



7. Chou K.H., Yu-Ming Chen, Mardarelis V.Z., Marsh D.J., Holstein-Rathlou N.-H. Detection of interaction between myogenic and TGF mechanisms using nonlinear analysis // Amer. J. Physiol. 1994. Vol.267. P.F160.
8. Feldberg R., Colding-Jorgensen M., Holstein-Rathlou N.-H. Analysis of interaction between TGF and the myogenic response in renal blood flow autoregulation // Amer. J. Physiol. 1995. Vol.269. P.F581.
9. Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J. Chaos in blood flow control in genetic and renovascular hypertensive rats // Amer. J. Physiol. 1991. Vol.261. P.400–408.
10. Leyssac P.P., Holstein-Rathlou N.-H. Tubulo-glomerular feedback response: enhancement in adult spontaneously hypertensive rats and effects of anaesthetics // Pfluegers Arch. 1989. Vol.413. P.267–272.
11. Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J. Oscillations of tubular pressure, flow, and distal chloride concentration in rats // Amer. J. Physiol. 1989. Vol.256. P.F1007–F1014.
12. Daniels F.H., Arendshorst W.J., Roberds R.G. Tubuloglomerular feedback and autoregulation in spontaneously hypertensive rats // Amer. J. Physiol. 1990. Vol.258. P.F1479–F1489.
13. Holstein-Rathlou N.-H., Wagner A.J., Marsh D.J. Tubuloglomerular feedback dynamics and renal blood flow autoregulation in rats // Amer. J. Physiol. 1991. Vol.260. P.F53–F68.
14. Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J. A dynamic model of the tubuloglomerular feedback mechanism // Amer. J. Physiol. 1990. Vol.258. P.F1448–F1459.
15. Barfred M., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H. Bifurcation analysis of nephron pressure and flow regulation // Chaos. 1996. Vol.6. P.280–287.
16. Mosekilde E. Topics in Nonlinear Dynamics: Applications to Physics, Biology and Economic Systems. Singapore: World Scientific, 1996.
17. Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H. Bimodal oscillations in nephron autoregulation // Phys. Rev. E. 2002. Vol.66. P.061909.
18. Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J. Synchronization among mechanisms of renal autoregulation is reduced in hypertensive rats // Amer. J. Physiol. 2007. Vol.293. P.F1545–F1555.
19. Mallat S.G. A wavelet tour of signal processing. N.Y.: Academic Press, 1998.
20. Sauer T., Yorke J.A., Casdagli M. Embedology // J. Statistical Physics. 1991. Vol.65. P.579–616.
21. Marsh D.J., Sosnovtseva O.V., Chon K.H., Holstein-Rathlou N.-H. Nonlinear interactions in renal blood flow regulation // Amer. J. Physiol. 2005. Vol.288. P.R1143–R1159.

УДК 537.86:519.2

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПОТЕНЦИАЛОВ ДЕЙСТВИЯ МАЛЫХ АНСАМБЛЕЙ НЕЙРОНОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА И МЕТОДА НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

А.Н. Тупицын, А.И. Назимов, А.Н. Павлов

Саратовский государственный университет  
E-mail: tupitsin-anatoliy@yandex.ru

Обсуждается возможность решения задачи автоматической идентификации нейронных спайков во внеклеточных записях электрического потенциала на основе комбинированного алгоритма, предусматривающего применение нейронных сетей и дискретного вейвлет-преобразования. Иллюстрируется эффективность комбинированного подхода при анализе экспериментальных данных.

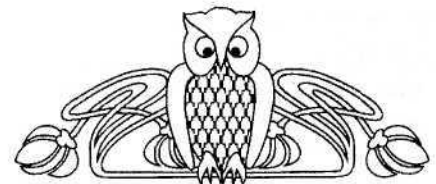
**Ключевые слова:** нейронные сети, вейвлет-анализ, сортировка спайков.

**Identification of Action Potentials of Small Neuron Ensembles Using Wavelet-Analysis and Neural Networks Method**

A.N. Tupitsyn, A.I. Nazimov, A.N. Pavlov

A possibility to solve the problem of automatic identification of neuronal spikes in the extracellularly recorded electrical potentials is discussed that is based on a combined approach assuming application of neural networks and the discrete wavelet-transform. Efficiency of the combined approach is illustrated in the analysis of experimental data.

