



- сердцевинной в качестве биологических сенсоров // Квантовая электроника. 2011. Т. 41(4). С. 284–301.
10. Малинин А. В., Скибина Ю. С., Михайлова Н. А., Силохин И. Ю., Чайников М. В. Биологический сенсор на базе фотонно-кристаллического световода с полой сердцевинной // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36(8). С. 33–38.
  11. Skivesen N., Têtu A., Kristensen M., Kjems J., Frandsen L. H., Borel P. I. Photonic-crystal waveguide biosensor // Optics Express. 2007. Vol. 15(6). P. 3169–3176.
  12. Желтиков А. М. Нелинейная оптика микроструктурированных волокон // УФН. 2004. Т. 174, № 1. С. 73–105.
  13. Markowski J., Baron A., Mieszczakowska M., Plochanski W. Chemical composition of French and Polish cloudy apple juices // J. of Horticultural Science & Biotechnology. 2009. ISAFRUIT Special Issue. P. 68–74.
  14. Методы общей бактериологии : в 3 т. / под ред. Ф. Герхардта и др. М., 1984. Т. 3. 264 с.
  15. Сарафанова Л. А. Применение пищевых добавок в индустрии напитков. СПб., 2007. 240 с.
  16. Домашнее приготовление вин. Коктейли. URL: <http://vinum.narod.ru/wine7.htm> (дата обращения: 09.12.2011).
  17. ГОСТ Р 52186–2003. Консервы. Соки фруктовые восстановленные. Технические условия. – Введ. 2002–01–01. М. : Изд-во стандартов, 2001. – IV, 27 с. : ил. ; 29 см.
  18. ГОСТ Р 52184–2003. Консервы. Соки фруктовые прямого отжима. Технические условия. Введ. 2002–01–01. М. : Изд-во стандартов, 2001. – IV, 27 с. : ил. ; 29 см.
  19. ГОСТ Р 52474–2005. Консервы. Соки, нектары и коктейли для питания детей раннего возраста. Технические условия. Введ. 2002–01–01. М. : Изд-во стандартов, 2001. – IV, 27 с. : ил. ; 29 см.
  20. World market. Ингридиенты для пищевой промышленности. URL: <http://www.wm-ingredients.com/ru/products/sweeteners/> (дата обращения: 09.12.2011).

УДК 621.372.825

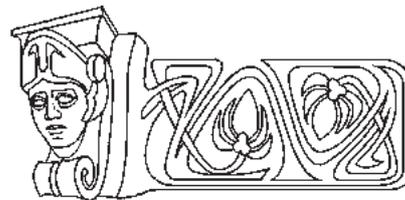
## ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ ТЕРАГЕРЦОВОГО ДИАПАЗОНА ДЛЯ ЛБВ

Н. А. Бушуев<sup>1,2</sup>, М. В. Давидович<sup>2</sup>, П. А. Шиловский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ОАО НПП «Алмаз», Саратов

<sup>2</sup>Саратовский государственный университет

E-mail: davidovichmv@info.sgu.ru



В работе представлен обзор возможных перспективных замедляющих систем терагерцового диапазона для ЛБВ, рассмотрены методы их анализа и приведен ряд численных результатов моделирования.

**Ключевые слова:** замедляющие системы, дисперсия, периодические структуры, функции Грина, интегральные уравнения, лампа бегущей волны.

### The Perspective Slow-wave Systems of Terahertz Band for TWT

N. A. Bushuev, M. V. Davidovich, P. A. Shilovski

In this paper the review of terahertz perspective slow-wave systems is presented for TWT.

The methods of modeling have been considered and some numerical results are presented.

**Key words:** slow-wave systems, dispersion, periodic structures, Green's functions, integral equations, travelling wave tube.

### Введение

Освоение терагерцового диапазона (ТГД) связано с проблемой создания для него генераторов и широкополосных усилителей с высококачественными параметрами. Системы в рассматриваемом

диапазоне занимают промежуточное положение между радиофизическими (СВЧ) структурами (устройствами) и оптическими структурами. ТГД захватывает миллиметровую и субмиллиметровую область длин волн в низкочастотной части и инфракрасный – в верхней части. Это обуславливает трудности создания терагерцовых систем. В данной работе рассмотрены замедляющие системы (ЗС) для широкополосных ЛБВ миллиметрового и терагерцового диапазонов, позволяющие получать усилители в этих диапазонах с приемлемыми параметрами. ТГД характеризуется малыми размерами ЗС, при этом с увеличением частоты сильно растут потери, а с уменьшением длины волны скин-эффект становится все более аномальным. В низкочастотной части ИК диапазона скин-эффект может снова стать нормальным, но на очень высоких частотах (в инфракрасном и оптическом диапазонах) ток смещения становится сравнимым с током проводимости, и поле начинает хорошо проникать в проводники. Здесь скин-эффект слабый – поле сильно проникает в металл на длине порядка длины волны, а сам металл описывается



как плазма носителей. Данная область частот соответствует плазмонике. Плазмонные устройства обладают существенными потерями, поэтому для ЗС важен переход на диэлектрические структуры с малыми потерями.

В широкополосных ЛБВ наилучшими являются спиральные ЗС. Однако в рассматриваемых диапазонах создание таких ЗС ограничено технологическими возможностями и физическими принципами. Это относится к штыревым ЗС, ЗС типа «кольцо-стержень» и т.п. ЗС типа «петляющие волноводы» не обладают нужной широкополосностью и достаточным сопротивлением связи. Все сказанное обуславливает интерес к ЗС, обладающим, с одной стороны, достаточной широкополосностью, а с другой – приемлемым сопротивлением связи. Еще один важный аспект этих ЗС – технологичность изготовления. К таким ЗС принадлежат различные конфигурации типа «гребенки» и «меандровые линии». Именно подобные структуры и рассмотрены в работе. Анализируются подходы к их моделированию, приводятся возможные достижимые характеристики. Методом функций Грина (ФГ) и интегральных уравнений рассмотрены ЗС типа «диэлектрическая гребенка с металлизацией», типа «меандр». Также на основе метода частичных областей (МЧО) анализируются собственно гребенки (диэлектрик заменен идеальным металлом), при этом решение получено двумя методами соответственно при двух типах разбиения на частичные области. Для одного из методов удалось получить замкнутые соотношения для дисперсии, что легко позволяет анализировать потери.

