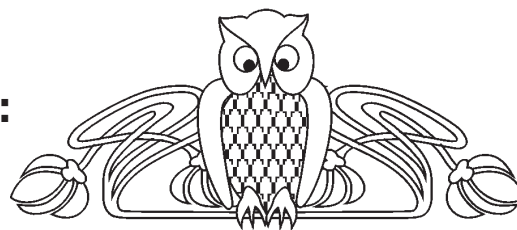




УДК 537.8:537.9:621.371

Отрицательные дисперсия, рефракция и обратные поляритоны: импедансный подход

М. В. Давидович



Давидович Михаил Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры радиотехники и электродинамики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, DavidovichMV@info.sgu.ru

Рассмотрена дисперсия поверхностных плазмон-поляритонов вдоль диссипативных структур. Получены дисперсионные уравнения, условия существования медленных и быстрых, втекающих и вытекающих, а также прямых и обратных волн. Показано, что для несобственных втекающих и вытекающих монохроматических волн (поляритонов) групповая скорость не соответствует скорости переноса энергии, особенно в областях резонансов, запрещенных зон и сильной пространственной дисперсии. Демонстрируется удобство импедансного подхода к рассмотренным задачам.

Ключевые слова: отрицательная групповая скорость, отрицательная рефракция, плазмон, обратная волна, втекающая волна, вытекающая волна, частотная дисперсия, пространственная дисперсия, графен.

DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-2-95-112>

Введение

В ряде работ рассмотрены плазмон-поляритоны ПП вдоль проводящих структур [1–13]. До недавнего времени рассматривались недиссипативные структуры и поверхностные ПП (ППП) вдоль них [1–6]. Для таких ППП получаются весьма большие (в принципе неограниченные) замедления. Обычно (в подавляющем количестве публикаций) диссипация не рассматривается. В этом случае имеются запрещенные зоны, разрывы дисперсионных ветвей, а замедление поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) не ограничено [1–6]. Обратные ПП определяются по отрицательной групповой скорости (ГС), которая ограничена по модулю скоростью света [4, 6, 7]. Они обладают весьма интересными свойствами, в том числе возможностью фокусировки на поверхности (см. обзор литературы в [10]). Для быстрых (относительно среды подложки) обратных ПП вытекание волны происходит под тупым углом [6], что эквивалентно инверсному эффекту Вавилова–Черенкова. Структура поля вытекающей волны из тонкой пластины такая же, как для быстрой волны тока в среде, поскольку

возникающий в ней ток поляризации эквивалентен току возбуждения, например, создаваемому плоским ленточным электронным потоком. Рассмотренные в работе структуры перспективны как замедляющие и как структуры вывода энергии для создания терагерцевых вакуумных [14] и твердотельных [15, 16] усилителей бегущей волны (ЛБВ).

Для диссипативных ППП дисперсионные кривые смыкаются непрерывно, в запрещенных зонах имеет место распространение ПП, замедление ограничено, а ГС приобретает кинематический смысл и становится неограниченной. В силу этого рассмотрение диссипативных ППП актуально. Диссипация сильно ограничивает замедление ППП и их возбуждение. Исследованы ПП вдоль тонких металлических пленок [7–11] и вдоль графеновых пленок [12, 13, 15]. Такое исследование осложняется тем, что необходимо решать дисперсионное уравнение (ДУ) в комплексной области [8–11]. В работе [7] в основном исследованы прямые и обратные недиссипативные ППП и влияние подложек на ГС с целью ее снижения. Для диссипативного случая приведено выражение для скорости энергии, причем результаты решения комплексного ДУ не представлены.

В данной работе рассматриваются диссипативные среды, структуры и плазмон-поляритоны ПП вдоль них. Цель работы – исследование дисперсии диссипативных ППП, получение максимального замедления, определение условий и возможности существования поверхностных объемных обратных волн (ОВ), в том числе и возможность получения однородных и изотропных искусственных сред с объемными ОВ. В структурах, содержащих слои из левых сред, возможны как прямые, так и обратные ППП [17], причем исследований по данному вопросу достаточно много и в них обычно параметры левых сред $\epsilon < 0$ и $\mu < 0$ предполагаются заданными и действительными. Однако получение однородных изотропных левых сред до сих пор остается проблемой (см. работы [18, 19] и обзор литературы в них). Дис-



сипация для левых сред существенна [19]. Одна из целей данной работы – показать, что для ППП малая (бесконечно малая) диссипация приводит к большому (бесконечно большому) замедлению и потерям около частоты поверхностного плазмонного резонанса. В частности, показано, что диссипация и замедление ППП обратно пропорциональны квадратному корню из отрицательной мнимой части $1/\sqrt{\varepsilon''}$ диэлектрической проницаемости (ДП) $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$.

