

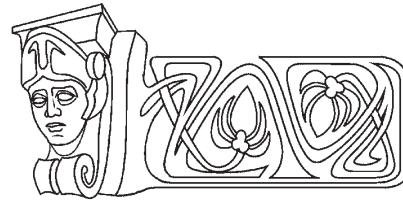


УДК 535.361

## ЗАВИСИМОСТЬ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ БИОСПЕКЛОВ ОТ УСЛОВИЙ ОБЛУЧЕНИЯ: КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

А. С. Ульянов

Саратовский государственный университет  
E-mail: UlyanovAS@mail.ru



В работе представлены результаты компьютерного моделирования процессов рассеяния лазерного излучения на модели биологических объектов, обладающих фрактальными свойствами. Изучена зависимость фрактальной размерности формирующихся спекл-структур от фрактальных характеристик биообъекта и соотношения между диаметром освещающего пучка и характерными размерами биофрактала.

**Ключевые слова:** фрактальная размерность, ковер Серпинского, биофрактал, фрактальные спеклы.

### Dependence of Fractal Dimension of Biospeckles on Conditions of Illumination: Computer Simulation

A. S. Ulyanov

There were presented results of computer simulation of processes of scattering of laser light on biological objects with fractal structure. Dependence of fractal dimension of speckle pattern formed under illumination of model of biological object on fractal properties of object of interest and on correlation between diameter of laser beam and dimensions of biofractal was investigated.

**Key words:** fractal dimension, Sierpinsky carpet, biofractal, fractal speckles.

### Введение

Под фракталами понимают сложные геометрические фигуры, обладающие свойством самоподобия [1]. Говоря иными словами, фигура, обладающая фрактальными свойствами, состоит из нескольких частей, каждая из которых подобна (либо приближённо подобна) всей фигуре в целом.

Фрактальные структуры часто встречаются в природе и изучаются в самых разных отраслях науки. В биомедицинской оптике спекл-поля широко используются в оптической диагностике биотканей [2]. При этом следует отметить, что в большинстве случаев флуктуации развитых спекл-полей подчиняются гауссовому распределению [3]. Однако иногда статистика спеклов может отличаться от гауссовой.

В биологии, медицине и биофизике анализ фрактальной размерности спекл-структур нашел достаточно широкое применение. Как показано в работах [4–6], если объект обладает фрактальными свойствами, то спекл-структуры, образованные при рассеянии света на этих объектах, тоже могут

обладать фрактальными свойствами. Существует ряд работ, посвященных исследованию специфического класса так называемых «фрактальных спеклов» (см. [7] и библиографию к ней).

По нашему мнению, фрактальными свойствами, должны обладать так называемые структурированные спекл-поля [8]. Фрактальность случайных оптических полей может проявляться при суперпозиции двух или более кросс-поляризованных статистически независимых спекл-структур [9]. Часто оптические фракталы наблюдаются при рассеянии света на агрегатах частиц [10–12].

Целью данной работы является детальное изучение характеристик «фрактальных биоспеклов», выполненное на основе компьютерного моделирования. В статье проведен анализ зависимости фрактальной размерности биоспеклов (на примере ковра Серпинского) в зависимости от таких характеристик фрактальной структуры, как глубина фрактала и его геометрические размеры при различных условиях облучения.

### 1. Модель биофрактала: ковер Серпинского

Наиболее известным модельным детерминированным фракталом является ковер Серпинского. На рис. 1, а–г представлена топология ковра Серпинского с различной глубиной фрактальной структуры.

Использование именно этой фрактальной структуры при изучении фрактальных свойств спекл-полей было обусловлено несколькими причинами. Одной из них является простота аналитического задания такой структуры. Не менее важным является лёгкость изменения глубины фрактальной структуры рассеивающего объекта.

Фрактальная размерность определяется методом покрытия. Подробное описание метода в данной работе не приводится в связи с тем, что метод широко используется и многократно описан в литературе. В частности, детальное описание метода приведено в работах [13–15].