### 1. ЗС типа гребенка на диэлектрике

ЗС типа «гребенка» обычно рассматривают в двумерном приближении, считая размер в поперечном направлении бесконечным, а поля от поперечной координаты не зависящими [1–11]. При этом для моделирования, как правило, используется МЧО (метод сшивания), для которого удобно рассматривать ЗС с бесконечно тонким гребнем [1–5], при этом квазистатическое приближение дает достаточно простые формулы, пригодные для основной дисперсионной ветви [1]. Анализ ЗС типа «гребенка» с ламелями конечной толщины (рис. 1, 2) также обычно основан на методе МЧО и приведен в ряде работ [6, 7]. Для миллиметрового и терагерцового диапазонов перспективна ЗС в виде нанесения (напыления) металлического слоя на гребен-

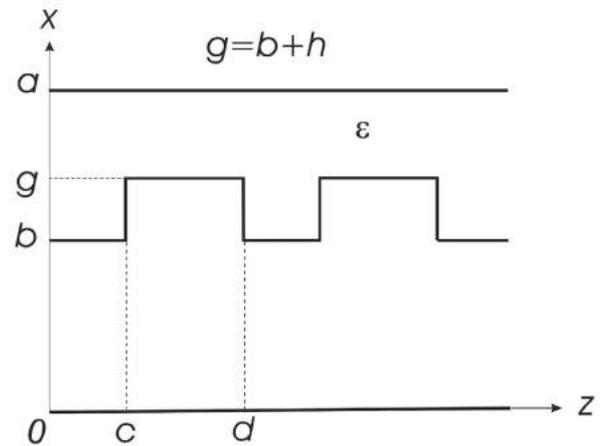


Рис. 1. Конфигурация ЗС типа «диэлектрическая гребенка с металлизацией» в экране

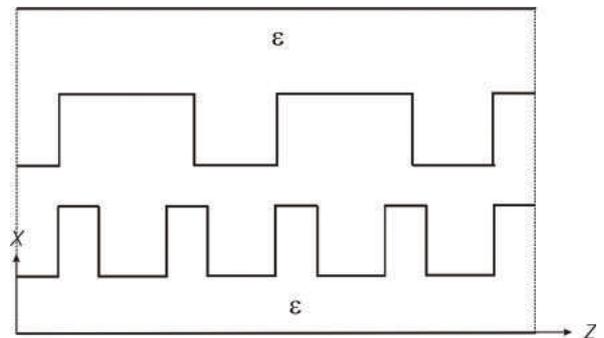


Рис. 2. Конфигурация ЗС типа «двойная сдвинутая гребенка» с кратными периодами на диэлектрических гребенчатых подложках в экране

чатый диэлектрик. Такая ЗС перспективна для приборов миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов: 1) ее дисперсия почти линейная, а замедление близко к постоянному в широкой полосе ввиду влияния диэлектрика; 2) диэлектрик полностью покрыт металлом, что препятствует оседанию на него тока; 3) сопротивление связи можно варьировать в широких пределах. При этом диэлектрик выполняет роль крепления для металлического проводника и создает дополнительное замедление, увеличивая рабочую полосу. ЗС не имеет низкочастотной отсечки и удобна для приборов с широкими ленточными пучками. Возможно выполнение симметричных и несимметричных гребенок, причем сдвиг и уменьшение периода одной из них в целое число раз позволяет управлять дисперсией и сопротивлением связи. Отличие от обычной гребенки с конечной толщиной гребня заключается в том, что в последней область с диэлектриком (выше гребней) не рассматривается, т.е. линия двухпро-



водная, тогда как конфигурация на рис. 1 соответствует трехпроводной периодической линии. Возбудить такую ЗС можно коаксиальной линией, подсоединяя экран последней к двум экранам ЗС (при  $x = 0$  и  $x = a$ ), а центральный провод – к металлизации на диэлектрике. Соответственно имеем периодический двухпроводный волновод. Можно рассматривать и симметричный случай такой ЗС, когда в плоскости  $x = 0$  находится магнитная стенка, а также и две сдвинутые гребенки. Изменение дисперсии и сопротивления связи в этой ЗС дополнительно осуществляется изменением толщины гребня  $c$  и сдвигом. Наличие поля выше гребня предполагает, что по гребню течет поверхностный ток, который и создает поле по обе стороны.

В данной работе для анализа ЗС типа «диэлектрическая гребенка с металлизацией» (рис. 1, 2) предлагается метод периодических ФГ [12], приводящий к интегральному уравнению для поверхностной плотности тока, текущей по изгибающемуся проводнику. Частичное диэлектрическое заполнение приводит к необходимости решать объемно-поверхностные интегральные уравнения (ИУ) [12]. Чтобы избежать этого и получить простую модель, диэлектрическое заполнение учтено путем введения эффективной диэлектрической проницаемости в указанные ФГ. ДУ получено в приближении волны тока, бегущей со скоростью света в частично заполненной диэлектриком структуре вдоль изгиба-

ющейся поверхности проводника. Такое приближение, например, для спиральной ЗС, дает весьма хорошие и точные результаты в широком диапазоне частот [13]. Использование данного приближения позволило получить замкнутое ДУ, имеющее вид явного функционального соотношения  $f(k_0, k_2) = 0$ , связывающего волновое число  $k_0$  и постоянную распространения  $k_2$ . Использовано двумерное приближение. Реально ЗС выполняются в экране с конечным поперечным сечением. Если экран прямоугольный, имеем периодическую ФГ, построенную на основе периодического продолжения ФГ прямоугольного волновода (ПВ) [12, 14]. Такая трехмерная задача существенно усложняет алгоритм, поскольку необходимо учитывать вариации полей и тока по второй поперечной координате (растет число базисных функций) и ФГ представляется трехмерным рядом.

## 2. Дисперсия гребенки на диэлектрике

В структурах с координатными границами вектор-потенциалы в прямоугольной системе координат выражаются через тензорные диагональные тензорные ФГ, диагональные компоненты которых соответствуют задачам об ориентации точечных диполей вдоль каждой из осей [14]. Такая диагональная ФГ для электрического вектор-потенциала для двумерной задачи о бесконечно широкой гребенчатой структуре (см. рис. 1) имеет компоненты:

$$G_{xx}(x, z | x', z') = \frac{2}{ad} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\cos(k_{xn}x) \cos(k_{xm}x') \exp(-jk_{zm}(z-z'))}{(1 + \delta_{n0})(k_{xn}^2 + k_{zm}^2 - k_0^2 \epsilon_{ef})}, \quad (1)$$

$$G_{zz}(x, z | x', z') = \frac{2}{ad} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(k_{xn}x) \sin(k_{xm}x') \exp(-jk_{zm}(z-z'))}{k_{xn}^2 + k_{zm}^2 - k_0^2 \epsilon_{ef}}. \quad (2)$$

Здесь  $k_{xn} = n\pi/a$ ,  $k_{ym} = k_z + 2m\pi/d$ ,  $d$  – период. Соотношения (1) и (2) справедливы для любой плотности тока в структуре, равномерно заполненной средой с проницаемостью  $\epsilon_{ef}$ . При наличии конечного прямоугольного экрана тензорная ФГ имеет три диагональные компоненты [12, 14], которые выражаются через трехмерные ряды типа (1), (2). Строгое решение задачи для конфигурации рис. 1 с металлизированной гребенчатой поверхностью диэлектрика предполагает учет поверхностной плотности тока на ней, а также и объемных токов поляризации в диэлектрике. Тогда удобно ФГ взять для вакуума (т.е. поло-

