



Semianalytical Formulation // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2011. Vol. 59, № 6. P. 1441–1453.

4. *Alecsutova S. V.* Mathematical Modelling of Multilayered Waveguides with Non-Uniform Boundaries // Моделиро-

вание в прикладной электродинамике и электронике : сб. науч. тр. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2007. Вып. 8. С. 76–81.

5. *Никольский В. В.* Электродинамика и распространение радиоволн. М. : Наука, 1989. 544 с.

УДК 534.1:539.3

## О ВЛИЯНИИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ДИНАМИКУ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ПЬЕЗОГИРОСКОПА

В. Ю. Ольшанский, А. В. Серебряков\*, И. Ф. Абитова

Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов  
\*Энгельсский технологический институт (филиал)  
Саратовского государственного технического университета  
E-mail: olshanskiy\_vlad@mail.ru; abitovaif@rambler.ru  
E-mail: bundzin@inbox.ru

Рассмотрены колебания в чувствительном элементе пьезогироскопа при измерении угловой скорости. Решена связанная задача электроупругости для системы упругих пьезокерамических пластин и присоединенной массы. Учитывалось наличие сил вязкости при деформациях пьезокерамики. Исследовано влияние условий закрепления пластин на амплитудно-частотные характеристики устройства.

**Ключевые слова:** сила Кориолиса, угловая скорость, пьезоэффект, электроупругость.

### The Influence of the Boundary Conditions on the Dynamics of the Piezogyroscope's Sensitive Element

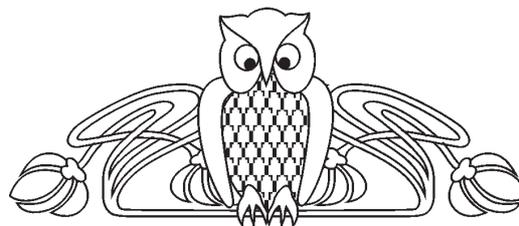
V. Yu. Olshanskiy, A. V. Serebryakov, I. F. Abitova

There has been considered the fluctuations inside the sensitive element of the piezogyroscope while measuring the angular velocity. The coupled electroelasticity problem for the system of the elastic piezoceramic plates and associated mass has been solved. The presence of the viscous forces during the deformation was taken into consideration. There has been investigated the influence of the plate fixation on the amplitude-frequency characteristics of the device.

**Keywords:** Coriolis force, angular velocity, piezoeffect, electroelasticity.

#### 1. Объект исследования

Рассматривается пьезогироскоп – датчик инерциальной информации (ДИИ). Устройство предназначено для измерения угловых скоростей. Чувствительный элемент датчика состоит из двух взаимно перпендикулярных пластин и присоединенной к ним массы. Пьезокерамические пластины  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  имеют толщины  $h_1 = h_2 = h$ . У каждой пластины одно из оснований закреплено, а другое находится в контакте с грузом массы  $M$ . Груз присоединен так, что на пластины передаются только нормальные механические усилия. На пластину  $\Pi_1$  подается переменный ток. Вслед-



ствие этого в ней за счет обратного пьезоэффекта возбуждаются упругие волны, которые вызывают колебания присоединенной массы. При наличии угловой скорости переносного вращения присоединенная масса воздействует на пластину  $\Pi_2$ . За счет прямого пьезоэффекта в этой пластине генерируется электрический ток. Характеристики тока зависят от величины угловой скорости.

В настоящей работе, в рамках предложенной ранее модели ДИИ [1, 2], исследовано влияние на выходной сигнал различных условий закрепления пьезопластин. Представлена зависимость выходного тока от частоты возбуждающих колебаний и угловой скорости.

#### 2. Математическая модель

Механические колебания в пластине  $\Pi_1$  описываются перемещениями  $u_1(x_1, t)$  в направлении оси  $Ox_1$ . Эти колебания передаются присоединенной массе. Когда ДИИ вращается с угловой скоростью  $\Omega$  относительно инерциальной системы отсчета, на присоединенную массу действует кориолисова сила  $F^c = -2 M (\Omega \times v_r)$ .