Если задан закон дисперсии $\omega = \omega(\mathbf{k})$ плоской монохроматической электромагнитной волны $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$ в некой диссипативной среде или структуре, например, в фотонном кристалле (ФК), то можно ввести действительный вектор групповой скорости (ГС) $\mathbf{v}_g = \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k})$ и комплексный вектор фазовой скорости (ФС) $\mathbf{v}_p = \mathbf{k}^* \omega(\mathbf{r}) / k^2$ [20], где $k^2 = |\mathbf{k}|^2$, $\mathbf{k} = \mathbf{k}' - i\mathbf{k}''$. Здесь и далее одинарный штрих означает реальную часть комплексной величины, а двойной штрих – ее отрицательную мнимую часть. Смысл комплексной ФС раскрыт в [20]: ее действительная часть \mathbf{v}'_p определяет скорость движения фазы, а мнимая часть $\mathbf{k}'' \omega / k^2$ связана с диссипацией. Если направления движения фазы и затухания совпадают ($\mathbf{v}'_0 = \mathbf{k}'_0 = \mathbf{k}''_0$), то затухание волны имеет место в направлении движения фазы. Здесь $\mathbf{k}'_0 = \mathbf{k}' / |\mathbf{k}'|$ и $\mathbf{k}''_0 = \mathbf{k}'' / |\mathbf{k}''|$. Именно, имеем действительный вектор $\mathbf{k}'' = \mathbf{k}''_0 \kappa$, где $\kappa = k^2 \text{Im}(\mathbf{v}_p) / \omega$ – коэффициент затухания. Однако условие $\mathbf{k}'_0 = \mathbf{k}''_0$ выполнено не всегда. В частности, в обратных волнах (ОВ) может быть $\mathbf{k}'_0 = -\mathbf{k}''_0$. В анизотропных средах и структурах эти векторы могут быть неколлинеарными, так же как и в пакетах диссипативных неоднородных плоских волн, и тогда ОВ соответствует тупой угол между этими векторами.

Монохроматические волны (квазифотоны) в диспергирующих средах и структурах связаны с поляризацией и также называются поляритами. Далее будем рассматривать неоднородные плоские волны в простейших структурах с движением поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) вдоль их поверхности в направлении \mathbf{x}_0 при нормали \mathbf{z}_0 , т.е. полагать $k_y = 0$. В этом случае k_z различные в разных областях. ППП связаны с движением либо электрической поляризации, либо с движением магнитной поляризации (намагниченности), например, в магнитостатических волнах. Комплексная ГС смысла не имеет [20], хотя некоторые авторы вводят ее и даже комплекс-

ное групповое время задержки, что приводит к нелепым ошибочным результатам (см. [21]). ФС в силу определения есть ковариантный полярный вектор (\mathbf{k} – ковариантный, а \mathbf{r} – контравариантный полярные векторы). ГС в структурах без диссипации, получающаяся как градиент скаляра ω по действительному вектору \mathbf{k} , есть вектор контравариантный. По типу он такой же, как обычная скорость материальной точки. Имеет место теорема Леонтовича–Лайтхилла–Рытова, доказанная в наиболее общей форме Рытовым [22], что ГС монохроматической волны в строго недиссипативных гамильтоновых системах совпадает со скоростью \mathbf{v}_e переноса энергии. Однако все среды и структуры, поддерживающие электромагнитные волны, в той или иной степени диссипативные (т.е. поглощающие фотоны), поэтому возникает вопрос о правомерности использования для них ГС. Имеют место утверждения, что это справедливо при слабой диссипации. Однако не ясно, насколько слабой она должна быть. Далее показано, что даже бесконечно малая диссипация приводит к неограниченности ГС.

1. Отрицательная групповая скорость

ГС \mathbf{v}_g , отрицательная по отношению к ФС \mathbf{v}_p , впервые рассмотренная Г. Лэмбом (1904), А. Шустером (1904), М. фон Лауэ (1905), Г. Поклингтоном (1905), а затем уже Л. И. Мандельштамом, Г. Д. Малюжинцем (1951), Д. В. Сивухиным (1957), В. Г. Веселаго (1967) и далее очень большим числом исследователей (см., например, [23–29]), обычно ассоциируется с ОВ и отрицательной рефракцией (ОР) – отрицательным преломлением [24–26]. ОВ и ОР явления разные и могут проявляться порознь (не всегда при ОР волна обратная), а также и одновременно [24, 28], при этом ОР существенно зависит от ориентации волны по отношению к границе раздела метаматериала. ОР без обратных волн проявляется в ФК (в частности, только с диэлектрическими включениями) [18, 19, 24, 28]. Отождествлять отрицательную ГС с ОВ при диссипации также не следует. ОВ следует определять через \mathbf{v}_e или вектор \mathbf{k}''_0 . Поскольку $\mathbf{v}_e = \mathbf{S}' w$, где $\mathbf{S}' = \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) / 2$, w – плотность энергии поля и вещества, необходимо вычислять вектор Пойнтинга \mathbf{S} , так как определение плотности энергии поля и вещества в диссипативной среде