жить  $\epsilon_{ef} = 1$ ), а диэлектрик учесть как объемные токи поляризации:  $j\omega\epsilon_0(\epsilon - 1)E$ . Решение такого объемно-поверхностного ИУ весьма затруднительно из-за большой размерности задачи. Отметим, что в обычной ЗС типа «гребенка» поле в области выше меандровой линии не рассматривается, т.е. область диэлектрика за ней заменяется идеальным металлом. В реальной конструкции, соответствующей рис. 1, ширина металлической поверхности большая, но конечная, а вся конструкция помещена в экран, нижняя и верхняя поверхность которого и приведены на рисунке. При этом для основной симметричной



по у моды можно не учитывать зависимости от этой координаты. На низких частотах дисперсия такой ЗС соответствует дисперсии двухпроводной линии с частичным диэлектрическим заполнением, т.е. низкочастотной отсечки нет. При этом продольная периодичность почти не сказывается,  $n = \sqrt{\epsilon_{ef}(\omega)}$  есть замедление, а эффективная диэлектрическая проницаемость близка к статическому значению и слабо зависит

от частоты. На высоких частотах (при длинах волн, сравнимых с периодом) сказывается дисперсия, связанная с периодичностью ЗС.

В случае рассмотренного неравномерного заполнения удобно положить

$$\epsilon_{ef} = 1 + (\epsilon - 1)(hc + (a - b - h)d)/ad$$

и обозначить  $k = k_0 \sqrt{\epsilon_{ef}}$ , считая эффективную проницаемость частотонезависимой. Тогда компоненты вектор-потенциала определены так:

$$A_x = \int_S G_{xx}(x, z | x', z') J_x(x', z') dx' dz', \quad A_z = \int_S G_{zz}(x, z | x', z') J_z(x', z') dx' dz'. \quad (3)$$

Зададим ток в виде бегущей волны с учетом фазовых набегов:

$$\begin{aligned} J_z &= \delta(x - b) \exp(-jkz) \equiv \delta(x - b) I_z(z), \quad 0 \leq z \leq c, \\ J_x &= \delta(z - c) \exp(-jk(x - b) - jkc) \equiv \delta(z - c) I_x(x), \quad b \leq x \leq g, \\ J_z &= \delta(x - b - h) \exp(-jk(z - c) - jk(c + h)) \equiv \delta(x - b - h) I_z(z), \quad c \leq z \leq d, \\ J_x &= \delta(z - d) \exp(jk(x - b - h) - jk(h + d)) \equiv \delta(z - d) I_x(x), \quad b \leq x \leq g. \end{aligned}$$

Компоненты электрического поля вычисляются по стандартным формулам:

$$E_x = \frac{(\partial_{xx}^2 + k_0^2 \epsilon_{ef}) A_x + \partial_{zx}^2 A_z}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{ef}}, \quad (4)$$

$$E_z = \frac{(\partial_{zz}^2 + k_0^2 \epsilon_{ef}) A_z + \partial_{zx}^2 A_x}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{ef}}, \quad (5)$$

где

$$A_x = \int_b^{b+h} G_{xx}(x, z | x', c) I_x(x') dx' + \int_b^{b+h} G_{xx}(x, z | x', d) I_x(x') dx', \quad (6)$$

$$A_z = \int_0^c G_{zz}(x, z | b, z') I_z(z') dz' + \int_c^d G_{zz}(x, z | b+h, z') I_z(z') dz'. \quad (7)$$

С учетом (6), (7) имеем выражения для компонент потенциала

$$A_x = \frac{2}{ad} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\cos(k_{xn} x) \exp(-jk_{zm} z)}{(1 + \delta_{n0}) [k_{xn}^2 + k_{zm}^2 - k_0^2 \epsilon_{ef}]} f_{nm}(k, k_z), \quad (8)$$

$$A_z = \frac{2}{ad} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(k_{xn} x) \exp(-jk_{zm} z)}{k_{xn}^2 + k_{zm}^2 - k_0^2 \epsilon_{ef}} g_{nm}(k, k_z), \quad (9)$$

где введены функции

$$g(k, c) = \frac{\exp(jkc) - 1}{jk},$$

$$f(k_{xn}, k, b, h) = \frac{1}{2} [\exp(jk_{xn} b) g(k_{xn} - k, h) + \exp(-jk_{xn} b) g(-k_{xn} - k, h)], \quad (10)$$

$$f_{nm}(k, k_z) = \exp(j(k_{zm} - k)c) f(k_{xn}, k, b, h) + \exp(j(k_{zm} - k)d - jkh) f(k_{xn}, -k, b + h, h),$$

$$g_{nm}(k, k_z) = \sin(k_{xn} b) g(k_{zm} - k, c) + \exp(-jk(c + h)) \sin(k_{xn}(b + h)) g(k_{zm} - k, d - c).$$



Для второй функции также можно написать

$$\begin{aligned} f(k_{xn}, k, b, h) &= \int_0^h \cos(k_{xn}(x+b)) \exp(-jkx) dx = \\ &= \int_0^h [\cos(k_{xn}x) \cos(k_{xn}b) - \sin(k_{xn}x) \sin(k_{xn}b)] \exp(-jkx) dx = \\ &= \cos(k_{xn}b) \frac{\exp(-jkx)}{k_{xn} - k^2} [-jk \cos(k_{xn}x) + k_{xn} \sin(k_{xn}x)]_0^h - \\ &- \sin(k_{xn}b) \frac{\exp(-jkx)}{k_{xn} - k^2} [-jk \sin(k_{xn}x) - k_{xn} \cos(k_{xn}x)]_0^h. \end{aligned}$$

Вычисляем компоненты полей:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{(\partial_{xx}^2 + k_0^2 \epsilon_{ef}) A_x + \partial_{xz}^2 A_z}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{ef}} = \\ &= \frac{2}{ad} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{[(k_0^2 \epsilon_{ef} - k_{xn}^2) f_{nm}(k, k_z) - jk_{xn} k_{zm} g_{nm}(k, k_z)] \cos(k_{xn}x) \exp(-jk_{zm}z)}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{ef} (1 + \delta_{n0}) [k_{xn}^2 + k_{zm}^2 - k_0^2 \epsilon_{ef}]}, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{(\partial_{zz}^2 + k_0^2 \epsilon_{ef}) A_z + \partial_{zx}^2 A_x}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{ef}} = \\ &= \frac{2}{ad} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{[(k_0^2 \epsilon_{ef} - k_{zm}^2) g_{nm}(k, k_z) + jk_{zm} k_{xn} f_{nm}(k, k_z)] \sin(k_{xn}x) \exp(-jk_{zm}z)}{k_{xn}^2 + k_{zm}^2 - k_0^2 \epsilon_{ef}}. \end{aligned} \tag{12}$$

Теперь наша задача – проинтегрировать компоненты полей с сопряженными значениями тока и приравнять интеграл нулю:

$$\int_0^c E_z(b, z) I_z^*(z) dz + \int_c^d E_z(b+h, z) I_z^*(z) dz + \int_b^{b+h} E_x(x, c) I_x^*(z) dx + \int_b^{b+h} E_x(x, d) I_x^*(z) dx = 0. \tag{13}$$