Так как период колебаний пластин мал и за один период угловая скорость  $\Omega$  изменяется незначительно, рассмотрим стадию установившихся колебаний при  $\Omega = \text{const}$ . Рассмотрим связанную задачу электроупругости. Используем уравнение механических колебаний при наличии вязкого трения

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} + 2\alpha \frac{\partial u_k}{\partial t} = \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}, \quad k = 1, 2, \quad (1)$$

уравнения (1) записаны в безразмерной форме.



На основаниях пластин площадью  $A$ , через которые осуществляется контакт с присоединенным грузом массой  $M$ , реализованы граничные условия для нормальных напряжений

$$\sigma_x A = -M \frac{\partial^2 u_k(h_k, t)}{\partial t^2} + F_k^c, \quad k = 1, 2. \quad (2)$$

Правая часть равенства (2) содержит силы инерции, включая кориолисовы усилия

$$F_1^c = 2M\Omega_3 \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial t}, \quad F_2^c = -2M\Omega_3 \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial t}. \quad (3)$$

В рамках линейной теории пьезоэффекта

$$\sigma_x = \frac{1}{s_{33}} \left( \frac{\partial u}{\partial x} - d_{33} \cdot E \right). \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial x_1} &= -\frac{\partial \psi_1(h_1, t)}{\partial x_1} + m \left( -\frac{\partial^2 u_1(h_1, t)}{\partial t^2} + 2\omega \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial t} \right), \\ \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial x_2} &= -\frac{\partial \psi_2(h_2, t)}{\partial x_2} + m \left( -\frac{\partial^2 u_2(h_2, t)}{\partial t^2} - 2\omega \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

В формулах (6) введены безразмерные коэффициенты  $m = Ms_{33} c^2 / Ah$ ,  $\omega = \Omega_3 h$ , где  $\omega = \Omega_3 h / c$  – скорость сопряженных продольных волн в пьезокерамике.

Второе уравнение (5) в одномерном случае для пластин  $\Pi_1, \Pi_2$  приводит к уравнениям

$$\frac{\partial D_k}{\partial x_k} = 0, \quad k = 1, 2. \quad (7)$$

С учетом пьезоэффекта электрическая индукция  $D$  определяется следующим образом:

$$D = \epsilon_{33}^T E + d_{33} \sigma_x. \quad (8)$$

Здесь  $\epsilon_{33}^T$  – диэлектрическая проницаемость при постоянных механических напряжениях. Используя выражения (4), (8) при  $E = -\partial \psi / \partial x$ , преобразуем уравнения (7) к виду:

$$\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial x_k^2} = \frac{k_{33}^2}{1 - k_{33}^2} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}, \quad k = 1, 2. \quad (9)$$

Здесь  $k_{33}^2 = d_{33}^2 / s_{33} \epsilon_{33}^T$  – продольный статический коэффициент электромеханической связи. Уравнения (9) рассматриваются при граничных условиях

$$\begin{aligned} \psi_1(0, t) &= -U(t) / 2, & \psi_1(h_1, t) &= U(t) / 2, \\ \psi_2(0, t) &= 0, & \psi_2(h_2, t) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В формулах (10)  $U(t)$  – заданное внешнее напряжение. Граничные условия для потенциала  $\psi_2(x_2, t)$  записаны для случая большой проводимости внешнего участка цепи [3]. Интегрируя уравнения (9) при граничных условиях (10), приходим к следующим выражениям для потенциалов:

Здесь  $s_{33}$  – упругая податливость материала,  $d_{33}$  – пьезоэлектрическая постоянная,  $E$  – напряженность электрического поля.

В общем случае для напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  и электрической индукции  $\mathbf{D}$  в пьезокерамике справедливы уравнения вынужденной электростатики

$$\text{rot } \mathbf{E} = 0, \quad \text{div } \mathbf{D} = 0. \quad (5)$$

Тогда можно представить напряженность через электрический потенциал  $\psi$  как

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \psi.$$

В одномерном случае  $E = -\partial \psi / \partial x$ . Подставляем теперь выражения (3), (4) в граничные условия (2), переходим к безразмерной форме и получаем условия

