_B T) + \cosh(\varepsilon'/k_B T)]$.

Поскольку структура обладает плоскостью симметрии, дисперсионное уравнение (1) распадается на два уравнения:

$$\tanh(k_{y,b} d / 2) = -1/\Psi,$$

соответствующее симметричной моде, и

$$\tanh(k_{y,b} d / 2) = -\Psi,$$

определяющее антисимметричную моду. Численное решение дисперсионного уравнения (1) в настоящей работе выполнено в рамках линейной теории в программном пакете Wolfram Mathematica с использованием численного метода решения комплексных трансцендентных уравнений методом Ньютона. Величина погрешности вычислений корней уравнений в функциях Wolfram Mathematica по умолчанию составляет 16 знаков [16].

Численные расчеты были проведены при следующих значениях параметров: $\varepsilon_b = 12.9$ (GaAs), $\varepsilon_c = 1$ (воздух), $T = 300$ К, $E_F = 50$ мэВ. Величина квазиуровня Ферми, взятая при расчетах, соответствует величине уровня мощности накачки порядка 10^9 Вт/м². Такой уровень мощности накачки является достижимым с использованием коммерчески доступного лазера с длиной волны 808 нм. При указанных величинах параметров действительная часть проводимости графена становится отрицательной на терагерцевых частотах, что обеспечивает возможность усиления в слоях графена.

2. Результаты и их обсуждение

На рис. 2 представлен инкремент симметричной (кривая 1) и антисимметричной (кривая 2) мод плазмона по мощности, определяемый как $\alpha = -2 \operatorname{Im} k_x$ в зависимости от толщины барьерного слоя d . Видно, что с уменьшением толщины барьерного слоя d инкремент антисимметричной плазмонной моды первоначально незначительно убывает. Инкремент усиления симметричной моды первоначально возрастает с уменьшением толщины барьерного слоя d вследствие конструктивной интерференции плазмонных полей в слоях графена. Величина инкремента симметричной моды приблизительно в два раза превосходит величину инкремента плазмонов в одном слое графена. Причиной незначительного убывания инкремента антисимметричной и роста инкремента симметричной мод при больших расстояниях между слоями графена является интерференция полей плазмонов в монослоях графена. При малых расстояниях между слоями графена наблюдается резкое возрастание инкремента антисимметричной плазмонной моды и



резкий спад инкремента симметричной плазмонной моды. Интересным представляется найти объяснение резкому возрастанию инкремента антисимметричной и быстрому спаду инкремента симметричной мод при малых расстояниях между графеновыми монослоями.

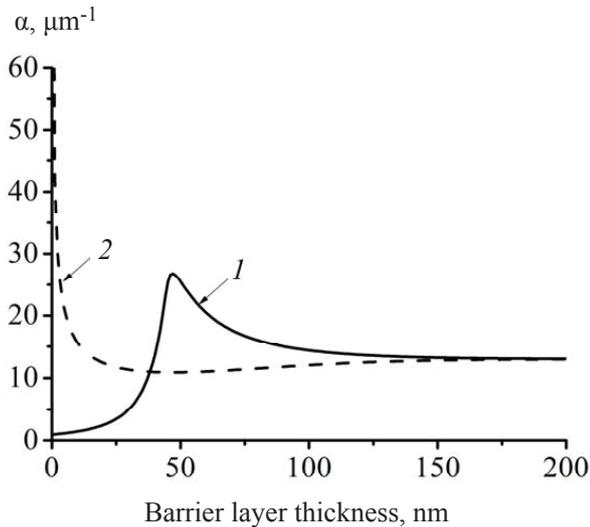


Рис. 2. Инкремент симметричной (кривая 1) и антисимметричной (кривая 2) мод плазмона в зависимости от толщины барьерного слоя на частоте плазмона $f=10$ ТГц
 Fig. 2. Increment of the symmetric (curve 1) and antisymmetric (curve 2) modes of the plasmon versus the barrier layer thickness at the plasmon frequency $f=10$ THz

Возможным объяснением резкого возрастания инкремента антисимметричной моды является повышение локализации этой моды при приближении слоев графена друг к другу вследствие замедления антисимметричной плазмонной моды по отношению к плазмонной моде в одиночном графене. На рис. 3 представлена длина локализации симметричной (кривая 1) и антисимметричной (кривая 2) мод плазмона, определяемая как $L_{loc} = 1/Re k_x$. Видно, что при приближении слоев длина локализации антисимметричной моды убывает, и при приближении к нулю толщины барьерного слоя $d \rightarrow 0$ длина локализации антисимметричной моды также стремится к нулю. Действительно, если слои находятся в непосредственной близости, антисимметричная мода перестает существовать.