Собственно это соотношение и дает нам дисперсионное уравнение (ДУ). В явной форме оно имеет вид

$$I_{z1}(k_0, k_z) + I_{z2}(k_0, k_z) + I_{x1}(k_0, k_z) + I_{x2}(k_0, k_z) = 0,$$

где обозначены интегралы в соотношении (13). Эти интегралы имеют вид

$$I_{z1} = \int_0^c E_z(b, z) I_z^*(z) dz = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{zmn} \sin(k_{xn}b) g(k - k_{zm}, c),$$

$$I_{z2} = \int_c^d E_z(b+h, z) I_z^*(z) dz = \exp(jkh) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{xmn} \sin(k_{xn}g) [g(k - k_{zm}, d) - g(k - k_{zm}, c)],$$

$$I_{x1} = \int_b^{b+h} E_x(x, c) I_x^*(z) dx = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{xmn} \frac{g(k + k_{xn}, g) - g(k + k_{xn}, b) + g(k - k_{xn}, g) - g(k - k_{xn}, b)}{2},$$

$$\begin{aligned} I_{x2} &= \int_b^{b+h} E_x(x, d) I_x^*(z) dx = \exp(2jkh) \exp(j(k - k_{zm})d) \exp(jkb) \times \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{xmn} \frac{g(k_{xn} - k, g) - g(k_{xn} - k, b) + g(-k_{xn} - k, g) - g(-k_{xn} - k, b)}{2}. \end{aligned}$$



Здесь введены коэффициенты

$$E_{xmn} = \frac{2}{ad} \frac{[(k_0^2 \epsilon_{ef} - k_{xn}^2) f_{nm}(k, k_z) - j k_{xn} k_{zm} g_{nm}(k, k_z)]}{j \omega \epsilon_0 \epsilon_{ef} (1 + \delta_{n0}) [k_{xn}^2 + k_{zm}^2 - k_0^2 \epsilon_{ef}]},$$

$$E_{zmn} = \frac{2}{ad} \frac{[(k_0^2 \epsilon_{ef} - k_{zm}^2) g_{nm}(k, k_z) + j k_{zm} k_{xn} f_{nm}(k, k_z)]}{k_{xn}^2 + k_{zm}^2 - k_0^2 \epsilon_{ef}},$$

т.е. фактически это коэффициенты в разложениях полей в виде

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{xmn} \cos(k_{xn} x) \exp(-j k_{zm} z), \quad E_z = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{zmn} \sin(k_{xn} x) \exp(-j k_{zm} z). \quad (14)$$

### 3. Метод частичных областей для гребенки

Сначала рассмотрим МЧО для гребенки, когда области 1 и 2 имеют соответственно вид  $0 \leq x \leq b$  и  $b \leq x \leq g$ . Сдвинем начало коор-

динат по сравнению с рис. 1 на  $c$  и обозначим  $l = d - c$ . Поля с компонентой  $E_z \neq 0$  можно выразить только через одну компоненту магнитного вектор-потенциала:  $\mathbf{A}^m = \mathbf{y}_0 A_l(x, z)$ , где

$$A_1(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{1m} \cos(k_{1xm} x) \exp(-j k_{zm} z), \quad A_2(x, z) = \sum_{m=0}^{\infty} A_{2m} \cos(k_{xm}(x - g)) \cos(k_{2zm} z), \quad (15)$$

и обозначено  $k_{1xm} = \sqrt{k_0^2 - k_{zm}^2}$ ,  $k_{xm} = \sqrt{k_0^2 - k_{2zm}^2}$ ,  $k_{2zm} = m\pi/l$ . Согласно (15) имеем выражения для полей:

$$H_{1y}(x, z) = -j \omega \epsilon_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{1m} \cos(k_{1xm} x) \exp(-j k_{zm} z),$$

$$H_{2y}(x, z) = -j \omega \epsilon_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{2m} \cos(k_{xm}(x - g)) \cos(k_{2zm} z),$$

$$E_{1z}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{1m} k_{1xm} \sin(k_{1xm} x) \exp(-j k_{zm} z),$$

$$E_{2z}(x, z) = \sum_{m=0}^{\infty} A_{2m} k_{xm} \sin(k_{xm}(x - g)) \cos(k_{2zm} z).$$

Сшивание компонент  $E_z$  при  $z = b$  приводит к соотношениям

$$A_{1m} = \frac{1}{dk_{1xm} \sin(k_{1xm} b)} \int_0^l E_z(z) \exp(j k_{zm} z) dz, \quad (16)$$

$$A_{2m} = \frac{-2}{dk_{xm} \sin(k_{xm} h) (1 + \delta_{m0})} \int_0^l E_z(z) \cos(k_{2zm} z) dz. \quad (17)$$

Сшивание же компонент  $H_y$  дает соотношение

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} [A_{1m} \cos(k_{1xm} b) \exp(-j k_{zm} z) - A_{2m} \cos(k_{xm} l) \cos(k_{2zm} z)] = 0. \quad (18)$$

При подстановке в него соотношений (16) и (17) оно дает интегральное уравнение (ИУ) относительно компоненты  $E_z$ :

$$\int_0^l K(z, z') E_z(z') dz' = 0, \quad (19)$$

$$\text{в котором ядро имеет вид } K(z, z') = \frac{1}{d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\exp(-j k_{zm}(z - z'))}{k_{1xm} \tan(k_{1xm} b)} + \frac{\cos(k_{2zm} z) \cos(k_{2zm} z')}{k_{xm} \tan(k_{xm} l)} \right]. \quad (20)$$



Если функция  $E_z(z)$  есть точное решение ИУ (19), то ДУ имеет вид

$$D(k_0, k_z) = \int_0^l \int_0^l E_z^*(z) K(z, z') E_z(z') dz' dz = 0. \quad (21)$$

Если же это приближенное решение, то и ДУ является приближенным. В случае разложения

$$A_1(x, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \cos(\tilde{k}_{1xm} x) [\tilde{A}_{1m} \cos(\tilde{k}_{1zm} z) + \tilde{B}_{1m} \sin(\tilde{k}_{1zm} z)], \quad (22)$$

$$A_2(x, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \cos(\tilde{k}_{2xm} x) [\tilde{A}_{2m} \cos(\tilde{k}_{2zm} (z-l)) + \tilde{B}_{2m} \sin(\tilde{k}_{2zm} (z-l))], \quad (23)$$