**Key words:** neural networks, wavelet-analysis, spike sorting.



### Введение

Центральная нервная система (ЦНС) живых организмов непрерывно получает и обрабатывает сенсорную информацию, поступающую посредством взаимодействия с внешним миром. Исследование механизмов кодирования, представления и обработки данной информации ЦНС представляет собой одну из актуальнейших задач современного естествознания. Оптические, звуковые, тактильные и другие стимулы кодируются соответствующими рецепторами в последовательности электрических импульсов, которые передаются по нервным волокнам к «первым» нейронам, областям ЦНС, где осуществляется их первичная обработка. Далее



поступающая информация проходит еще несколько этапов обработки, прежде чем достигнуть коры головного мозга, где формируются соответствующие сенсорные образы. С каждым последующим этапом сложность экспериментальных исследований существенно усложняется. Хотя молекулярные и ионные механизмы, лежащие в основе кодирования информации, относительно хорошо изучены [1], менее понятны функциональные свойства последовательностей спайков как носителей информации – каким образом совокупность спайков отражает всю сложность и разнообразие окружающего мира?

Изучение процессов кодирования информации нейронными сетями в качестве процедуры предварительной обработки экспериментальных данных приводит к необходимости решения проблемы идентификации сигнала отдельной клетки в коллективной динамике ансамбля нейронов (или задачи сортировки спайков) [2–4]. Чтобы зарегистрировать электрическую активность нескольких нейронов и при этом не повредить их, традиционно проводятся эксперименты по внеклеточной записи электрического потенциала. Этот подход позволяет изучать динамику клеток, которые находятся в малой окрестности микроэлектрода, причем чем дальше будет находиться нейрон, тем меньше амплитуда сигнала, который принимается в точке регистрации.

К настоящему времени предложен ряд методов автоматической классификации спайков, включая методы, основанные на вейвлет-анализе [5–7], который считается одним из наиболее перспективных подходов к решению задачи распознавания образов. Однако следует отметить, что явные преимущества вейвлетных алгоритмов распознавания сигналов далеко не всегда очевидны [8–10], а уменьшение ошибки идентификации нейронных потенциалов действия при использовании специальных приемов [11] достигается за счет существенного увеличения времени вычислений. В связи с этим проблема разработки эффективных методов сортировки спайков по-прежнему остается весьма актуальной.

В данной работе предлагается комбинированный метод автоматического распознавания нейронных потенциалов действия, основанный на совместном применении вейвлет-анализа и техники искусственных нейронных сетей.

#### 1. Проблемы при решении задачи автоматической идентификации нейронных потенциалов действия

Традиционно считается, что каждый нейрон генерирует спайки одной и той же формы и амплитуды, а сигналы разных нейронов имеют хотя бы незначительные различия по форме. Однако задача идентификации усложняется из-за присутствия существенного фонового шума, обусловленного, в частности, динамикой удаленных клеток. На рис. 1 изображена довольно простая ситуация – наблюдаются хорошо отличающиеся сигналы двух типов, отмеченные стрелками (и их легко различить по амплитудам). В общем случае рассмотрение амплитуды как основной характеристики для идентификации сигналов разных нейронов оказывается неэффективным подходом [3]. Это связано с тем, что амплитуда зависит от расстояния между нейроном и микроэлектродом: если микроэлектрод располагается вблизи клетки, то сигнал, полученный от данного нейрона, будет превосходить сигналы отдаленных клеток и фоновый шум. Если же микроэлектрод будет расположен на одинаковом расстоянии от двух нейронов, то генерируемые ими сигналы будут похожими по амплитуде, поэтому их не удастся разделить выбором порогового уровня [2].

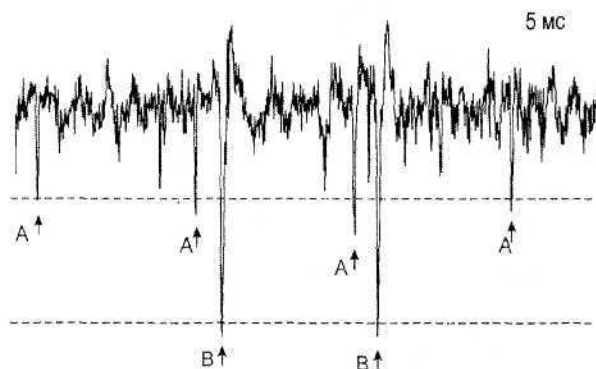


Рис. 1. Пример внеклеточной записи электрического потенциала, иллюстрирующий наличие спайков по крайней мере двух нейронов (обозначены стрелками А и В)