Обратимся к физическим причинам резкого уменьшения инкремента симметричной моды при близком расположении слоев графена. Определим связь между плотностью мощности, выделяемой из графеновых слоев, $P = -Re \sigma |E_{xgr}|^2$, где $|E_{xgr}|$ –

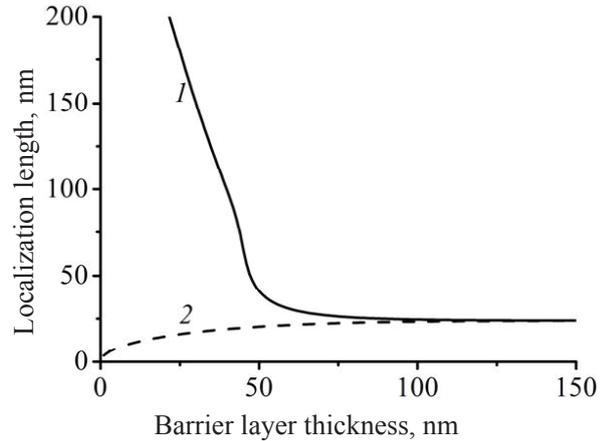


Рис. 3. Длина локализации симметричной (кривая 1) и антисимметричной (кривая 2) мод плазмона в зависимости от толщины барьерного слоя на частоте плазмона $f=10$ ТГц
 Fig. 3. Localization length of the symmetric (curve 1) and antisymmetric (curve 2) modes of the plasmon versus the barrier layer thickness at the plasmon frequency $f=10$ THz

компонента поля плазмона вдоль слоев графена, и потоком энергии плазмона в направлении x

$$W = 1/2 \int_{-\infty}^{\infty} Re(E_y \cdot H_z) dy.$$

Эта связь определяется соотношением $dW/dx = P$, выражающим закон сохранения энергии: пространственное изменение потока энергии определяется величиной плотности мощности, выделяемой из графеновых слоев. Принимая во внимание, что поток энергии W и плотности мощности P пропорциональны $\exp(-Im k_x \cdot x)$, инкремент симметричной моды можно представить как $\alpha = -2Im k_x = P/W$. Иными словами, инкремент симметричной моды равен плотности мощности P , выделяемой из слоев графена при единичном потоке энергии $W = 1$ Вт/м.

Таким образом, теперь необходимо объяснить физическую причину резкого убывания плотности мощности P , выделяемой из слоев графена, при приближении этих слоев друг к другу. Поток энергии плазмона W предполагается единичным – $W = 1$ Вт/м. Интересным представляется определить, какая часть потока энергии плазмона распространяется в обкладках W_c и в барьерном слое W_b при различных расстояниях между слоями графена. На рис. 4 представлена зависимость потока энергии плазмона в барьерном слое (кривая 1) и в обкладках (кривая 2) от толщины барьерного слоя d . При большом расстоянии между слоями графена поток энергии плазмона преимущественно концентрируется в барьер-



ном слое, потому что значение диэлектрической проницаемости барьерного слоя больше, чем у обкладок. При малых толщинах барьерного слоя поток энергии плазмона в основном сосредоточен в обкладках. Таким образом, при малых d поток энергии плазмона определяется как

$$W \approx W_c = 1/2 \varepsilon_c \varepsilon_0 \omega |E_{xgr}|^2 \cdot L_{loc}^2. \quad (2)$$

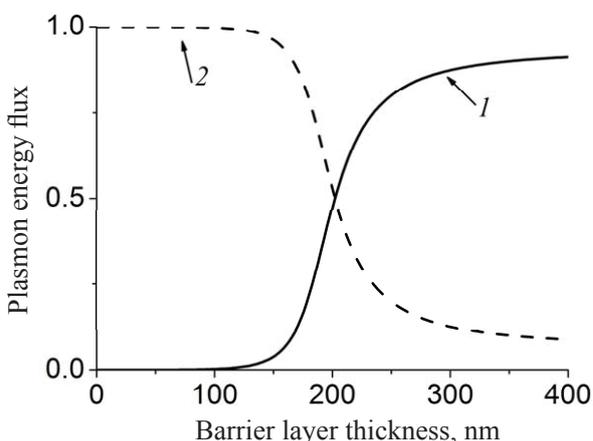


Рис. 4. Поток энергии плазмона в барьерном слое (кривая 1) и в обкладках (кривая 2) в зависимости от толщины барьерного слоя