является до сих пор полностью не решенной проблемой [30]. Покажем, что направления \mathbf{k}_0'' и \mathbf{S}' совпадают, по крайней мере, для простейших структур. Для однородной диссипативной «левой» среды с $\varepsilon'(\omega) < 0$, $\mu'(\omega) < 0$ это видно непосредственно из представления плоской волны $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{v}_0(k' - ik'')\mathbf{r})$ с учетом уравнения Максвелла $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = (k' - ik'')\mathbf{v}_0 \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) / \omega\mu_0\mu$. Здесь \mathbf{v}_0 – единичный вектор, образующий правую тройку с векторами \mathbf{E} и \mathbf{H} . Теперь $\mathbf{S}' \sim (k'\mu' + k''\mu'')\mathbf{v}_0 |\mathbf{E}_0|^2 \exp(-2k''\mathbf{v}_0\mathbf{r})$. В правой среде $k' > 0$, $\mu' > 0$, и утверждение справедливо. В левой среде $k' < 0$, $\mu' < 0$, и утверждение также справедливо. Заметим, что в диссипативной среде $k'' > 0$, $\mu'' > 0$, а \mathbf{S}' направлен в сторону \mathbf{v}_0 . Абсолютно такое же доказательство имеет место для неоднородных плоских Е- и Н-волн в безграничной среде. В них все компоненты выражаются через одну продольную компоненту, например, E_z или H_z [8, 31]. Такие волны существуют в структурах с границами, когда волновой вектор направлен под углом к границе раздела. В этом случае интересны волны вдоль границ в направлении \mathbf{x}_0 . Для них при определении потока мощности следует вычислять интеграл S'_x по z , т.е. усреднять по поперечному сечению. В случае простейшей структуры с одной границей раздела дисперсия поверхностной волны Ценнека дается явным соотношением $k_x = k_0 \sqrt{\varepsilon' / (\varepsilon' + 1)}$, интегралы в полубесконечных пределах от экспоненциально затухающих величин вычисляются просто, и соотношение $S'_x > 0$ также доказывается достаточно просто (\mathbf{x}_0 направлено вдоль затухания). ДП металла $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_L(\omega) - \omega_p^2 / (\omega^2 - i\omega\omega_c)$ находим через плазменную частоту ω_p , частоту столкновений ω_c и лоренцеву ДП $\varepsilon_L(\omega)$, определяющую поляризацию, связанную с атомами решетки и межзонными переходами. В рассматриваемом диапазоне $\varepsilon_L(\omega)$ можно считать действительной и постоянной. В случае малых потерь $\omega_c \ll \omega_{sp} = \omega_p / \sqrt{\varepsilon_L + 1}$, подставляя частоту плазмонного резонанса ω_{sp} в формулу Ценнека, получаем $k_x'(\omega_{sp}) = \omega_{sp} (1 + \varepsilon'' / 2) / \sqrt{2\varepsilon''}$, $k_x''(\omega_{sp}) = \omega_{sp} (1 - \varepsilon'' / 2) / \sqrt{2\varepsilon''}$, т.е. при малой диссипации имеем большие потери ППП:

$k_x''(\omega_{sp}) \approx k_x'(\omega_{sp}) \approx \omega_{sp} / \sqrt{2\varepsilon''}$. Здесь $\varepsilon'' = \varepsilon''(\omega_{sp}) \approx \sqrt{(\varepsilon_L + 1)}\omega_c / \omega_p \ll 1$, $\varepsilon'(\omega_{sp}) = -1$. В окрестности ω_{sp} ГС не ограничена.

В случае многослойных структур имеют место несколько областей, где необходимо вычислять поток мощности. Необходимо также использовать решение неявного дисперсионного уравнения (ДУ), связывающего компоненты волнового вектора с волновым числом k_0 . И в этом случае для поверхностных волн путем численного решения ДУ также доказывается указанный результат $\mathbf{S}' \uparrow \uparrow \mathbf{k}''$. При этом ГС может быть направлена противоположно \mathbf{S}' и затуханию в сторону отрицательных x , т.е. быть отрицательной, хотя плазмон прямой [8, 31]. В многослойных структурах также возможны быстрые вытекающие антиповерхностные (экспоненциально нарастающие в сторону бесконечности) волны [31, 32]. Вектор Пойнтинга направлен под углом от структуры, и баланс энергии можно получить только в конечной области, ограниченной двумя плоскостями $x = \text{const}$ и двумя плоскостями $z = \text{const}$. Но и в этом случае проекция направления \mathbf{S}' на ось x положительная, и интеграл от S'_x даже не надо вычислять.

Выше приведена очень малая часть из публикаций по отрицательной ГС, ОВ и ОР, поскольку история вопроса хорошо известна (см., например, обзоры публикаций в [24–29]), а большинство публикаций с конкретными результатами по ОВ и ОР касается искусственных сред – метаматериалов с периодическим включением металлических элементов (реже – диэлектрических и полупроводниковых элементов). Такие ФК обладают выраженной пространственной дисперсией, бианизотропией и не описываются скалярными диэлектрической проницаемостью (ДП) ε и магнитной проницаемостью (МП) μ и ППП n . Тем не менее, в очень большом числе публикаций рассматриваются «отрицательные» (левые) среды с $\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$, $n < 0$ (по поводу невозможности введения отрицательного ППП см., например, [33]). Строгий анализ ФК даже для простейших конфигураций не прост, поэтому часто используют коммерческие пакеты программ, интерпретации результатов которых для ОР не всегда однозначны [28] (в плане определения ε ,



μ и n). Часто численное получение ОР выдается за отрицательные ПП и ГС. В большинстве таких публикаций не учитывается диссипация, которая для ФК существенна.

2. Диссипативные структуры

Диссипация связана с дисперсией, как и дисперсия связана с диссипацией [34]. Поэтому реально волновой вектор \mathbf{k} комплексный. Взять градиент скаляра ω по такому вектору, т.е. строго определить ГС, нельзя. Однако это часто делают: в «окнах прозрачности» [34], где диссипация слабая, определяют ГС в направлении движения волны \mathbf{x}_0 как $v_g = \partial\omega / \partial k'_x$, т.е. по реальной части величины $k_x = k'_x - ik''_x$, и считают, что ГС приближенно описывает v_e . В таких областях прозрачности обычно и дисперсия слабая: в классических законах (например, Лоренца, Дебая) максимальной дисперсии соответствуют максимальные потери. Однако для ППП Ценнека при слабой диссипации $\varepsilon'' / |\varepsilon'| \ll 1$, малых потерях в волне $k''_x / k'_x \ll 1$ и очень слабой дисперсии имеем $v_g > c$ [11, 31]. Это же относится и к дисперсии в структурах, в которых в отсутствие диссипации возможны запрещенные зоны. Даже слабая диссипация приводит к возможности распространения в этих зонах несобственных волн с большим затуханием и почти бесконечной ГС (волны со сверхсветовой ГС впервые обнаружил Эренфест в 1910 г.).