Основные проблемы при решении задачи автоматической идентификации нейронных потенциалов действия состоят в следующем. Во-первых, форма сигналов даже одного нейрона может варьироваться, и принципиальным моментом является, насколько эта вариабельность сопоставима с различиями между типичными сигналами двух соседних клеток, а стало быть, можно ли надежно их распознать? Известно, в частности, что в режиме «берстинга» в течение короткого промежутка времени одним нейроном генерируется серия импульсов, амплитуда которых уменьшается во времени. Во-вторых, часто происходит перекрытие спектров сигнала и шума, имеющего различную природу, и присутствие помех искажает формы спайков. Из-за перекрытия частотных диапазонов затрудняется фильтрация. Отмеченные факторы приводят к появлению ошибок распознавания сигналов. Например, было установлено [2], что при изучении проблемы кодирования информации в нейронных сетях экспериментатор, решающий задачу сортировки спайков вручную, может допускать ошибку классификации до 50% в случае одноканальной записи и до 10–30% при многоканальной записи (в зависимости от числа каналов). Такой способ сортировки (путем визуального анализа форм импульсов) крайне неэффективен, так как типичная экспериментальная запись может содержать более тысячи импульсов, и это обстоятельство приводит к невозможности тщательного разделения сигналов по группам. Из-за большого количества данных, которые подвергаются анализу, визуальный просмотр и разделение по группам, во-первых, займут достаточно большой промежуток времени, а во-вторых, беглый просмотр данных может привести к противоречивым решениям о принадлежности конкретного импульса той или иной группе. В свою очередь, это приведет к увеличению числа неправильно классифицированных сигналов, то есть к повышению ошибки идентификации. Таким образом, возникает необходимость автоматизации поиска решения данной задачи.

Проблема автоматической идентификации нейронных спайков неоднократно обсуждалась в научной печати [2–4]. Можно от-

метить несколько распространённых подходов, которые наряду с вышеупомянутым амплитудным детектированием включают анализ главных компонент (АГК) и вейвлет-анализ.

Анализ главных компонент [2] считается, возможно, самым эффективным среди классических методов автоматической идентификации спайков. Он представляет собой один из методов факторного анализа, главными задачами которого являются сокращение числа переменных (например, сокращение размерности динамических моделей), распознавание и сжатие образов, фильтрация от шума и т.д. Идея этого метода состоит в том, чтобы найти набор ортогональных векторов, которые характеризуют наиболее важные особенности формы сигналов. С точки зрения вычислительной математики задача сводится к поиску собственных векторов (главных компонент) ковариационной матрицы, построенной на основе экспериментальных данных. Для задачи идентификации, рассматриваемой в рамках данной работы, в качестве экспериментальных данных используются все нейронные спайки, отцентрированные по их максимумам или минимумам. При этом рассматриваются первые две главные компоненты (чтобы проанализировать проекцию на плоскость) или три главные компоненты (в случае трехмерного представления). Так как первые главные компоненты содержат максимальную информацию об анализируемых данных, такое проекционное представление можно использовать для решения задач идентификации сигналов. В качестве характеристик рассматриваются весовые (масштабные) коэффициенты, которые определяются как скалярное произведение анализируемого сигнала и соответствующей главной компоненты [2]. Недостатком данного метода является высокая чувствительность к низкочастотным флуктуациям [8].

Сравнительно недавно для решения задачи автоматической идентификации нейронных спайков стал широко применяться вейвлет-анализ [3, 4]. В основном использовалось дискретное преобразование, что объясняется быстродействием вычислений. В качестве характеристик для идентификации спайков в рамках данного подхода исполь-



зуются коэффициенты разложения по вейвлетам – солитоноподобным функциям [5–7]. Недостатком метода является проблема поиска «нужных» коэффициентов для идентификации сигналов из большого набора и отсутствие четких рекомендаций по их оптимальному выбору (выбор из «общих соображений» [3] часто оказывается неэффективен). Для устранения данного недостатка могут применяться комбинированные методы распознавания [9, 10] или специальные приемы уменьшения ошибки идентификации [11]. Однако более эффективным решением может служить применение вейвлетов в качестве инструмента предварительного анализа экспериментальных данных с привлечением искусственных нейронных сетей для более надежного разделения спайков по группам.