где  $\tilde{k}_{1xm} = m\pi/g$ ,  $\tilde{k}_{2xm} = m\pi/b$ ,  $\tilde{k}_{1zm} = \sqrt{k_0^2 - \tilde{k}_{1xm}^2}$ ,  $\tilde{k}_{2zm} = \sqrt{k_0^2 - \tilde{k}_{2xm}^2}$ . Имеем касательные к плоскостям сшивания поля:

$$H_{1y}(x, z) = -j\omega\epsilon_0 \sum_{m=0}^{\infty} \cos(\tilde{k}_{1xm} x) [\tilde{A}_{1m} \cos(\tilde{k}_{1zm} z) + \tilde{B}_{1m} \sin(\tilde{k}_{1zm} z)],$$

$$H_{2y}(x, z) = -j\omega\epsilon_0 \sum_{m=0}^{\infty} \cos(\tilde{k}_{2xm} x) [\tilde{A}_{2m} \cos(\tilde{k}_{2zm} (z-l)) + \tilde{B}_{2m} \sin(\tilde{k}_{2zm} (z-l))],$$

$$E_{1x}(x, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{k}_{1zm} \cos(\tilde{k}_{1xm} x) [\tilde{B}_{1m} \cos(\tilde{k}_{1zm} z) - \tilde{A}_{1m} \sin(\tilde{k}_{1zm} z)],$$

$$E_{2x}(x, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{k}_{2zm} \cos(\tilde{k}_{2xm} x) [\tilde{B}_{2m} \cos(\tilde{k}_{2zm} (z-l)) - \tilde{A}_{2m} \sin(\tilde{k}_{2zm} (z-l))].$$

Для вычисления сопротивления связи необходимы также компоненты

$$E_{1z}(x, z) = -\sum_{m=0}^{\infty} \tilde{k}_{1xm} \sin(\tilde{k}_{1xm} x) [\tilde{A}_{1m} \cos(\tilde{k}_{1zm} z) + \tilde{B}_{1m} \sin(\tilde{k}_{1zm} z)],$$

$$E_{2z}(x, z) = -\sum_{m=0}^{\infty} \tilde{k}_{2xm} \sin(\tilde{k}_{2xm} x) [\tilde{A}_{2m} \cos(\tilde{k}_{2zm} (z-l)) + \tilde{B}_{2m} \sin(\tilde{k}_{2zm} (z-l))].$$

Обозначим распределение  $x$ -компоненты электрического поля при  $z = 0$  как  $E_x(x)$ . В силу симметрии и теоремы Флоке  $E_x(x, d) = E_x(x) \exp(-jk_z d)$  и  $E_x(x, l) = E_x(x) \exp(-jk_z l)$ .

полю  $E_z(z)$  по базисным функциям условие экстремума функционала (21) приводит к тому, что ДУ есть детерминант.

Теперь рассмотрим МЧО для областей  $0 \leq z < l$  и  $l \leq z < d$ . Тогда в ЧО поля выражаются через  $y$ -компоненту магнитного вектор-потенциала

Аналогичные соотношения имеют место для компоненты  $H_y$ . Сшивая электрическое поле при  $z = 0$ ,  $z = l$  и  $z = d$ , выразим неизвестные коэффициенты через интегралы от компоненты  $E_x$ :

$$\tilde{B}_{1m} = \frac{2}{(1 + \delta_{m0}) \tilde{k}_{1xm} g} \int_0^b E_x(x) \cos(\tilde{k}_{1xm} x) dx, \quad (24)$$

$$\tilde{B}_{2m} = \frac{2 \exp(-jk_z l)}{(1 + \delta_{m0}) \tilde{k}_{2xm} b} \int_0^b E_x(x) \cos(\tilde{k}_{2xm} x) dx, \quad (25)$$

$$\tilde{A}_{1m} = \tilde{B}_{1m} \cot(\tilde{k}_{1zm} l) - \frac{2 \exp(-jk_z l)}{(1 + \delta_{m0}) \tilde{k}_{1xm} g \sin(\tilde{k}_{1zm} l)} \int_0^b E_x(x) \cos(\tilde{k}_{1xm} x) dx, \quad (26)$$



$$\tilde{A}_{2m} = \tilde{B}_{2m} \cot(\tilde{k}_{2zm}c) - \frac{2 \exp(-jk_z d)}{(1 + \delta_{m0})\tilde{k}_{2xm}b \sin(\tilde{k}_{2zm}c)} \int_0^b E_x(x) \cos(\tilde{k}_{2xm}x) dx. \quad (27)$$

Теперь ДУ получается в виде двух уравнений путем сшивания компоненты магнитного поля при  $z = l$  и  $z = d$ :

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \cos(\tilde{k}_{1xm}x) [\tilde{A}_{1m} \cos(\tilde{k}_{1zm}l) + \tilde{B}_{1m} \sin(\tilde{k}_{1zm}l)] - \tilde{A}_{2m} \cos(\tilde{k}_{2xm}x) \right\} = 0, \quad (28)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \exp(-jk_z d) \tilde{A}_{1m} \cos(\tilde{k}_{1xm}x) - \cos(\tilde{k}_{2xm}x) [\tilde{A}_{2m} \cos(\tilde{k}_{2zm}c) + \tilde{B}_{2m} \sin(\tilde{k}_{2zm}c)] \right\} = 0. \quad (29)$$

Уравнение (28) можно записать в виде

$$\int_0^b [K_{10}(x, x') + \exp(-jk_z l) K_{11}(x, x') + \exp(-jk_z d) K_{12}(x, x')] E_x(x') dx' = 0, \quad (30)$$

а уравнение (29) соответственно как

$$\int_0^b [\exp(-jk_z d) K_{20}(x, x') + \exp(-jk_z(d+l)) K_{21}(x, x') + \exp(-jk_z l) K_{22}(x, x')] E_x(x') dx' = 0, \quad (31)$$

где введены следующие ядра:

$$\begin{aligned} K_{10}(x, x') &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 \cos(\tilde{k}_{1xm}x) \cos(\tilde{k}_{1xm}x')}{(1 + \delta_{m0}) g k_{1xm} \sin(\tilde{k}_{1zm}l)}, \\ K_{11}(x, x') &= -2 \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{\cos(\tilde{k}_{1xm}x) \cos(\tilde{k}_{1xm}x')}{(1 + \delta_{m0}) \tilde{k}_{1xm} g \tan(\tilde{k}_{1zm}l)} + \frac{\cos(\tilde{k}_{2xm}x) \cos(\tilde{k}_{2xm}x')}{(1 + \delta_{m0}) \tilde{k}_{2xm} b \tan(\tilde{k}_{2zm}c)} \right], \\ K_{12}(x, x') &= - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 \cos(\tilde{k}_{2xm}x) \cos(\tilde{k}_{2xm}x')}{(1 + \delta_{m0}) \tilde{k}_{2xm} b \sin(\tilde{k}_{2zm}c)}, \\ K_{20}(x, x') &= 2 \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{\cos(\tilde{k}_{1xm}x) \cos(\tilde{k}_{1xm}x')}{(1 + \delta_{m0}) g k_{1xm} \tan(\tilde{k}_{1zm}l)} + \frac{\cos(\tilde{k}_{2xm}x) \cos(\tilde{k}_{2xm}x')}{(1 + \delta_{m0}) b k_{2xm} \tan(\tilde{k}_{2zm}c)} \right], \\ K_{21}(x, x') &= - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 \cos(\tilde{k}_{1xm}x) \cos(\tilde{k}_{1xm}x')}{(1 + \delta_{m0}) g k_{1xm} \tan(\tilde{k}_{1zm}l)}, \\ K_{22}(x, x') &= -2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 \cos(\tilde{k}_{2xm}x) \cos(\tilde{k}_{2xm}x')}{(1 + \delta_{m0}) b k_{2xm} \sin(\tilde{k}_{2zm}c)}. \end{aligned} \quad (32)$$

Умножая соотношения (30), (31) на сопряженное значение поля  $E_z^*$  и интегрируя, получим уравнения

$$I_{10} + \exp(-jk_z l) I_{11} + \exp(-jk_z d) I_{12} = 0, \quad (33)$$

$$\exp(-jk_z d) I_{20} + \exp(-jk_z(d+l)) I_{21} + \exp(-jk_z l) I_{22} = 0. \quad (34)$$

Здесь индексы интегралов соответствуют индексам ядер, которые в них входят.