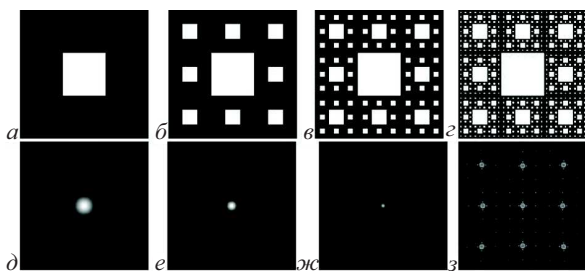


Рис. 1. Изображение топологии фрактальной структуры с числом итераций: а – одна; г – четыре; д–з – дифракционные картины, сформированные при облучении структуры различного поперечного размера от 10 до 80 мкм, соответствующие а–г

## 2. Результаты компьютерного моделирования

### 2.1. Влияние размеров облучаемого объекта

На рис. 2 а, б приведены теоретически рассчитанные дифракционные картины, соответствующие структурам, изображенным на рис.1, а, г, представлены зависимости, определяющие фрактальную размерность полученной дифракционной картины (рис. 2, в, д). На указанных рисунках по оси абсцисс отложена величина  $s$ , равная  $\log_2$  от размера покрывающих ячеек.

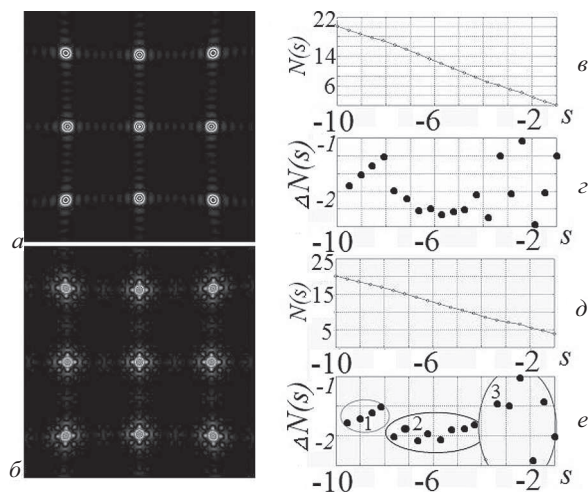


Рис. 2. Дифракционные картины, полученные при моделировании облучения структур, представленных на рис.1, а, г, и соответствующие им зависимости (рис.2, в, д), определяющие фрактальную размерность. На рис. 2, е отмечены области, соответствующие различным режимам образования фрактальных структур

По оси ординат на верхних графиках (рис. 2, в, д) отложена функция  $N(s)$ , равная  $\log_2$  от количества покрывающих ячеек, на нижних (рис. 2, г, е) – приращение функции  $\Delta N(s)$ . Фрактальную размерность  $F$  можно определить следующим соотношением:

$$F = -\frac{N(s)}{s}.$$

Как видно из графика функции  $N(s)$ , величина фрактальной размерности превышает 2, что говорит об отсутствии фрактальной структуры. Однако важно подчеркнуть, что на приведенных графиках функции  $N(s)$  можно выделить три характерные области (они показаны на рис. 2, е).

Проанализируем поведение графика функции  $N(s)$  в каждой из упомянутых областей. В области № 1 точки графика функции  $\Delta N(s)$  принадлежат прямой, тангенс угла наклона которой стремится к нулю при увеличении числа итераций фрактальной структуры. Иными словами, горизонтально расположенная прямая на графике функции  $\Delta N(s)$  означает появление линейного участка на графике функции  $N(s)$ , что соответствует наличию фрактальной структуры.

Проведем кривую, аппроксимирующую точки, принадлежащие области №2. При малом числе итераций фрактальной структуры форма этой кривой близка к параболе. В пределе график функции  $\Delta N(s)$  стремится к горизонтально расположенной прямой. Следовательно, в области №2 также начинают проявляться фрактальные свойства.

С увеличением числа итераций фрактальной структуры в области № 3 фрактальные свойства рассеивающего объекта не проявляются.

### 2.2. Влияние размера освещающего пучка

Обычно считается [16], что поперечная корреляционная функция  $C_{\perp}(r)$  пространственных флуктуаций интенсивности во фрактальном спекл-поле описывается выражением вида

$$C_{\perp}(r) = r^{2(D-2)},$$

где  $r$  – пространственная координата,  $D$  – параметр, лежащий в интервале  $1 < D < 2$ . При этом продольная корреляционная функция [3] имеет следующий вид:

$$C_{\parallel}(\Delta z) = \Delta z^{D-2},$$

где  $\Delta z$  – расстояние между соседними точками наблюдения двух спекл-полей, отсчитываемое вдоль продольной координаты (т. е. вдоль оптической оси системы).