## 2. Применение нейронных сетей совместно с вейвлетами для решения задачи распознавания спайков

Нейросетевой метод идентификации сигналов [12–15] имеет свои особенности. В научной литературе существуют примеры готовых архитектур нейронных сетей, предназначенных для решения подобного рода задач. Но вместе с тем необходимо учитывать, что каждая конкретная задача имеет свои индивидуальные особенности, требующие внесения корректив в метод решения. Часто при решении сложных практических задач автономная нейронная сеть не может предоставить готовые решения. Поэтому в большинстве случаев нейронные сети интегрируют в многоступенчатые системы обработки данных, где сеть выполняет свою определенную роль для получения окончательного результата. Учитывая то обстоятельство, что необходимо различить похожие по форме сигналы в присутствии помех, необходим алгоритм, который, во-первых, проводит идентификацию сигналов с наибольшей чувствительностью, во-вторых, эффективен при наличии шума с различной статистикой, в-третьих, подстраивается под конкретные экспериментальные данные.

Для решения задачи идентификации спайков нервных клеток в данной работе предлагается алгоритм, объединяющий в себе методику вейвлет-анализа и технику ней-

ронных сетей. Вейвлет-анализ позволяет выявлять мелкие особенности в форме спайков и тем самым проводить их сортировку с максимальной чувствительностью, но данное качество может сыграть отрицательную роль при наличии существенного фонового шума в экспериментальных данных [9]. Поэтому вейвлет-анализ может служить прекрасным инструментом для поиска характерных особенностей в формах импульсов (то есть предварительной обработки) и передачи этой информации для дальнейшего анализа в нейронную сеть.

На втором этапе, располагая подобной информацией, будет применяться алгоритм, способный решать задачу более качественного распознавания образов. Если предположить, что на вход некоторой многослойной нейронной сети с прямым распространением [15] подаются данные, содержащие набор характерных признаков некоторых образов, то при наличии обучающей информации нейронная сеть будет в состоянии провести сортировку этих данных. Алгоритм обучения такой сети предполагает наличие обучающей выборки и эталонных значений, которые должны быть получены на выходе для этой выборки (так называемый алгоритм обучения с «учителем»). Иными словами, применительно к задаче идентификации спайков для успешной работы сети необходимо знать незашумленные формы импульсов, присутствующие в экспериментальной записи. А работа сети будет сводиться к сортировке спайков по группам.

Архитектура предлагаемого метода показана на рис. 2, а. Можно выделить несколько этапов обработки данных:

- 1) экспериментальные данные проходят обработку пороговым методом с целью выявления спайков, которые необходимо рассортировать;

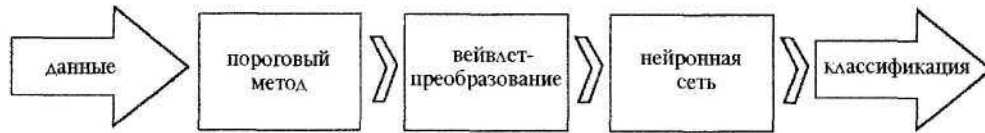
- 2) полученная последовательность подвергается дискретному вейвлет-преобразованию с помощью пирамидального алгоритма, в результате чего для каждой формы импульса (в проводимых расчетах она содержала 64 точки) получается набор вейвлет-коэффициентов; в качестве «материнского» вейвлета мы используем вейвлет Добеши;



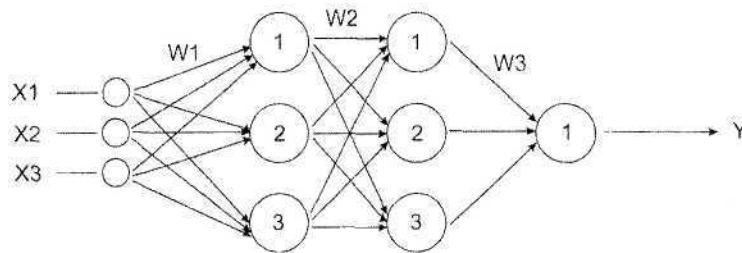
3) вейвлет-коэффициенты, характеризующие шумовую компоненту сигнала (то есть соответствующие малым масштабам), убираются, оставшиеся коэффициенты подаются на вход нейронной сети;

4) нейронная сеть с прямым распростра-

нением сигнала, содержащая три слоя, при получении на вход данных проводит сортировку спайков по группам и строит картину классификации в пространстве характеристики; в качестве функции активации сети используется логистическая функция.