Обозначая теперь  $X = \exp(-jk_z d)$ ,  $Y = \exp(-jk_z l)$ , имеем:

$$I_{10} + Y I_{11} + X I_{12} = 0, \quad X I_{20} + X Y I_{21} + Y I_{22} = 0. \quad (35)$$



Эти соотношения позволяют найти  $X$  и  $Y$ , следовательно, и  $k_z$  как явную функцию  $k_0$ . На основе этого может быть получена не только дисперсия, но и потери. В частности,

$$X^2 I_{12} I_{21} + X [I_{12} I_{22} + I_{10} I_{21} - I_{20} I_{11}] + I_{10} I_{22} = 0. \quad (36)$$

Уравнение (35) имеет два корня соответственно двум ветвям дисперсионной характеристики. Находя их, получаем основное ДУ:

$$k_z = j \ln(X)/d. \quad (37)$$

Можно записать и такое ДУ:

$$k_z = j \ln(Y)/l. \quad (38)$$

Отсюда следует, что должно выполняться тождество  $X^{l/d}/Y = 1$ , подставляя в которое  $Y = (-I_{10} + XI_{12})/I_{11}$  и значение  $X$  из (35), получаем функционал, которому удовлетворяет поле  $E_x$  при каждом значении частоты. Результаты расчета дисперсии гребенки на диэлектрике приведены на рис. 3–4. Модель позволяет рассчитывать системы без дисперсии: кривая 1 – плоскопараллельный волновод (ППВ) без диэлектрика, кривая 2 – ППВ с эффективным диэлектрическим заполнением  $\epsilon_{ef} = 2$ . Там же дан результат для металлической гребенки (кри-

вая 3). Видно, что при одинаковой конфигурации ЗС типа «диэлектрическая гребенка с металлизацией» более широкополосная, обладает лучшей линейностью и большим замедлением, поскольку дополнительное замедление  $\sqrt{\epsilon_{ef}}$  не имеет дисперсии. Если рассматривать металлическую гребенку в прямоугольном экране, контактную с широкой стенкой и узкими стенками ПВ, образованного экраном, то такая ЗС имеет низкочастотную отсечку. Очевидно, дисперсия основной моды такой ЗС ширины  $w$  получается из дисперсии двумерной гребенки путем замены  $k_0 \rightarrow \sqrt{k_0^2 - (\pi/w)^2}$ . Если же контактов гребенки с боковыми экранами нет, то нет и низкочастотной отсечки.

#### 4. Сопротивление связи

Сопротивление связи определяем согласно [1] в виде

$$R_c = \langle |E_z|^2 \rangle / (2k_z^2 \bar{P}_z). \quad (39)$$

Здесь величина

$$\langle |E_z|^2 \rangle = \frac{1}{td} \int_{b-t}^b \int_0^d E_z(x, z) E_z^*(x, z) dx dz \quad (40)$$