В численном эксперименте проводился анализ фрактальных размерностей изображений, формирующихся при освещении ковра Серпинского размерами 2x2 мм гауссовым пучком размерами от 0.5 до 2 мм. Шаг изменения диаметра пучка составлял 170 мкм. Соотношение между диаметром колонии  $D$  и диаметром пучка  $d$  описывается тривиальным выражением

$$Ratio = \frac{d}{D}.$$

Структура освещенного гауссовым пучком объекта представлена на рис. 3, а–в (для трех раз-

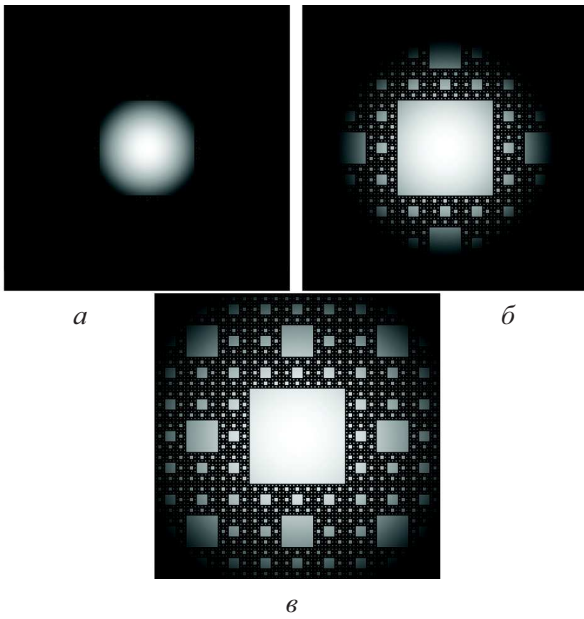


Рис. 3. Структура фрактального объекта (ковёр Серпинского), освещенного гауссовым пучком: *a* – *Ratio* = 0.33; *б* – *Ratio* = 0.66; *в* – *Ratio* = 1

личных значений *Ratio*). Результаты вычисления фрактальных размерностей приведены на рис. 4, *a–в* (соответствующих рис. 3, *a–в*).

Зависимость фрактальной размерности *F* от параметра *Ratio* приведена на рис. 5, *a*. Анализ зависимости, представленной на последнем рисунке, позволяет сделать вывод о том, что фрактальная размерность изображения объекта существенным образом зависит от соотношения между диаметром пучка и размером изучаемой фрактальной структуры. Относительное изменение величины фрактальной размерности может достигать 15%.

### 2.3. Влияние положения освещающего пучка

Было проведено исследование зависимости фрактальной размерности от положения центра освещающего пучка относительно центра фрактального объекта. Для характеристики величины смещения использовалась относительная величина