а



б

Рис. 2. Метод, основанный на совместном применении вейвлет-анализа и техники нейронных сетей: а – структура метода; б – структура многослойной нейронной сети с прямым распространением сигнала

В большинстве случаев выбор архитектуры нейронной сети для решения конкретной задачи основывается на опыте разработчика, поэтому предложенный вариант является одним из множества возможных конфигураций. Однако необходимо учитывать следующие обстоятельства. Сеть с прямым распространением сигнала или многослойный перцептрон [14] является базовой и хорошо изученной структурой организации сети (рис. 2, б). Что касается выбора количества нейронных слоев и количества элементов в каждом из них, то он основывается на дилемме стабильности–пластичности [12]. Очевидно, что чем более сложной будет организация сети в плане общего количества элементов, тем выше будут адаптивные способности системы. Но следует заметить, что адаптивность не всегда ведет к устойчивости. Поэтому структуризация нейронной сети должна обеспечивать стабильность и гибкость ее работы одновременно.

### 3. Результаты

*3.1. Анализ тестовых данных.* Чтобы проверить эффективность предложенного метода, в частности, исследовать влияние статистики фонового шума на качество решения задачи автоматической идентификации сигналов с помощью данного алгоритма, проводилось его тестирование. Из экспериментальных данных (внеклеточные записи активности малых групп нейронов) выбирались две разные формы импульсов, наименее зашумленные (каждая из них содержала 64 отсчета). Соответствующие формы импульсов многократно повторялись, в результате был получен тестовый сигнал, состоящий из 1892 импульсов (по 946 импульсов разного типа). К полученной последовательности добавлялся цветной шум, полученный путем полосовой фильтрации нормально-распределенного случайного процесса. Полученный зашумленный сигнал анализировался на основе предложенного алгоритма идентификации.



Нейронная сеть включала три слоя, входной слой содержал 64 элемента (число, равное размеру входного вектора), второй слой содержал 32 элемента и выходной слой содержал 2 элемента. Сеть необходимо было обучить таким образом, чтобы при получении на входной слой вейвлет-коэффициентов разложения сигнала она осуществляла идентификацию спайка с наименьшей ошибкой и демонстрировала слабую чувствительность к влиянию статистики шума. Для этой цели использовался алгоритм обратного распространения ошибки [12].

В качестве обучающей выборки  $x_i$  сети подавались 100 образов в виде вейвлет-коэффициентов, соответствующих форме первого импульса и 100 образов, соответствующих форме второго импульса. Соответственно метод обучения содержал 100 эпох. Задача сети состояла в том, чтобы получить наиболее качественное разделение групп спайков в пространстве характеристик, поэтому в качестве эталонных выходных значений  $y_i$  задавались векторы с набором координат для первой и второй формы импульса в данном пространстве. Таким образом, получив на вход вектор, содержащий вейвлет-коэффициенты образа первого импульса, нейронная сеть должна ассоциировать его, например, с вектором координат  $[0,1; 0,1]$ , а для образа второго импульса – с вектором  $[0,5; 0,5]$ . После завершения такой процедуры нейронную сеть можно считать обученной. Для проверки работоспособности сети на ее вход целесообразно подать первоначальную последовательность, содержащую вейвлет-коэффициенты незашумленных спайков. Проведя такие вычисления, мы убедились, что метод позволяет качественно решать задачу идентификации разных форм потенциалов действия и, как минимум, не уступает по своим возможностям стандартным подходам.

### 3.2. Анализ экспериментальных данных.

При проведении тестовых экспериментов с искусственно сгенерированными данными известны незашумленные формы импульсов и количество групп идентифицируемых сигналов. Поэтому для обучения нейронной сети можно с успехом применять алгоритмы

обучения с «учителем», так как доступна обучающая выборка и эталонные данные, которые должны быть определены на выходе сети. На основе этих данных получается обученная нейронная сеть, способная решать задачу классификации импульсов в рамках конкретного численного эксперимента. Для реальных нейрофизиологических данных информация о форме незашумленных сигналов и о количестве разных видов спайков отсутствует. Главным барьером для использования предложенного совместного метода вейвлет-анализа и нейронных сетей в этом случае является обучение нейронной сети.

Исходя из вышеизложенных аргументов, имеет смысл несколько модифицировать данный метод, рассмотрев следующую последовательность действий:

1) использование порогового метода для выделения спайков, которые необходимо отсортировать;

2) проведение предварительной классификации методом анализа главных компонент или методом дискретного вейвлет-преобразования; получение картины кластеризации в пространстве характеристик;

3) нахождение областей с повышенной плотностью точек в полученных кластерах, получение форм спайков, соответствующих данным точкам (они будут ближе всего к незашумленным формам сигналов);

4) проведение вейвлет-преобразования применительно к выделенным импульсам, получение набора вейвлет-коэффициентов;

5) использование полученных вейвлет-коэффициентов в качестве обучающей выборки для нейронной сети;

6) проведение вейвлет-преобразования для исходного сигнала, анализ экспериментальных данных обученной сетью.