Fig. 4. Plasmon energy flux in the barrier layer (curve 1) and in claddings (curve 2) versus the barrier layer thickness

Как видно из рис. 3, длина локализации симметричной моды L_{loc} резко повышается при малых расстояниях между слоями графена d . Принимая во внимание возрастание длины локализации L_{loc} , из формулы (2) можно получить, что компонента поля плазмона вдоль слоев графена $|E_{xgr}|$ при малых толщинах барьерного слоя d уменьшается и, соответственно, наблюдается спад плотности мощности $P = -\text{Re} \sigma |E_{xgr}|^2$, выделяемой из слоев графена.

Заключение

В данной работе изучен инкремент симметричной и антисимметричной мод плазмона в двух параллельных слоях активного графена. Показано, что инкремент антисимметричной моды при близком расположении графеновых монослоев повышается в несколько раз по сравнению с инкрементом в одном слое графена, а инкремент симметричной моды в двухслойной графеновой структуре может быть приблизительно в два раза больше, чем в одном слое графена.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-37-20004).

Список литературы

1. Novoselov K. S., Geim A. K., Morozov S. V., Jiang D., Zhang Y., Dubonos S. V., Grigorieva I. V., Firsov A. A. Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films // *Science*. 2004. Vol. 306. P. 666–669. DOI: 10.1126/science.1102896
2. Novoselov K. S., Fal'ko V. I., Colombo L., Gellert P. R., Schwab M. G., Kim K. A roadmap for graphene // *Nature*. 2012. Vol. 490. P. 192. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature11458>
3. Ryzhii V., Ryzhii M., Otsuji T. Negative dynamic conductivity of graphene with optical pumping // *J. Appl. Phys.* 2007. Vol. 101. 083114. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.2717566>
4. Aleshkin V. Ya., Dubinov A. A., Ryzhii V. Terahertz laser based on optically pumped graphene: model and feasibility of realization // *Pisma v JETP*. 2009. Vol. 89. P. 70–74. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0021364009020039>
5. Davoyan A. R., Morozov M. Yu., Popov V. V., Satou A., Otsuji T. Graphene surface emitting terahertz laser : Diffusion pumping concept // *Appl. Phys. Lett.* 2013. Vol. 103. 251102. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4850522>
6. Dubinov A. A., Aleshkin V. Ya., Mitin V., Otsuji T., Ryzhii V. Terahertz surface plasmons in optically pumped graphene structures // *J. Phys.: Condens. Matter*. 2011. Vol. 23. 145302. DOI: 10.1088/0953-8984/23/14/145302
7. Popov V. V., Polischuk O. V., Avoyan A. R., Ryzhii V., Otsuji T., Shur M. S. Plasmonic terahertz lasing in an array of graphene nanocavities // *Phys. Rev. B*. 2012. Vol. 86. 195437. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.195437>
8. Morozov M. Yu., Davoyan A. R., Moiseenko I. M., Satou A., Otsuji T., Popov V. V. Active guiding of Dirac plasmons in graphene // *Appl. Phys. Lett.* 2015. Vol. 106. 061105. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4907644>
9. Satou A., Koseki Y., Ryzhii V., Vyurkov V., Otsuji T. Damping mechanism of terahertz plasmons in graphene on heavily doped substrate // *J. Appl. Phys.* 2014. Vol. 115. 104501. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4867971>
10. Gan C. H., Chu H. S., Li E. P. Synthesis of highly confined surface plasmon modes with doped graphene sheets in the midinfrared and terahertz frequencies // *Phys. Rev. B*. 2012. Vol. 85. 125431. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.125431>
11. Britnell L., Gorbachev R., Jalil R., Belle B., Schedin F., Mishchenko A., Georgiou T., Katsnelson M., Eaves L., Morozov S., Peres N., Leist J., Geim A., Novoselov K., Ponomarenko L. Field-Effect Tunneling Transistor Based on Vertical Graphene Heterostructures // *Science*. 2012. Vol. 335. P. 947–950. DOI: 10.1126/science.1218461