Материальная дисперсия сред приводит к потерям, а потери – к дисперсии, и эти величины связаны условиями Крамерса–Кронига, выражающими принцип причинности [34]. Если среда недиссипативная ($\alpha = 0$, $\varepsilon'' = 0$), то согласно соотношениям Крамерса–Кронига потери ($\alpha = 0$, $\varepsilon'' = 0$) вырождаются в дельта-функции. Точнее говоря, совершенно недиссипативная среда не может быть диспергирующей, и если почти во всем диапазоне потерь нет, то должны получиться весьма высокие потери в очень узкой полосе (или системе полос), где имеет место дисперсия. Это, например, хорошо иллюстрирует дисперсия Лоренца (см. уравнение (1) в [20]) и предельный переход для нее при стремлении диссипации к нулю. Принимая, что потерь у осцилляторов нет, мы приходим к существованию полос непроникновения в области резонансов ($\varepsilon' < 0$). Малые потери приводят там к аномальной (положительной и

отрицательной) дисперсии и превышению ГС скорости света [20, 23, 31]. Будем использовать классическую формулу [20]

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - i\varepsilon''(\omega) = 1 + \sum_{i=1}^N \frac{\omega_{ei}^2}{\omega_{0ei}^2 - (\omega^2 - i\omega\omega_{cei})}. \quad (1)$$

Для квантового подхода $\omega_{ei}^2 = N_i f_{lk}^i$, где N_i – концентрации атомов сорта i , излучающих или поглощающих частоты $\omega_{ei} = |E_k - E_l| / \hbar$; $f_{lk}^i = 2m_e |\omega_{0lk}^v| \cdot |d_{lk}^i|^2 / (e^2 \hbar)$ – силы осцилляторов, пропорциональные матричным элементам $d_{lk}^i = \langle \psi_k | x | \psi_l \rangle$ диполь-дипольных переходов (высшие мультипольные переходы обычно не вносят существенный вклад) под действием поля $E_x(\omega)$. В квантовом случае основной вклад в $\mu(\omega)$ дают магнитно-дипольные переходы $\langle \psi_k | \mathbf{v} \times \mathbf{r} | \psi_l \rangle$, где $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$. В классическом случае метаматериалов вычисляется поляризация единицы объема $\mathbf{P} = \langle \rho \mathbf{r} \rangle$ и намагниченность $\mathbf{M} = \langle \mathbf{J} \times \mathbf{r} \rangle$, при этом $\mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_p$. Для соленоидальной части плотности тока $\nabla \cdot \mathbf{J}_s = 0$ и $\mathbf{J}_s = \nabla \times \boldsymbol{\eta}$. Для потенциальной части $\mathbf{J}_p = \nabla \xi$, $\rho = i\nabla \cdot \mathbf{J} / (\omega \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}) = i\nabla^2 \xi / (\omega \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon})$. Здесь скобки Дирака означают интегрирование по периодической ячейке и деление на ее объем, т.е. гомогенизацию за счет усреднения, а $\tilde{\varepsilon}$ – известная диэлектрическая проницаемость некоей среды (основы или матрицы), в которую включены проводящие частицы (мета-атомы) метаматериала. Во многих работах и для $\mu(\omega)$ пишут формулу, подобную (1) (см. [35, формула (5)]), что неверно. Действительно, на образующие токи движущиеся заряды в среде действуют не поле \mathbf{H} , а индукция \mathbf{B} . Поэтому следует записать

$$\mu^{-1}(\omega) = [\mu'(\omega) - i\mu''(\omega)]^{-1} = 1 + \sum_{i=1}^M \frac{\omega_{mi}^2}{\omega_{0mi}^2 - (\omega^2 - i\omega\omega_{cmi})}. \quad (2)$$

т.е. необходим учет коллективного эффекта. Эти формулы соответствуют разреженному газу электрических и магнитных осцилляторов-диполей с N и M резонансными частотами ω_{0ei} и ω_{0mi} соответствующими переходам $l \rightarrow k$ ($\omega_{0ei} = (E_k - E_l) / \hbar$) и соответствующими электрическими и магнитными дипольными матричными элементами, а частоты «столкновений» или релаксаций ω_{cei} и ω_{cmi} связаны с потерями. В случае атомов они и определяют ширины спек-



тральных линий, а в случае металлических ФК – диссипацию в частицах. Сумму в (2) можно считать малой, и тогда правая часть аналогична правой части (2). Для ФК с ориентированными замкнутыми контурами с током выражение (2) зависит от ориентации, т.е. определяет компоненты тензора. Соотношение (1) и (2) получены без учета внутреннего поля, пространственной дисперсии и требуют выполнения условий квазистатичности $a \ll \lambda / \sqrt{\varepsilon}$. Для природных веществ в оптике отношение длины волны к размеру атома $\lambda / a \sim 10^5$. Для метаматериалов в лучшем случае $\lambda / a \sim 10^1$, где a – размер ячейки периодичности. Для получения изотропного метаматериала ФК должен быть кубическим, причем его частицы должны вносить вклады и в \mathbf{P} , и в \mathbf{M} . Это могут быть, например, металлические цилиндры на ребрах кубической решетки с длиной и радиусом меньше чем 50 нм. Фактически это отрезок квантового провода. ФК должен быть разреженным, т.е. взаимодействие частиц слабым. Иначе такой ФК будет биизотропным: на \mathbf{P} будет влиять поле \mathbf{H} , а на \mathbf{M} – поле \mathbf{E} . Другая возможная конфигурация изотропного ФК – металлические шарики в узлах кубической решетки [36]. В [37] предложено использовать наноразмерные диэлектрические сферы двух радиусов как диэлектрические резонаторы с Н- и Е-модами, настроенные на заданную частоту. Они должны быть включены в узлы двух кубических подрешеток, сдвинутых на полпериода по всем осям. Однако в таком ФК есть сильное внутреннее поле, поэтому нет отдельных резонансов. Следует строго решать задачу гомогенизации (см. [18, 19]).