Таким образом, в качестве обучающей выборки для нейронной сети служат спайки, соответствующие центральной части разных кластеров, полученных другими методами автоматической идентификации, такими как анализ главных компонент или стандартный вейвлет-анализ. В качестве эталонных значений на выходе сети используются векторы координат пространства характеристик.



Как показывает практика, часто при использовании методов автоматического распознавания формы сигнала (АГК или вейвлет-анализ) получаемая картина точек на плоскости характеристик бывает неоднозначной. Кластеры на плоскости характеристик, соответствующие разнородным группам спайков, могут располагаться близко друг к другу, перекрываться, в результате чего точки из одного кластера ошибочно попадают в другой (рис. 3). Предложенный ме-

тод совместного использования вейвлет-анализа и нейронных сетей за счет индивидуального подхода к конкретной задаче позволяет уменьшить ошибку идентификации, то есть увеличить расстояние между кластерами на плоскости характеристик (см. рис. 3). Индивидуальность подхода достигается благодаря тому, что обучение нейронной сети происходит на выборке, содержащей спайки непосредственно из экспериментальных данных, представленных для анализа.

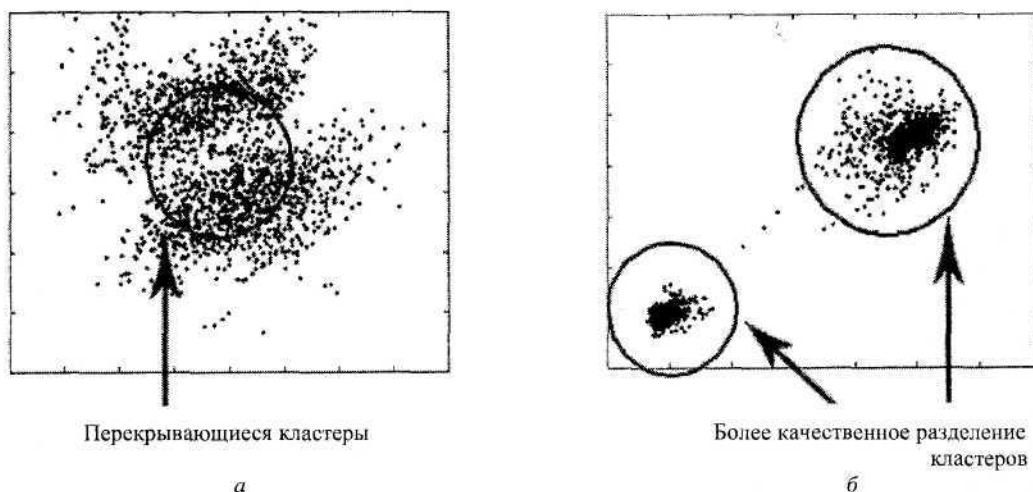


Рис. 3. Пример кластеризации методом вейвлет-анализа (*a*) и предложенным совместным методом (*б*)

Для того чтобы исследовать эффективность метода совместного использования вейвлет-анализа и нейронных сетей в реальных условиях, был проведен анализ нейрофизиологических данных предложенным алгоритмом. Данные снимались *in vivo* при помощи специального микроэлектрода с крысы. Микроэлектрод располагался в головной части животного в районе тройничного нерва. Для снятия необходимой сенсорной информации производилось периодическое механическое раздражение вибриссы воздушным потоком с некоторой фиксированной частотой. При проведении такого эксперимента микроэлектрод регистрировал активность некоторого нейронного ансамбля, то есть сигналы группы нейронов вблизи микроэлектрода. В результате получалась последовательность, содержащая набор разных форм спайков, которые для дальнейшего исследования генерируемого информационного

кода необходимо рассортировать. Полученные картины кластеризации при использовании предложенного метода представлены на рис. 4.

Как видно из рис. 4, использование стандартного вейвлет-анализа для задачи сортировки данных приводит к получению нечеткой картины кластеризации. Экспериментальная последовательность содержит три группы импульсов, но кластеры недостаточно хорошо отделены друг от друга и имеются общие точки, которые могут быть ошибочно отнесены не к той группе, к которой они на самом деле принадлежат. Следуя алгоритму предложенного метода, из центров получившихся кластеров авторы статьи выбирали по 50 точек, и данная выборка использовалась в качестве обучающей для нейронной сети. Произведя алгоритм обучения, на вход сети подавали ряд вейвлет-коэффициентов первоначальной последовательности импульсов.