$$\text{Shift} = \frac{\Delta}{D},$$

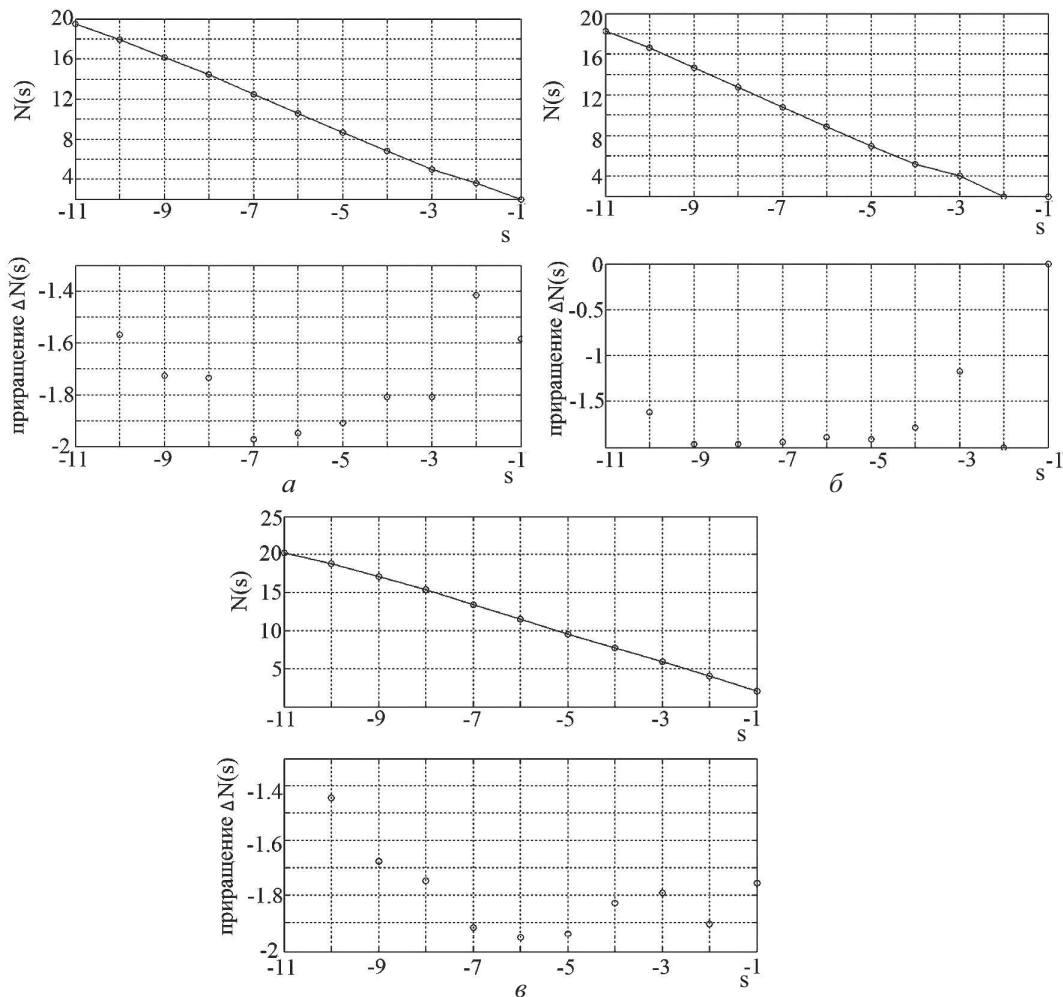


Рис. 4. Зависимости, определяющие фрактальную размерность: *a* – *Ratio* = 0.33; *б* – *Ratio* = 0.66; *в* – *Ratio* = 1