12. Liu M., Yin X., Zhang X. Double-Layer Graphene Optical Modulator // *Nano Letters*. 2012. Vol. 12. P. 1482–1485. DOI: 10.1021/nl204202k
13. Andersen D.R. Graphene-based long-wave infrared TM surface plasmon modulator // *J. Opt. Soc. Am. B*. 2010. Vol. 27. P. 818–823. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.27.000818>
14. Svintsov D., Vyurkov V., Ryzhii V., Otsuji T. Voltage-controlled surface plasmon-polaritons in double graphene layer structures // *J. of Appl. Phys.* 2013. Vol. 113. 053701. DOI: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4789818>
15. Буслаев П. И., Иорш И. В., Шадрин И. В., Белов П. А., Кившарь Ю. С. Плазмоны в волноводных структурах из двух слоев графена // *Письма в ЖЭТФ*. 2013. Т. 97. С. 619–623.
16. Wagon S. *Mathematica® in Action Problem Solving through Visualization and Computation*. Springer, 2010. 591 p.

Образец для цитирования:

Морозов М. Ю., Моисеенко И. М., Попов В. В. Линейная теория усиления терагерцевых плазменных волн в двух параллельных слоях графена // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика*. 2019. Т. 19, вып. 1. С. 28–33. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-1-28-33>

Linear Model of Surface Terahertz Plasmons Amplification in Two Parallel Graphene Sheets

M. Yu. Morozov, I. M. Moiseenko, V. V. Popov

Mikhail Yu. Morozov, <https://orcid.org/0000-0002-4635-0044>, Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, 38 Zelyonaya Str., Saratov 410019, Russia, mikhail.yu.morozov@gmail.com

Ilya M. Moiseenko, <https://orcid.org/0000-0001-8198-0634>, Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, 38 Zelyonaya Str., Saratov 410019, Russia, MoiseenkoIM@yandex.ru

Viacheslav V. Popov, <https://orcid.org/0000-0003-1303-6443>, Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, 38 Zelyonaya Str., Saratov 410019, Russia, glorvv@gmail.com

Amplification of terahertz plasmons in a pair of parallel active graphene monolayers is studied theoretically. It is shown that the antisymmetric mode increment of plasmons in the two parallel graphene monolayers may be several times greater than that in a single graphene layer due to deceleration of the antisymmetric plasmon mode as compared to the plasmon mode in a single graphene monolayer. The symmetric mode increment of plasmons in the two parallel graphene monolayers can be two times greater in magnitude than that in a single graphene layer due to constructive interference of the plasmon fields in the structure with two parallel graphene monolayers. **Background and Objectives:** Graphene, being a natural two-dimensional material with zero band-gap, appears to be a perfect platform for terahertz (THz) radiation amplification. Justification of the possibility of possessing the negative conductivity of graphene at THz frequencies resulted in the proposals of THz graphene lasers and plasmonic amplifiers which may be used for signal processing in THz integrated nanocircuits in the sub-wavelength regime. The double-layer graphene structure consists of two parallel graphene monolayers with a narrow dielectric gap (barrier layer) between them. Electromagnetic fields of plasmons propagating in these layers interact with each other giving rise to a single unified plasmon in the pair of parallel graphene monolayers surrounded by dielectric claddings. In this paper, we study the gain

of THz plasmons in the double-layer graphene. **Materials and Methods:** The plasmon gain is calculated from the dispersion relation obtained in the strict electrodynamic approach. **Results:** It is shown that the antisymmetric mode increment of plasmons in the double-layer graphene may be several times greater than that in a single graphene layer, the symmetric mode increment of plasmons in the double-layer graphene may be two times greater in magnitude than that in a single graphene layer. **Conclusion:** In conclusion, we have studied the gain of the symmetric and antisymmetric plasmon modes in the double-layer graphene heterostructure. It is shown that the antisymmetric mode increment of plasmons in the double-layer graphene may be several times greater than that in a single graphene layer, the symmetric mode increment of plasmons in the double-layer graphene may be two times greater in magnitude than that in a single graphene layer. Amplified plasmons can be used in low-loss interconnects and active elements in THz plasmonic graphene nanocircuits.

Keywords: graphene, terahertz surface plasmon, gain.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 18-37-20004).