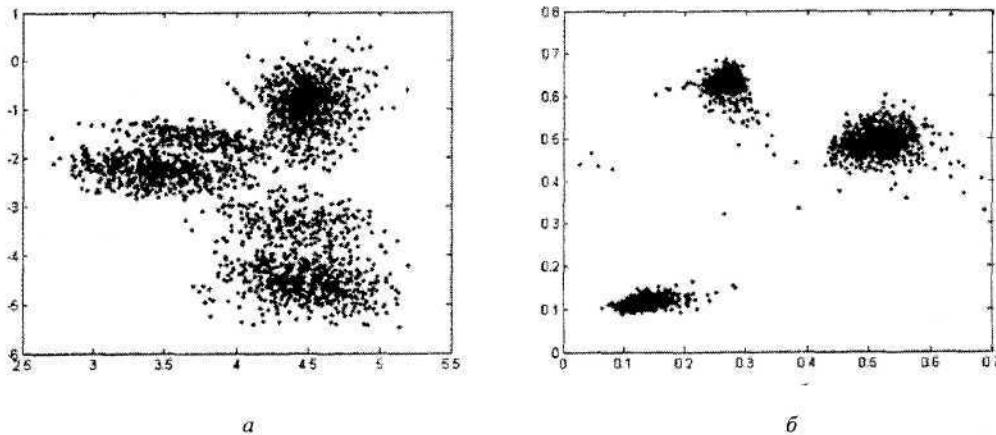


Рис. 4. Картина кластеризации при применении совместного метода вейвлет-анализа (а) и нейронных сетей на реальных экспериментальных данных (б)

Получившиеся картины кластеризации наглядно показывают улучшение решения задачи автоматического распознавания сигналов – более четкое разделение кластеров.

#### Заключение

В данной работе предложен метод идентификации спайков нервных клеток, основанный на совместном применении вейвлет-анализа и искусственных нейронных сетей. На первом шаге данного алгоритма осуществляется выявление мелких особенностей в формах спайков с использованием вейвлетов, на втором шаге эта информация передается в нейронную сеть для дальнейшего анализа и более качественного распознавания образов. Продемонстрировано, что данный подход позволяет эффективнее решать задачу автоматической сортировки нейронных спайков по сравнению с широко используемыми методиками (АГК, обычный вейвлет-анализ).

Предложенный метод, предусматривающий совместное применение вейвлет-анализа и техники нейронных сетей, является перспективным способом решения задач автоматического распознавания сигналов. Более того, возможности этого метода не ограничиваются только сигналами импульсного типа – с тем же успехом может решаться задача распознавания самых разных сигналов, поскольку форма сигнала не играет принципиальной роли с точки зрения методики анализа.

Авторы выражают искреннюю признательность В.А. Макарову за многочисленные дискуссии и предоставленные экспериментальные данные.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по образованию в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (государственный контракт № П451).*

#### Список литературы

1. Tuckwell H.C. Introduction to theoretical neurobiology. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
2. Lewicki M. A review of methods for spike sorting: the detection and classification of neural potentials // Net. Com. Neu. Sys. 1998. Vol.9. P.R53–R78.
3. Letellier J., Weber P. Spike sorting based on discrete wavelet transform coefficients // J. of Neuroscience Methods. 2000. Vol.101. P.93–106.
4. Hulata E., Segev R., Ben-Jacob E. A method for spike sorting and detection based on wavelet packets and Shannon's mutual information // J. of Neuroscience Methods. 2002. Vol.117. P.1–12.
5. Daubechies I. Ten lectures on wavelets. Philadelphia: S.I.A.M., 1992.
6. Meyer Y. Wavelets: Algorithms and applications. Philadelphia: S.I.A.M., 1993.
7. Addison P.S. The illustrated wavelet transform handbook: applications in science, engineering, medicine and finance. Philadelphia: IOP Publishing, 2002.
8. Думский Д.В., Павлов А.Н., Тутицын А.Н., Макаров В.А. Классификация нейронных потенциалов действия на основе вейвлет-преобразования // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2005. Т.13, №5–6. С.77–98.
9. Pavlov A.N., Makarov V.A., Makarova I., Panetos F. Separation of extracellular spikes: when wavelet based methods outperform the principle component analysis // Lecture Notes





in Computer Science / Eds. J. Mira, J.R. Alvarez. Berlin, 2005. P.123–132.