$$\begin{aligned} \psi_k(x_k, t) &= \frac{k_{33}^2}{1 - k_{33}^2} \left( u_k(x_k, t) - u_k(0, t) \left( 1 - \frac{x_k}{h_k} \right) - \right. \\ &\quad \left. - u_k(h_k, t) \frac{x_k}{h_k} \right) + V_k(t) \left( \frac{x_k}{h_k} - \frac{1}{2} \right), \quad k = 1, 2. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $V_1(t) = U(t)$ ,  $V_2(t) = 0$ . Выражения (11) подставляются в граничные условия (6). В результате получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial x_1} + \frac{k_3^2}{1 - k_3^2} \left( \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial x_1} - \frac{u_1(h_1, t) - u_1(0, t)}{h_1} \right) + \\ + m \left( \frac{\partial^2 u_1(h_1, t)}{\partial t^2} - 2\omega \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial t} \right) = \frac{-U(t)}{h_1}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial x_2} + \frac{k_3^2}{1 - k_3^2} \left( \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial x_2} - \frac{u_2(h_2, t) - u_2(0, t)}{h_2} \right) + \\ + m \left( \frac{\partial^2 u_2(h_2, t)}{\partial t^2} + 2\omega \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial t} \right) = 0. \end{aligned}$$

Для того чтобы краевая задача стала замкнутой относительно перемещений, необходимо также сформулировать граничные условия при  $x_k = 0$  ( $k = 1, 2$ ). Ранее изучен случай жесткого закрепления пластин [2]. В настоящей работе рассмотрен непрерывный контакт пластин с упругими (винклеровскими) основаниями. При этом реализуются граничные условия вида

$$\sigma_x(0, t) = -\tilde{H} \cdot u(0, t), \quad (13)$$



где  $\tilde{H}$  – коэффициент жесткости основания. В силу соотношений (4) линейной теории пьезоэффекта условия (13) запишутся в безразмерном виде:

$$\frac{\partial u_k(0,t)}{\partial x_k} + \frac{\partial \psi_k(0,t)}{\partial x_k} = -H \cdot u_k(0,t), \quad k=1,2; \quad H = \tilde{H} s_{33} h.$$

И далее, с учетом выражения (11) для электрических потенциалов:

$$\frac{\partial u_1(0,t)}{\partial x_1} + \frac{k_{33}^2}{1-k_{33}^2} \left( \frac{\partial u_1(0,t)}{\partial x_1} - \frac{u_1(h_1,t) - u_1(0,t)}{h_1} \right) + Hu_1(0,t) = -\frac{U(t)}{h_1}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial u_2(0,t)}{\partial x_2} + \frac{k_{33}^2}{1-k_{33}^2} \left( \frac{\partial u_2(0,t)}{\partial x_2} - \frac{u_2(h_2,t) - u_2(0,t)}{h_2} \right) + Hu_2(0,t) = 0.$$

### 3. Метод решения

Количественные результаты были получены для случая, когда приложенное к пластине  $\Pi_1$  напряжение изменялось по гармоническому закону  $U(t) = U_0 \sin \beta t$ . Решение краевой задачи (1), (12), (14) отыскивалось в виде

$$u_k(x_k, t) = \text{Re} \left( Z_k(x_k) \exp(-i\beta t) \right), \quad k=1,2. \quad (15)$$

Используя результаты работы [2], представим в (15) амплитудные функции  $Z_k(x_k)$  следующими выражениями:

$$Z_k(x_k) = C_{k1} \text{ch } \gamma x_k + C_{k2} \text{sh } \gamma x_k, \quad k=1,2.$$

Здесь  $\gamma = \sqrt{-1 + i \cdot 2\alpha/\beta}$ ,  $i^2 = -1$ . Комплексные константы  $C_{k1}, C_{k2}$  ( $k=1,2$ ) определяются из граничных условий (12), (14).