Возьмем простейший случай (2) с одним резонансом ω_{0m} и запишем условие, при котором $\mu'(\omega) < 0$. Очевидно, $\omega_m^2 > 2(\omega_{cm}^2 + \sqrt{2}\omega_{0m}\omega_{cm})$, и при малой диссипации $\omega_{0m}^2 < \omega^2 < \omega_{0m}^2 + \omega_m^2$. Для природных сред сила осцилляторов должна быть большой, а диссипация малой, что обычно не выполняется, поэтому $\mu' \approx 1$. Для метаматериалов получить большую частоту ω_m при малой диссипации также проблематично. Часто экспериментальные результаты для анизотропных и даже бианизотропных структур в резонансной области используют для аппроксимации ε и μ типа (1) [35].

Если электрические диполи не связаны ($\omega_{0ei} = 0$, заряды свободные), то из (1) сле-

дует дисперсия многокомпонентной плазмы ($\omega_{ei}^2 = e^2 N_{ei} / (\varepsilon_0 m_i)$ – квадраты плазменных частот, ω_{cei} – частоты столкновений носителей сорта i). Заметим, что дисперсия Дебая за счет ориентационной поляризации абсолютно жестких диполей также может быть получена предельным переходом из (1) [30]. Дисперсия однородной изотропной среды диполей, описываемой (1) и (2), допускает одновременно отрицательные значения $\varepsilon'(\omega)$ и $\mu'(\omega)$ (всегда при диссипации $\varepsilon''(\omega) > 0$, $\mu''(\omega) > 0$), т.е. имеем ОВ с $\mathbf{k} = k_0 \mathbf{v}n(k_0)$, где ПП (индекс рефракции) $n = n' - in'' = \sqrt{\varepsilon\mu}$ «отрицательный»: $n' < 0$, $n'' > 0$. В диэлектрической среде, описываемой (1) с одной резонансной частотой $\omega_{0e} = \omega_0$, как хорошо известно, в области отрицательной аномальной дисперсии $v_g < 0$ [20]. Действительно, потребуем $v_g = d\omega / d(n'k_0) \leq 0$. Для комплексного ПП $n = n' - in''$ имеют место соотношения $n' = \pm \left[\left(\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} + \varepsilon' \right) / 2 \right]^{1/2}$, $n'' = \pm \left[\left(\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} - \varepsilon' \right) / 2 \right]^{1/2}$, в которых знаки выбираются синхронно и соответствуют прямой и противоположной волнам. Это означает, что v_e и v_p направлены одинаково. В случае отсутствия диссипации функция $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega)$ имеет при ω_0 полюс и зону непропускания $n = -i\sqrt{|\varepsilon|}$ справа от него: $\omega_0 < \omega < \sqrt{\omega_e^2 + \omega_0^2}$, где ДП отрицательная. При диссипации в прямой волне, для которой энергия распространяется в прямом направлении, всегда $n' > 0$, т.е. фаза движется в сторону движения энергии. Полагая $v_g < 0$, имеем:

$$d\varepsilon' / d\omega \leq - \frac{\varepsilon'' d\varepsilon'' / d\omega}{\left(\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} + \varepsilon' \right)} - 2\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} / \omega.$$

Это условие реализуется при аномальной дисперсии. Используя соотношения

$$\varepsilon' = 1 - \frac{\omega_p^2 (\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \omega_c^2},$$

$$\varepsilon'' = \frac{\omega_p^2 \omega \omega_c}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \omega_c^2},$$

легко получить квадратное уравнение для граничных частот области, где ГС отрицательная. При предельно малых потерях $\omega_c \rightarrow 0$ имеем



$\varepsilon''(\omega) \rightarrow \omega_p^2 \delta(\omega^2 - \omega_0^2)$, и немного правее ω_0 выполнено $d\varepsilon'/d\omega \leq -2|\varepsilon'|/\omega$. Хотя $v_g < 0$, волна прямая.

Волна Ценнека может быть быстрой и медленной [11, 31, 32]. Для нее в области $-1 < \varepsilon' < 0$ существует отрицательная ГС [11, 31]. Без диссипации это запрещенная область. В области быстрой волны $\varepsilon' > 1$ выполняется условие $v_g > v_p > c$ [11]. В [32] из приближенного импедансного уравнения получены условия перехода от медленной волны к быстрой. Они не являются точными (переход имеет место в области $-1 < \varepsilon' < 0$) [11]. Результаты с отрицательной ГС, не соответствующей ОВ, приводятся во многих работах.