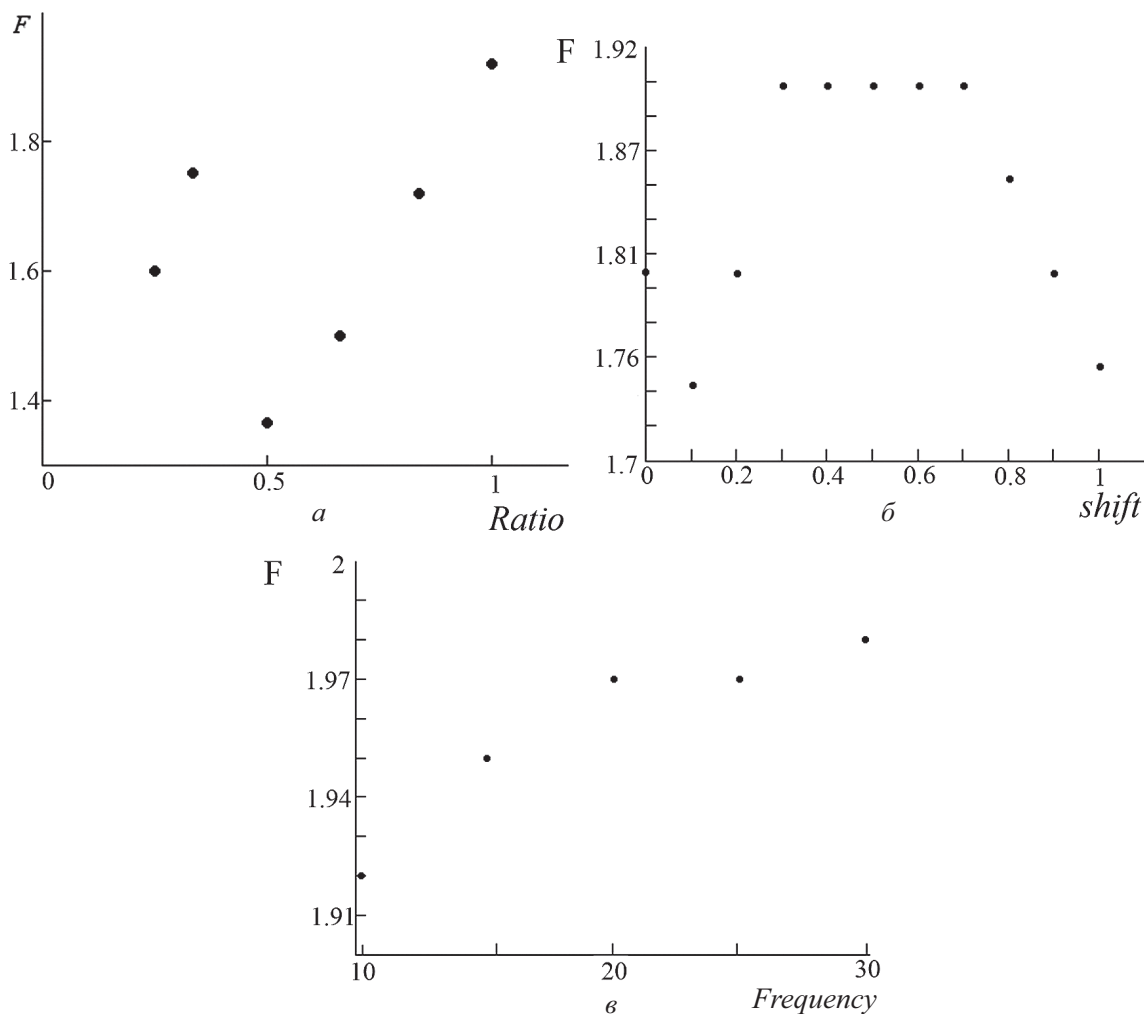


Рис. 5. Зависимость фрактальной размерности изображения объекта от условий освещения  $a$  – зависимость от параметра;  $b$  – зависимость от смещения центра пучка относительно центра объекта;  $v$  – зависимость от частоты интерференционных полос

где  $\Delta$  – расстояние между центром гауссова пучка и центром фрактального объекта. Анализируемая зависимость  $F(Shift)$  представлена на рис. 5, б. Видно, что при большом смещении пучка ( $Shift = 0.5$ ) фрактальная размерность изменяется более чем на 8%.

#### 2.4. Влияние периода интерференционных полос

Изображение объекта может быть промодулировано полосами, формирующимися в результате интерференции света в стенках чашки Петри или в ИК фильтре, покрывающем поверхность CMOS камеры.

В компьютерном эксперименте период варьировался от 1/30 до 1/10 размера изображения фрактального объекта. Контраст полос был принят равным 1. Более удобно оперировать частотой полос, зависимость от которой представлена на рис. 5, в. Относительное изменение величины

фрактальной размерности невелико и не превышает 1.5%.

#### Заключение

В работе описаны данные, полученные при компьютерном моделировании дифракционных картин, образующихся при облучении лазерным светом объектов, обладающих фрактальной структурой.

Результаты компьютерного моделирования показывают, что данный метод чрезвычайно чувствителен к условиям облучения колоний и влиянию различных факторов, таких как формирование интерференционных полос, смещение центра освещающего светового пучка относительно центра исследуемого объекта. Корректное определение фрактальной размерности биоспеклов потребует крайне тщательной настройки оборудования.



Исследование проведено при финансовой поддержке программы У.М.Н.И.К., Министерства образования и науки РФ (проекты № 1.4.09 и № 2.1.1/4989) и НТП ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (гос. контракт № 02.740.11.0879).