References

1. Novoselov K. S., Geim A. K., Morozov S. V., Jiang D., Zhang Y., Dubonos S. V., Grigorieva I. V., Firsov A. A. Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films. *Science*, 2004, vol. 306, pp. 666–669. DOI: 10.1126/science.1102896
2. Novoselov K. S., Fal'ko V. I., Colombo L., Gellert P. R., Schwab M. G., Kim K. A roadmap for graphene. *Nature*, 2012, vol. 490, pp. 192. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature11458>
3. Ryzhii V., Ryzhii M., Otsuji T. Negative dynamic conductivity of graphene with optical pumping. *J. Appl. Phys.*, 2007, vol. 101, 083114. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.2717566>
4. Aleshkin V. Ya., Dubinov A. A., Ryzhii V. Terahertz laser based on optically pumped graphene: model and feasibility of realization. *Pisma v JETP*, 2009, vol. 89, pp. 70–74. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0021364009020039>



5. Davoyan A. R., Morozov M. Yu., Popov V.V., Satou A., Otsuji T. Graphene surface emitting terahertz laser: Diffusion pumping concept. *Appl. Phys. Lett.*, 2013, vol. 103, 251102. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4850522>
6. Dubinov A. A., Aleshkin V. Ya., Mitin V., Otsuji T., Ryzhii V. Terahertz surface plasmons in optically pumped graphene structures. *J. Phys.: Condens. Matter.*, 2011, vol. 23, 145302. DOI: [10.1088/0953-8984/23/14/145302](https://doi.org/10.1088/0953-8984/23/14/145302)
7. Popov V. V., Polischuk O. V., Davoyan A. R., Ryzhii V., Otsuji T., Shur M. S. Plasmonic terahertz lasing in an array of graphene nanocavities. *Phys. Rev. B*, 2012, vol. 86, 195437. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.195437>
8. Morozov M. Yu., Davoyan A. R., Moiseenko I. M., Satou A., Otsuji T., Popov V. V. Active guiding of Dirac plasmons in graphene. *Appl. Phys. Lett.*, 2015, vol. 106, 061105. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4907644>
9. Satou A., Koseki Y., Ryzhii V., Vyurkov V., Otsuji T. Damping mechanism of terahertz plasmons in graphene on heavily doped substrate. *J. Appl. Phys.*, 2014, vol. 115, 104501. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4867971>
10. Gan C. H., Chu H. S., Li E. P. Synthesis of highly confined surface plasmon modes with doped graphene sheets in the midinfrared and terahertz frequencies. *Phys. Rev. B*, 2012, vol. 85, 125431. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.125431>
11. Britnell L., Gorbachev R., Jalil R., Belle B., Schedin F., Mishchenko A., Georgiou T., Katsnelson M., Eaves L., Morozov S., Peres N., Leist J., Geim A., Novoselov K., Ponomarenko L. Field-Effect Tunneling Transistor Based on Vertical Graphene Heterostructures. *Science*, 2012, vol. 335, pp. 947–950. DOI: [10.1126/science.1218461](https://doi.org/10.1126/science.1218461)
12. Liu M., Yin X., Zhang X. Double-Layer Graphene Optical Modulator. *Nano Letters*, 2012, vol. 12, pp. 1482–1485. DOI: [10.1021/nl204202k](https://doi.org/10.1021/nl204202k)
13. Andersen D. R. Graphene-based long-wave infrared TM surface plasmon modulator. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2010, vol. 27, pp. 818–823. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.27.000818>
14. Svintsov D., Vyurkov V., Ryzhii V., Otsuji T. Voltage-controlled surface plasmon-polaritons in double graphene layer structures *Journal of Appl. Phys.*, 2013, vol. 113, 053701. DOI: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4789818>
15. Buslaev P. I., Iorsh I. V., Shadrivov I. V., Belov P. A., Kivshar Yu. S. Plasmons in waveguide structures formed by two graphene layers. *JETP Letters*, 2013, vol. 97, pp. 535–539.
16. Wagon S. *Mathematica® in Action Problem Solving Through Visualization and Computation*. Springer, 2010. 591 p.

Cite this article as:

Morozov M. Yu., Moiseenko I. M., Popov V. V. Linear Model of Surface Terahertz Plasmons Amplification in Two Parallel Graphene Sheets. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2019, vol. 19, iss. 1, pp. 28–33 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-1-28-33>