3. Втекающие и вытекающие волны. Дисперсионные уравнения

В диссипативных средах и структурах волны квазисобственные или несобственные. Под собственной (нормальной) волной следует понимать решение самосопряженной задачи электродинамики (самосопряженные операторы Максвелла и граничных условий). Соответственно описывающие проницаемости скаляры $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ действительные, если они тензорные, то эрмитовые. Волновой вектор также действительный. Если $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ комплексные, собственная волна становится квазисобственной. Пример несобственной волны – вытекающая волна, которая может вытекать из пластины идеального диэлектрика с действительной ДП. В диссипативных структурах возможны два условия: вектор \mathbf{S}' направлен из вакуума к границе структуры (втекание энергии и втекающая волна), и \mathbf{S}' направлен от границы (вытекающая в вакуум волна). Угол между границей (в нашем случае \mathbf{x}_0 и \mathbf{S}') есть угол вытекания \mathcal{G} . Условие $\mathcal{G}(\omega) = 0$ в плоскостойких структурах есть условие перехода от вытекания к втеканию (или от быстрой волны к медленной) [11, 32]. На этой частоте $k_x' = k_0$, $k_x'' = 0$, потерь в конечной структуре нет, поскольку волна не носит поверхностный характер, становится плоской, движется со скоростью света, а вся энергия переносится в вакууме. В идеальных структурах, поддерживающих поляритоны (ФК, плоскостойкие волноводы и т.п.), возможны запрещенные зоны. В них волновой вектор \mathbf{k} мнимый, а волны затухают.

Учет диссипации приводит к комплексным \mathbf{k} . Такие волны также следует классифицировать как несобственные.

Для получения ДУ для ППП используют метод сшивания, метод матриц передачи, метод трансформации импедансов [8, 31, 38]. Наиболее удобны и универсальны два последних. Обычно ищут решения без диссипации методом сшивания в виде собственных поверхностных волн, накладывая условия экспоненциального затухания на бесконечности. При изменении частоты такие решения могут привести к антиповерхностным волнам [32]. В случае диссипации в ограниченной по z структуре возможно втекание или вытекание на каждой из двух границ с вакуумом. Их надо накладывать (при выборе той или иной ветви квадратного корня). Далее будут приведены ДУ, полученные методом матриц передачи и путем трансформации импедансов вдоль z . Нормированные к импедансу $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ импедансы Е- и Н-волн в слое с номером n имеют вид $\rho_{ne} = k_{nz}/(k_0\varepsilon_n)$, $\rho_{nh} = k_0\mu_n/k_{nz}$, где $k_{nz} = \sqrt{k_0^2\varepsilon_n\mu_n - k_x^2}$. Классическая нормированная матрица передачи слоя, связывающая на его границах E_x и Z_0H_y для Е-волн и $-E_y$ и Z_0H_x для Н-волн, хорошо известна [8, 31, 38]. Получив полную матрицу слоев перемножением, следует далее наложить граничные импедансные условия на двух границах с вакуумом. Для втекания и вытекания импедансы отличаются знаком, т.е. имеет место четыре варианта. Результат приводит к ДУ в виде равенства нулю определителя второго порядка. Для тензорных проницаемостей моды гибридные и матрица передачи имеет четвертый порядок. В методе трансформации импедансов используем хорошо известную формулу, трансформируя импедансы от слоя к слою справа налево. На границе с вакуумом в случае вытекания следует взять $\rho_{0e} = k_{0z}/k_0$ для Е-волн и $\rho_{0h} = k_0/k_{0z}$ для Н-волн (индекс 0 соответствует вакууму, $k_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$). Для втекающих волн следует изменить знак ρ_{0e} и ρ_{0h} (в соответствии с концепцией передачи слева направо). На другой границе входной импеданс структуры следует приравнять входному импедансу вакуума [8, 9] при втекании из вакуума или поменять знак в таком равенстве при вытекании. Реально результат



зависит от знака корня $k_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$. Здесь мы не рассматриваем слои из метаматериала, волна вдоль z всегда прямая, поэтому втекание или вытекание определяется реальной частью k'_{0z} . Однако волна вдоль x может быть обратной, и для этого не требуется одновременно отрицательных $\varepsilon'(\omega)$ и $\mu'(\omega)$: достаточно только одной из них [2, 24]. ОВ возможны в структурах с металлическими слоями, для которых будем брать ДП в форме Друде–Лоренца $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_L(\omega) - \omega_p^2 / (\omega^2 - i\omega\omega_c)$. Первый член $\varepsilon_L(\omega)$ описывается дисперсией Лоренца (1) для внутризонных и межзонных переходов и отвечает за ДП кристаллической решетки.

Простейшей структурой, поддерживающей ППП в виде прямых волн, ОВ, втекающих и вытекающих волн является плоский слой толщины t в вакууме. ДУ для диэлектрического слоя приведены в [32], где в силу симметрии учтены условия для электрической и магнитной стенок в центре. Они получаются и описанными выше методами. Трансформируя импеданс ρ_{0e} справа налево, получаем ДУ $2\rho_{0e}\rho_e = i(\rho_e^2 + \rho_{0e}^2)\tan(2\theta)$. Здесь $\theta = k_z t$. Такое же ДУ имеет место для Н-волн. Разрешая относительно любого из импедансов, получаем четыре ДУ: $\rho_{0(e,h)} + i\rho_{(e,h)}\tan(\theta) = 0$ и $\rho_{(e,h)} + i\rho_{0(e,h)}\tan(\theta) = 0$. Видно, что первые два соответствуют электрической стенке в центре пленки, а вторые два – магнитной. Их удобно записать, выразив k_x из одного из импедансов. Для электрической стенки $k_{xe}^e = \pm k_0 \sqrt{(\varepsilon^2 - \varepsilon\mu\tau^2) / (\varepsilon^2 - \tau^2)}$, $k_{xh}^e = \pm k_0 \sqrt{(\mu\varepsilon - \mu^2\tau^2) / (1 - \mu^2\tau^2)}$. Для магнитной стенки $k_{xe}^m = \pm k_0 \sqrt{(\varepsilon^2\tau^2 - \varepsilon\mu) / (\varepsilon^2\tau^2 - 1)}$, $k_{xh}^m = \pm k_0 \sqrt{(\mu^2 - \mu\varepsilon\tau^2) / (\mu^2 - \tau^2)}$. Здесь $\tau = \tanh(t\sqrt{k_x^2 - k_0^2\varepsilon\mu})$, знак \pm соответствует взаимно противоположным волнам.