есть средний квадрат амплитуды компоненты

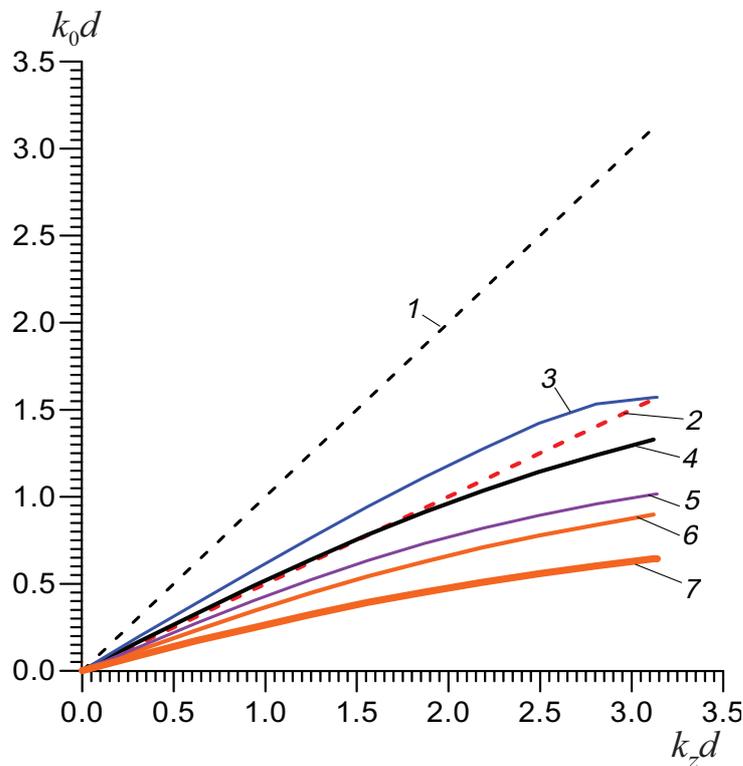


Рис. 3. Дисперсия ЗС рис.1 в зависимости от параметров

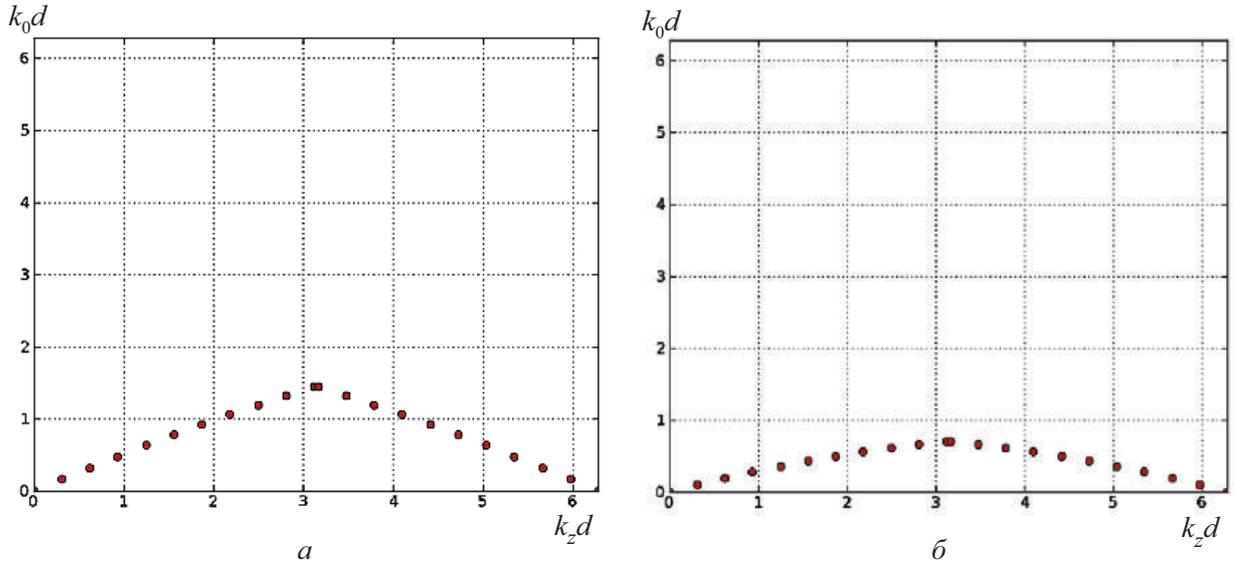


Рис. 4. Дисперсия ЗС рис. 1 для малой (а) и большой (б) высоты гребня при  $c/a=0.1$ ,  $d/a=0.2$ ,  $\epsilon=4$ :  $b/a=0.5$ ,  $h/a=0.3$  (а);  $b/a=0.3$ ,  $h/a=0.6$  (б)

электрического поля волны, взаимодействующей с электронным потоком и усредненный по нему, а  $\bar{P}_z$  – полная усредненная по периоду мощность, переносимая через поперечное сечение периоди-

ческого волновода. Величина  $t$  есть толщина пучка. Если считать, что ширина пучка  $w$  конечна, а плотность тока в нем  $J$  меняется в поперечном сечении, то следует записать

$$\langle |E_z|^2 \rangle = \frac{1}{Itwd} \int_{b-t-w/2}^b \int_{-w/2}^0 \int_0^d J(x, y) |E_z(x, z) E_z^*(x, z)| dx dy dz, \quad (41)$$

где  $I$  – полный ток пучка (т.е. интеграл от  $|J|$  по сечению). Реально все структуры ЗС имеют конечное сечение и конечную переносимую мощность. Однако в двумерной модели сечение бесконечно и бесконечна мощность. Можно ввести мощность на единицу ширины:

$$\bar{P}_z = \frac{1}{2d} \int_0^a \int_0^d E_x(x, z) H_y^*(x, z) dx dz. \quad (42)$$

Заметим, что это мощность, усредненная по периоду ячейки. Соответственно все соотношения (39)–(42) должны применяться для конкретной моды периодического волновода. Этим мод бесконечное число и каждая мода содержит бесконечное число пространственных гармоник. Пересечение дисперсионной кривой электронного потока с дисперсионной кривой конкретной моды и определяет рабочую точку, т.е. величины  $k_0$  и  $k_z = k_z(k_0)$ . Именно эти значения следует использовать при определении величин (39)–(42). Таким образом, задав частоту и определив соответствующую ей компоненту на дисперсионной ветви, можно определить величину (39). При подстановке в нее погонной мощности (42) ее

размерность будет Ом·м и она выполняет роль коэффициента связи. Соответственно вместо тока в уравнениях должен присутствовать погонный ток, имеющий размерность А/м, т.е. размерность поверхностного тока. Сопротивление (коэффициент) связи гребенки, как видно, зависит от многих факторов, включая и конфигурацию пучка, и может изменяться в широких пределах. Конфигурация рис. 01 с электрической стенкой при  $x = 0$  достаточно неудачная, поскольку  $E_z$  вблизи экрана мало и стремится на нем к нулю. Поэтому симметричная ЗС с магнитной стенкой при  $x = 0$  более перспективна. Расчет такой ЗС осуществляется по приведенным соотношениям путем соответствующих замен в ФГ синусов на косинусы и наоборот. Известно, распространяющаяся медленная мода в открытой гребенке носит поверхностный характер, т.е. ее поле экспоненциально затухает. Наличие экранов также приводит к спадающему полю по более сложному закону. Это приводит к необходимости использования широких ленточных пучков вблизи гребенки. Но для таких пучков велико токооседание. Для повышения сопротивления связи целесообразно делать



гребни высокими и узкими. В ЗС типа «двойная гребенка» удобно смещать одну из гребенок, что приводит к несимметричной конструкции. Такое смещение на полпериода позволяет существенно увеличить коэффициент связи. Другой подход – использование второй гребенки с кратным периодом, что изменяет дисперсию и может увеличить сопротивление связи. Недостаток гребенчатых ЗС состоит в том, что с ростом частоты волна прижимается к гребенке, уменьшая сопротивление связи и ухудшая широкополосность.

### 5. Меандровая линия в экране

Меандровая линия в прямоугольном экране также представляется перспективной ЗС для ЛБВ терагерцового диапазона. Диэлектрические крепления меандра к экрану не учитываем. Тогда модель ЗС строится на основе возбуждения полости экрана меандровым током с использованием периодических ФГ. Простейшая модель получается заданием линейного петляющей по меандру волны тока, бегущей со скоростью света. Дисперсионное уравнение следует из требования равенства нулю касательной к меандру компоненты электрического поля. Здесь использована тензорная периодическая ФГ в прямоугольном экране, т.е. периодически продолженная ФГ ПВ.

На основе описанного подхода произведен расчет дисперсии такой ЗС путем усреднения компоненты электрического поля вдоль меандра. Результаты приведены на рис. 5.

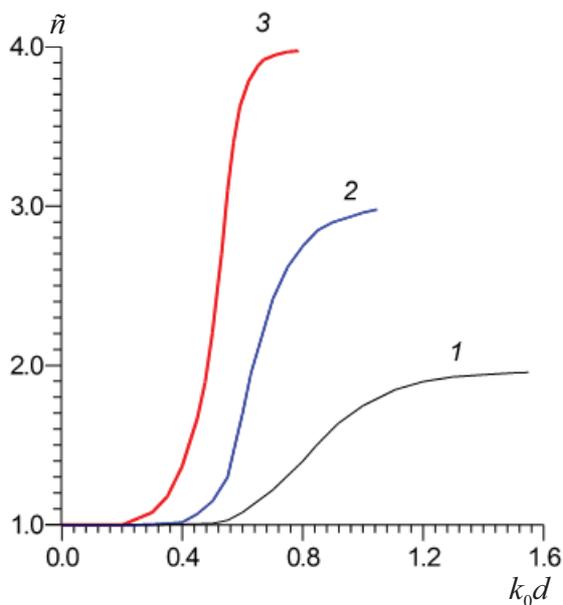


Рис. 5. Частотная зависимость замедление ЗС типа «меандр» в прямоугольном экране при разных величинах отношения длины колена и шага:  $h_x/h_z=1$  (кривая 1),  $h_x/h_z=2$  (2) и  $h_x/h_z=3$  (3)

Меандровая ЗС также не имеет низкочастотной отсечки, но ее полоса существенно меньше, чем у спирали. Приближенное моделирование меандровой ЗС ранее было выполнено методом многопроводной линии [1, 15].