#### Список литературы

1. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco : W. H. Freeman and Co., 1982.
2. Тучин В. В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1998.
3. Dainty J. C. Topics in Applied Physics. Berlin : Springer – Verlag, 1975.
4. Ishii K., Asakura T. Correlation Properties of Light Backscattered Multiply from Fractal Aggregates of Particles Under Brownian Motion // J. Biomed. Opt. 1999. Vol. 4(2). P. 230.
5. Dogariu A., Uozumi J., Asakura T. Ballistic propagation of light through fractal gels // Waves in Random Media. 1994. Vol. 4. P. 1.
6. Wada N., Uozumi J., Asakura T. Effects of random noise on bispectra of fractal objects // Pure Appl. Opt. 1995. Vol. 4. P. 857.
7. Funamizu H., Uozumi J. Generation of fractal speckles by means of a spatial light modulator // Optics Express. 2007. Vol. 15(12). P. 7415.
8. Hanson S. G., Jakobsen M. L., Hansen R. S., Yura T. H. Compound speckles and their statistical and dynamical properties // Proc. SPIE. 2008. Vol. 7008. P. 70080M.
9. Okamoto T., Fujita S. Statistical properties of three-dimensional speckle distributions produced by crossed scattered waves // JOSA A. 2008. Vol. 25(12). P. 3030.
10. Khlebtsov N. G. An approximate method for calculating scattering and absorption of light by fractal aggregates // Optics and Spectroscopy. 2000. Vol. 88(4). P. 594.
11. Schmitt J. M., Kumar G. Optical scattering properties of soft tissue : a discrete particle model // Applied Optics. 1998. Vol. 37(13). P. 2788.
12. Wang R. K. Modelling optical properties of soft tissue by fractal distribution of scatters // J. Mod. Opt. 2000. Vol. 47. P. 103.
13. Иванов А. В., Короновский А. А., Минюхин И. М., Яшков И. А. Определение фрактальной размерности овражно-балочной сети города Саратова // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2006. Т. 14, № 2. С. 64.
14. Ulyanov A. S. Analysis of Fractal Dimensions in the express diagnostics of bacterial colonies // Optics and Spectroscopy. 2009. Vol. 107(6). P. 866.
15. Ulyanov A. S. Identification of tissues with pathological changes using laser speckles // Quantum Electronics. 2008. Vol. 38(6). P. 557.
16. Uozumi J., Ibrahim M., Asakura T. Fractal Speckles // Opt. Commun. 1998. Vol. 156. P. 350.

УДК 535.4:681.7.064.45

## МЕТОД ЦИФРОВОЙ ЛАЗЕРНОЙ СПЕКЛ-ФОТОГРАФИИ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ МИКРОПЕРЕМЕЩЕНИЙ РАССЕИВАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

Л. А. Максимова, Н. Ю. Мысина\*, А. А. Гребенюк\*,  
Б. Б. Горбатенко\*\*, В. П. Рябухо\*

Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов

\*Саратовский государственный университет

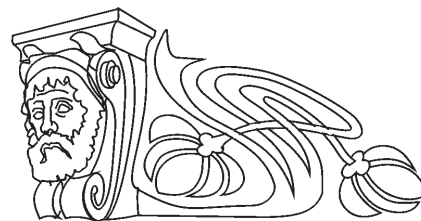
\*\*Саратовский государственный технический университет

E-mail: MaksimovaLA@yandex.ru; E-mail: Nataliamysina@yandex.ru;

E-mail: GrebenyukAA@yandex.ru; E-mail: rvp@sgu.ru; E-mail: gorbor@pochta.ru

Рассматривается метод двухэкспозиционной спекл-фотографии с цифровой записью спекл-структуры дифракционного поля и численной обработкой спеклограмм для определения микро-смещений рассеивающих объектов. Обсуждаются особенности реализации метода спекл-фотографии с записью цифровых спеклограмм в дальней области дифракции и в области сфокусированного изображения. Выполнены натурные и численные эксперименты с целью получения измерительной информации о микро-смещении объекта.

**Ключевые слова:** спекл-структура, цифровая спекл-фотография, фурье-спеклограмма, дифракционное гало, пространственный спектр, интерферограмма.



### Technique of Digital Laser Speckle-Photography for Measurement of Scattered Object Microdisplacement

L. A. Maksimova, N. Yu. Mysina, A. A. Grebenyuk,  
B. B. Gorbatenko, V. P. Ryabukho

Speckle-photography with two-exposition digital recording of speckle-structure of diffraction field and numerical specklegram processing for measurements of scattering object micro displacement is considered. Methods for realization of speckle-photography technique with recording of digital specklegrams in far field diffraction area and in field of focused image are discussed. Natural and numerical experiments