Для пластины на бесконечно толстой подложке (полупространстве) с ДП $\tilde{\varepsilon}$ в случае медленного ППП имеем ДУ

$$\exp(-2\kappa t) = \frac{\tilde{\kappa}\tilde{\varepsilon} + \tilde{\kappa}\tilde{\varepsilon}}{\tilde{\kappa}\tilde{\varepsilon} - \tilde{\kappa}\tilde{\varepsilon}} \cdot \frac{\kappa + \kappa_0\varepsilon}{\kappa - \kappa_0\varepsilon}, \quad (3)$$

где $\kappa_0 = \sqrt{k_x^2 - k_0^2}$, $\tilde{\kappa} = \sqrt{k_x^2 - k_0^2\tilde{\varepsilon}}$. Здесь возможно вытекание в одно из полупространств и вытекание из другого. В общем случае N -слойной структуры имеем матрицу передачи $\hat{a} = \hat{a}_1\hat{a}_2\dots\hat{a}_N$

и условия $E_0 = a_{11}E_{N+1} + a_{12}E_{N+1}/\rho_{N+1}$, $E_0/\rho_0 = a_{21}E_{N+1} + a_{22}E_{N+1}/\rho_{N+1}$. Здесь обозначены амплитуды электрического поля. Для втекающей волны $\rho_{N+1} = -\rho_0$ и ДУ имеет вид $\rho_0(a_{22} - \rho_0 a_{21}) = (a_{12} - \rho_0 a_{11})$, где ρ_0 – импеданс либо Е-моды, либо Н-моды в вакууме.

4. Плазмоны вдоль тонких пленок в слоистых структурах

Рассматриваем слоистые структуры с изотропными (скалярными) ε_n и μ_n . Между слоями могут находиться пленки, поддерживающие токи, описываемые поверхностной проводимостью. Примером является графен. Это означает двумерность пленки. Для металлической и полупроводниковой пленок двумерный электронный газ (ДЭГ) означает малую толщину t по сравнению с длиной свободного пробега λ и по сравнению с длиной волны λ в окружающих слоях: $t \ll \lambda$ и $t \ll \lambda$. Для металлов λ – порядка десятков нм. Выполнение первого условия для электродинамики не столь существенно и определяет в основном двумерную (поверхностную) проводимость и транспорт: баллистический или диффузионный. Второе говорит о том, что на оптических частотах пленка должна быть наноразмерной, т.е. являться квантовой ямой и иметь квантовую проводимость. Для проводящих металлических пленок будем использовать объемную удельную проводимость γ для определения поверхностной проводимости σ , что можно делать при толщинах в десятки и более нанометров. Описываемая макроскопической ДП пленка, расположенная в среде с ДП $\tilde{\varepsilon}$, создает избыточный (дополнительный) электрический ток поляризации с плотностью $\mathbf{J}_p^e = i\omega\varepsilon_0(\varepsilon - \tilde{\varepsilon})\mathbf{E}$. Этот ток является вторичным источником и поддерживает волну. В тонкой пленке \mathbf{E} почти не изменяется в поперечном направлении, а поперечным током можно пренебречь (это и есть электродинамическое приближение для введения двумерных пленок). Приведенное соотношение можно записать так: $\mathbf{J}_s^e = \sigma\mathbf{E}_s$, где индекс s характеризует поверхностные величины, а $\sigma = i\omega\varepsilon_0(\varepsilon - \tilde{\varepsilon})t$. Если ДП тензорная, то $\hat{\sigma} = i\omega\varepsilon_0(\hat{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}\hat{I})t$ тензор. Это определение годится и для диэлектрической пленки, тонкой по сравнению с длиной волны в ней. Это же относится и к магнитным, например,



ферритовым, пленкам. Для них $\hat{\sigma}^m = i\omega\mu_0(\hat{\mu} - \hat{I})t$. Это применимо в случае, когда поле \mathbf{H} почти не изменяется поперек пленки. Для вывода ДУ в случае изотропных пленок теперь достаточно учесть матрицу передачи пленки в виде

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ iy & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Здесь $y = Z_0\sigma$ – нормированная проводимость. В случае анизотропных пленок задача усложняется. Такие пленки поддерживают в общем случае гибридные моды. Следовательно, надо использовать классические или волновые матрицы передачи четвертого порядка. Их вид достаточно громоздкий. Мы ограничимся простейшими структурами типа пленка в диэлектрической основе или в вакууме. В качестве анизотропной пленки далее рассмотрим графен. В этом случае вывод ДУ получим, используя функцию Грина

(ФГ) $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = (4\pi\mathbf{R})^{-1} \exp(-ik\mathbf{R})$, $\mathbf{R} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$. Эта ФГ соответствует среде основы с волновым числом $k = k_0\sqrt{\tilde{\epsilon}}$. Создаваемый пленкой вектор-потенциал есть