10. Pavlov A.N., Makarov V.A., Makarova I., Panetos F. Sorting of extracellular spikes: When wavelet based methods outperform the principle component analysis // Natural Computing. 2007. Vol.6. P.269–281.

11. Макаров В.А., Павлов А.Н., Тулицын А.Н. Сортировка нейронных спайков на основе параметрического вейвлет-анализа с адаптивной фильтрацией // Цифровая обработка сигналов. 2008. №3. С.26–31.

12. Haykin S. Neural networks. A comprehensive foundation. New Jersey: Prentice Hall, 1999.

13. Kohonen T. Selforganization and associative memory. N.Y.: Springer-Verlag, 1989.

14. Hopfield J., Tank D. Neural computation of decision in optimization problems // Biol. Cybernet. 1985. Vol.52. P.141–152.

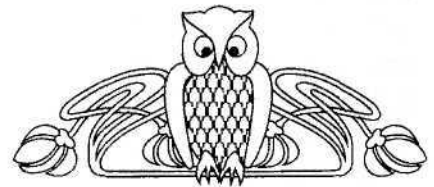
15. Callan R. The essence of neural networks. New Jersey: Prentice Hall, 1999.

УДК 621.371

## О ЗАКОНАХ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СРЕДЕ И ПРИ ДИФРАКЦИИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛАСТИНЕ

М.В. Давидович

Саратовский государственный университет  
E-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru



На основе строгого нестационарного подхода получены общие нестационарные балансные уравнения для плотностей энергии и импульса системы поле-вещество, основанные на нестационарных определениях этих плотностей с зависимостью от предыстории процесса создания поля, а также определены скорости их переноса. Конкретное рассмотрение произведено для простейшего закона дисперсии, определяемого связанной с проводимостью диссипацией. Для него найдены плотность электромагнитной энергии в плоской монохроматической волне и скорости: фазовая, групповая, а также скорости переноса энергии и импульса. Показано, что плотность энергии на низких частотах в этом случае имеет вид электростатической плотности с заменой диэлектрической проницаемости на ее реальную часть, а скорость энергии в плоской монохроматической волне с указанной дисперсией равна фазовой скорости. Групповая же скорость может превышать скорость света. Показана необходимость использования формы Минковского для плотности импульса и определена скорость его переноса, которая в рассматриваемом случае также совпадает с фазовой скоростью. Продемонстрировано выполнение законов сохранения энергии и импульса в плоской электромагнитной волне в среде и при её дифракции на проводящей магнитодиэлектрической пластине.

**Ключевые слова:** тензор энергии-импульса, плотность импульса по Абрагаму и по Минковскому, скорость переноса энергии, скорость переноса импульса.

**On Conservation Laws for Energy and Momentum in Electromagnetic Field in Media and Under Plane Wave Diffraction on Conducting Plate**

M.V. Davidovich

The general nonstationary balance equations for energy and momentum densities of field-matter system based on rigorous nonstationary approach for their definitions with dependence from the field creation

prehistory have been obtained. Also the transport velocities of these densities have been derived. The concrete examination and detailed consideration have been performed for simplest dispersion law which is defined by the conductivity connected with the dissipation. There are following parameters which have been found for plane monochromatic wave under this law: the energy density, the phase velocity, the group velocity, and the transport velocities of energy and momentum. It has been shown that the energy density has the static form in which the dielectric permittivity must be replaced by its real part, and the energy transport velocity coincides with the phase velocity. The group velocity in this case may exceed the light velocity in the vacuum. It has been also shown that correct form of momentum density is the Minkowski one, and the momentum transport velocity in this case also coincides with phase velocity. The energy and momentum conservation have been shown for plane electromagnetic wave in the conducting medium and for plane wave diffraction on the conducting plate.

**Key words:** energy-momentum tensor, the Abraham and Minkowski momentum densities, energy transport velocity, momentum transport velocity.

### Введение

В электродинамике сплошных сред до настоящего времени сохраняется парадоксальное состояние, когда вот уже более ста лет нет однозначности в отношении выбора правильного определения тензора энергии-импульса (ТЭИ) [1–13]. Имеются два основных определения: Минковского [1] и Абрагама [2]. Соответственно имеется много публикаций как за определение Минковского, например, [13], и против определения Абра-