### 6. Численные результаты

Полученные по рассмотренной простой модели численные результаты (см. рис. 3–4) хорошо соответствуют физике распространения волн в гребенке. В частности, получается линейная зависимость при отсутствии гребней (кривые 1, 2). Эффективная диэлектрическая проницаемость увеличивает замедление. Во всех расчетах с диэлектриком взято значение  $\epsilon = 4$ . Соответственно увеличение замедления за счет диэлектрика достигается уменьшением отношения  $b/a$ . Увеличение размера гребня  $h$  уменьшает  $\epsilon_{ef}$  (при прочих неизменных размерах), но увеличивает геометрическое замедление. Соответственно при больших  $\epsilon$  замедление может уменьшиться, а при малых  $\epsilon$  при этом будет возрастать. Кривые 4–7 на рис. 3 как раз демонстрируют этот эффект при изменении размеров в пределах  $0.3 \leq b/a \leq 0.7$  и  $0.3 \leq h/a \leq 0.6$ . По приведенным формулам оценивалось сопротивление связи на единицу длины. При больших  $\epsilon$  оно в принципе почти такое же, как у полностью металлической гребенки, поскольку поле в диэлектрике ослабляется и соответственно усиливается в пролетном канале. Существенное повышение сопротивления связи возможно в двойной гребенке (см. рис. 2) с синфазным возбуждением, а также и при кратном уменьшении периода второй гребенки или ее сдвиге. Следует заметить, что при малом размере канала, большом  $h$ , сдвигах и кратных периодах ЗС типа «гребенка» по свойствам близка к встречно-штыревым ЗС, в которых возможна аномальная дисперсия на основной дисперсионной ветви [15]. В нашем случае аномальная дисперсия не наблюдалась. По-видимому, это связано с введением диэлектрика, который улучшает линейность дисперсионной кривой, а также с тем, что моделировалась одиночная гребенка. Проведенные численные оценки показали возможность достижения сопротивления связи порядка 20 в низкочастотной части линейной дисперсионной характеристики.

### Выводы

Рассмотрены ЗС типа «гребенка» и «меандровая линия», перспективные для ЛБВ миллиметрового и терагерцового диапазонов, для



которых получены простые численные модели. Численно исследована ЗС типа «диэлектрическая гребенка с металлизацией» в металлическом экране и меандровая линия в экране. При этом ширина гребенки считалась бесконечной. ЗС рис. 1 соответствует противофазному возбуждению симметричной двойной гребенки удвоенной высоты. Перспективной с точки зрения управления дисперсией и увеличения сопротивления связи является двойная несимметричная гребенка на гребенчатых подложках в экране (см. рис. 2). Несимметричность достигается сдвигом одной гребенки относительно другой. Также несимметричность может быть достигнута использованием двух гребенок с кратными периодами (как при наличии, так и при отсутствии сдвига). В терагерцовом диапазоне удобно запитывать ЗС от ПВ. При этом он герметично крепится к экрану и выходит из него внутрь, образуя рупор с разрезом по боковой стенке. Фактически это означает переход от ПВ к ППВ, один проводник которого замыкается на экран у входа ЗС, а другой – на вход одной или двух гребенок. При синфазном возбуждении (магнитная стенка в плоскости  $x = 0$ ) достаточно соединить на входе две гребенки проводником и подать питание на его центральную точку. Если один из проводников ППВ раздвоить, то можно возбудить гребенки с произвольным сдвигом фаз.

Показано, что несимметричная (сдвинутая) двойная гребенка на диэлектрике в прямоугольном экране обладает хорошей линейной дисперсией и широкой полосой, а ее сопротивление связи можно сделать достаточно высоким путем подбора конфигурации. Дополнительно изменять параметры такой ЗС можно, кратнo изменяя период второй гребенки. Для ЛБВ целесообразно использовать гребенчатые подложки с большими  $\epsilon$ , что позволяет увеличить широкополосность, сопротивление связи и снизить риск возникновения областей с аномальной дисперсией. Это приводит и к технологическим упрощениям (уменьшению глубины выполняемых пазов в диэлектрике). Поле ЗС типа «меандр в прямоугольном экране» спадает более медленно при удалении от меандра, однако такая ЗС конструктивно менее удобна. При продвижении к высокочастотной части терагерцового диапазона и в инфракрасный диапазон применение металлических ЗС становится нецелесообразным. В этом случае диэлектрическая гребенка, возбуждаемая диэлектрическим волноводом, становится

аналогом ЗС типа «гребенка» миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. При этом все же целесообразно нанести на нее тонкую металлизацию порядка толщины скин-слоя, для снятия с диэлектрика оседаемого поверхностного заряда.

### Библиографический список

1. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. М. : Сов. радио. 1960. 632 с.
2. Осин А. В., Солнцев В. А. Электронные волны в запрещенных периодических структурах // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 23, № 7. С. 1380–1388.
3. Вербицкий И. Л., Бузин Л. М. К теории взаимодействия электронного потока с пространственными гармониками поля гребенчатой замедляющей системы (синхронное взаимодействие) // Радиотехника и электроника. 1970. Т. 14, № 5. С. 1003–1015.
4. Накрап И. А., Самохин Г. С., Силин Р. А., Стриженко В. С. Характеристика замедляющей системы типа «гребенка» в полосе непропускания // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1973. № 12. С. 16–44.
5. Бузик Н. Ш. Дисперсия и затухание гребенчатых замедляющих систем вне полос пропускания // Изв. вузов. Радиофизика. 1972. Т. 14, № 12. С. 1878–1890.
6. Цимринг Ш. Е. Вариационный метод расчета волноводов с периодическими неоднородностями // Радиотехника и электроника. 1957. Т. 2, № 1. С. 3–4.
7. Белуга Н. Ш. О методах частичных областей, основанных на стационарности некоторых функционалов // Радиотехника и электроника. 1964. Т. 9, № 3. С. 459–468.
8. Самохин Г. С., Силин Р. А. Высшие типы волн в гребенчатой замедляющей системе. Ч. 1. Метод расчета основных параметров // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1973. № 5. С. 3–11.
9. Самохин Г. С., Силин Р. А., Малькова Н. Я. Дисперсия и сопротивление связи замедляющих систем на высших полосах пропускания // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1968. № 7. С. 78–94.
10. Стриженко В. С. О взаимодействии нормальных волн в замедляющей системе типа «гребенка» // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1979. № 2. С. 13–18.
11. Иванов В. Н. К теории штыревой гребенки // Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4, № 4. С. 724–725.
12. Давидович М. В. Фотонные кристаллы : функции Грина, интегродифференциальные уравнения, результаты моделирования // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 2. С. 150–163.
13. Бушуев Н. А., Давидович М. В. Дисперсия открытой тонкой спирали // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57, № 8. С. 838–844.
14. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М. : Радио и связь, 1983. 296 с.
15. Альтшуллер Ю. Г., Татаренко А. С. Лампы малой мощности с обратной волной. М. : Сов. радио, 1963. 286 с.