После того, как найдены перемещения  $u_k(x_k, t)$  и электрические потенциалы  $\psi_k(x_k, t)$ , становится возможным рассчитать характеристики тока, генерируемого в пластине  $\Pi_2$ . Следуя [3], используем связь между силой тока и составляющей вектора индукции  $\mathbf{D}$ , нормальной к поверхности электрода  $S$ :

$$I(t) = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S (\mathbf{D} \cdot \mathbf{n}) ds.$$

Для одномерного случая при покрытии электродом всего основания пластины выражение для силы тока упрощается до вида

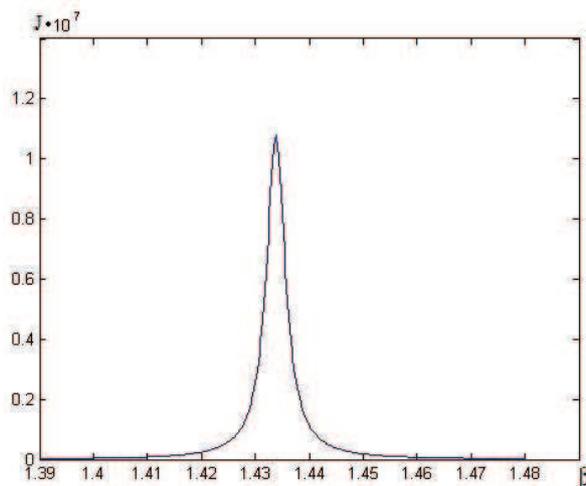
$$I(t) = \left( \frac{A c}{h} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{d_{33}}{s_{33}} \cdot \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial x_2} - \frac{\epsilon_{33}^S}{d_{33}} \cdot \frac{\partial \psi_2(h_2, t)}{\partial x_2} \right). \quad (16)$$

В формуле (16)  $u_2, \psi_2$  – соответственно перемещение и потенциал в безразмерной форме,  $\epsilon_{33}^S = \epsilon_{33}^T - d_{33}^2/s_{33}$  – диэлектрическая проницаемость при постоянных деформациях.

### 4. Обсуждение результатов

Важной характеристикой ДИИ является зависимость амплитудного значения силы тока и пропорционального ей электрического напряжения от частоты возбуждающего усилия  $\beta$ . На рисунке приведена амплитудно-частотная характеристика для силы тока. Представлена зависимость для безразмерной величины

$$J_\omega(\beta) = (\max I(t)) : \left( A \frac{c}{h} \sqrt{(d_{33}/s_{33})^2 + (\epsilon_{33}^S/d_{33})^2} \right).$$



Амплитудно-частотная характеристика

Расчеты произведены для датчика с пластинами, изготовленными из пьезокерамики марки ЦТС-19 [4] с добротностью  $Q = 90$ . Площадь основания и толщина каждой пластины, соответственно  $A = 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ,  $h = 0.6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Жесткость упругих оснований  $\tilde{H} = 5 \text{ ГПа/м}$  (соответствующее значение безразмерного параметра  $H = 5.07 \cdot 10^{-5}$ ). К пластинам присоединен груз массой  $M = 10^{-3} \text{ кг}$ . На пластину  $\Pi_1$  подается напряжение с амплитудой  $U_0 = 5 \text{ В}$ . Платформа, на которой установлен датчик, вращается со скоростью  $\Omega_3 = 10.47 \text{ рад/с}$  (соответствующее значение безразмерного параметра  $\omega = 1.685 \cdot 10^{-6}$ ).

Пик на амплитудно-частотной характеристике возникает при значении  $\beta$ , которое близко к  $\lambda_1$  – первой собственной частоте свободных колебаний пластины без внутреннего трения. По сравнению с результатами для случая жесткого закрепления пластин [2] наблюдается уменьшение пикового значения  $J_\omega(\beta)$  на порядок.

Далее для проверки линейности отклика датчика на изменение угловой скорости были произведены расчеты  $J_\omega$  при фиксированном значении  $\beta = \lambda_1$  для  $0 < \omega < 10^{-3}$ . Это позволило рассмотреть все значения угловой скорости, представляющие



интерес для приложений. Полученные результаты показали, что линейная зависимость сохраняется на всем рассмотренном диапазоне.

Как известно, при возрастании жесткости  $\tilde{H}$  в граничных условиях (13) результаты расчетов в модели с винклеровским основанием должны приближаться к результатам для жесткого закрепления пластин. Точное совпадение в теории возникает при предельном переходе  $\tilde{H} \rightarrow +\infty$ . Проведены численные эксперименты для проверки наличия практической сходимости в предложенной модели. Сравнение проводилось с результатами работы [2]. Отмечается соответствие результатов расчетов с положениями теории. Так, при увеличении  $\tilde{H}$  на восемь порядков амплитудно-частотная характеристика практически совпадает с представленной в [2] для случая жесткого закрепления пластин. Расхождение по резонансному значению  $\beta$  составило менее 0.05%, а по резонансному значению  $J\omega$  ( $\beta$ ) – менее 1.1%.

#### Выводы

Таким образом, в представленной работе:

– получила развитие предложенная ранее модель датчика инерциальной информации;

– подтверждена линейная зависимость амплитудных показателей выходного тока от угловой скорости на всем диапазоне скоростей, представляющем практический интерес;

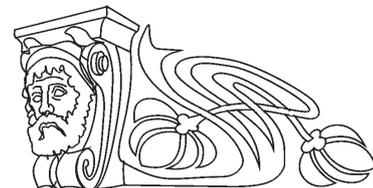
– путем численных экспериментов исследована устойчивость расчетной схемы к изменению жесткости основания, а также подтвержден результат работы [2].

#### Список литературы

1. *Нагар Ю. Н., Ольшанский В. Ю., Панкратов В. М., Серебряков А. В.* Об одной модели пьезогироскопа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 2. С. 71–74.
2. *Панкратов В. М., Ольшанский В. Ю., Нагар Ю. Н., Серебряков А. В.* Влияние диссипации на характеристики измерителя угловой скорости на основе взаимного пьезоэффекта // Авиакосмическое приборостроение. 2010. № 8. С. 3–8.
3. *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.* Электроупругость. Киев : Наук. думка, 1989. 280 с.
4. *Ганопольский В. В., Касаткин Б. А., Легуша Ф. Ф., Прудько Н. И., Пугачёв С. И.* Пьезокерамические преобразователи : справочник / ред. С. И. Пугачёв. Л. : Судостроение, 1984. 256 с.

УДК 576.6:576.33:615.017:616.079:615.2/3.001.37:616-091.8

## ИЗМЕНЕНИЕ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КОСТНОГО МОЗГА И ПЕРИФЕРИЧЕСКОЙ КРОВИ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ЗОЛОТЫХ НАНОЧАСТИЦ



**С. С. Фирсова, А. Б. Бучарская, Г. Н. Маслякова, О. В. Злобина, О. В. Матвеева, И. О. Бугаева, Н. Г. Хлебцов\*, Б. Н. Хлебцов\*, В. А. Богатырев\***

Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского

\*Институт биохимии и физиологии растений и микроорганизмов РАН, Саратов

E-mail: gmaslyakova@yandex.ru

В эксперименте изучали воздействие золотых наночастиц разного размера на морфологические показатели красного костного мозга и периферической крови белых беспородных крыс при длительном пероральном введении. Проводилась оценка мутагенного воздействия золотых наночастиц на полихроматофильные эритроциты костного мозга с помощью микроядерного теста. В ходе исследования было обнаружено уменьшение количества лейкоцитов в периферической крови, уменьшение объема эритроцитов и увеличение насыщения их гемоглобином. При проведении микроядерного теста, изменений, свидетельствующих о мутагенной активности ЗНЧ, не было выявлено. Изменения морфологических показателей костного мозга свидетельствуют о происходящих в костном мозге процессах стимуляции лимфоцитарного и миелоцитарного ростков кроветворения в результате уменьшения зрелых клеток на периферии.

**Ключевые слова:** золотые наночастицы, периферическая кровь, красный костный мозг.

#### The Changes of Morphological Indicators of Bone Marrow and Peripheral Blood at Long Exposure of Gold Nanoparticles

**S. S. Firsova, A. B. Bucharskaya, G. N. Maslyakova, O. V. Zlobina, O. V. Matveeva, I. O. Bugaeva, N. G. Khlebtsov, B. N. Khlebtsov, V. A. Bogatyrev**

The exposure of gold nanoparticles with different size on the morphological indicators of red bone marrow and peripheral blood of white not purebred rats at long peroral introduction were studied in experiment. The mutagen influence of gold nanoparticles on