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{J}_s^e(\mathbf{r}') d^2r'. \quad (5)$$

Интеграл берется по бесконечной двумерной области. $\mathbf{J}_s^e(\mathbf{r}')$ запишем в виде неоднородной плоской волны, а $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ представим в виде известного двумерного интеграла – разложения по неоднородным плоским волнам. В результате интеграл в (5) вычисляется явно. Далее через (5) определяем электрическое поле: $\mathbf{E} = (i\omega\epsilon_0\tilde{\epsilon})^{-1}(\nabla\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) + k^2\mathbf{A}(\mathbf{r}))$. Наконец, наложение условия $\mathbf{J}_s^e = \hat{\sigma}\mathbf{E}$ приводит к искомому ДУ. Оно получается как равенство нулю определителя. Записав $\hat{\xi} = Z_0\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1}$, имеем две эквивалентные формы:

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{(k_0^2\tilde{\epsilon} - k_x^2)\xi_{xx} - k_x k_y \xi_{xy}}{2k_0\tilde{\epsilon}k_z} \right] \left[1 + \frac{(k_0^2\tilde{\epsilon} - k_y^2)\xi_{yy} - k_x k_y \xi_{xy}}{2k_0\tilde{\epsilon}k_z} \right] = \\ & = \frac{(k_0^2\tilde{\epsilon}_d - k_x^2)\xi_{xy} - k_x k_y \xi_{yy}}{2k_0\tilde{\epsilon}k_z} \frac{(k_0^2\tilde{\epsilon}_d - k_y^2)\xi_{xy} - k_x k_y \xi_{xx}}{2k_0\tilde{\epsilon}k_z}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left[\rho_{xx} - \frac{k_0^2\tilde{\epsilon} - k_x^2}{2k_0\tilde{\epsilon}k_z} \right] \left[\rho_{yy} - \frac{k_0^2\tilde{\epsilon} - k_y^2}{2k_0\tilde{\epsilon}k_z} \right] = \left[\rho_{xy} + \frac{k_x k_y}{2k_0\tilde{\epsilon}k_z} \right] \left[\rho_{yx} + \frac{k_x k_y}{2k_0\tilde{\epsilon}k_z} \right]. \quad (7)$$

Упрощение наступает, если плазмон движется вдоль оси x :

$$\left[\rho_{xx} - \frac{k_z}{2k_0\tilde{\epsilon}} \right] \left[\rho_{yy} - \frac{k_0}{2k_z} \right] - \rho_{xy}^2 = 0, \quad (8)$$

$$\left[1 + \frac{\sigma_{xx}(k_0^2\tilde{\epsilon} - k_x^2)}{2\omega\epsilon_0\tilde{\epsilon}k_z} \right] \left[1 + \frac{\sigma_{yy}k_0^2}{2\omega\epsilon_0k_z} \right] = 0. \quad (9)$$

Оно распадается на два для ППП с разными поляризациями:

$$k_x^2 = k_0^2\tilde{\epsilon} \left[1 - \frac{4\tilde{\epsilon}}{(Z_0\sigma_{xx})^2} \right], \quad k_x^2 = k_0^2\tilde{\epsilon} \left[\tilde{\epsilon} - \frac{(Z_0\sigma_{yy})^2}{4\tilde{\epsilon}} \right]. \quad (10)$$

Если при этом тензор импеданса диагональный, то (8) распадается на два: $\rho^e = 2\rho_{xx}$ и $\rho^h = 2\rho_{yy}$. Решение задачи для ППП вдоль ферритовой пленки, намагниченной по нормали \mathbf{z}_0 , может быть получено на основе соотношения $\mathbf{J}_s^m = \hat{\sigma}^m \mathbf{H}_s$ или принципа перестановочной двойственности,

в силу которого можно делать замены $\mathbf{E} \leftrightarrow \mathbf{H}$, $\epsilon_0 \leftrightarrow -\mu_0$, $\hat{\sigma} \leftrightarrow -\hat{\rho}^m = -1/\hat{\sigma}^m$. В результате получаем

$$\left[1 - \frac{\rho_{xx}^m(k_0^2\tilde{\epsilon} - k_x^2)}{2k_0k_z} \right] \left[1 - \frac{\rho_{yy}^m(k_0^2\tilde{\epsilon} - k_y^2)}{2k_0k_z} \right] = \frac{(k_x k_z)^2 \rho_{xx}^m \rho_{yy}^m}{4(k_0 k_z)^2}.$$

При сильном замедлении в пленке с поверхностной МСВ распределение \mathbf{H} экспоненциально затухает от границ и обладает невзаимностью. Это можно учесть при коррекции \mathbf{J}_s^m , который становится зависимым от \mathbf{k} , а ДУ приобретает более сложный вид.

5. Быстрые, медленные и обратные ППП в пленках и графене

Рассмотрим ППП вдоль графена или другой двумерной импедансной пленки. Для графена проводимость тензорная, поэтому моды гибридные. Однако тензорный характер проводимости выражен несильно. Сначала рассмотрим скалярную проводимость, полученную в рамках подхода



Кубо–Гринвуда: $\sigma(\omega) = \sigma_{\text{intra}}(\omega) + \sigma_{\text{inter}}(\omega)$ [13], где внутризонная σ_{intra} и межзонная σ_{inter} проводимости зависят от химического потенциала μ_c

и температуры T . Для межзонной проводимости температурной зависимостью (при $k_B T \ll |\mu_c|$) можно пренебречь, и тогда [13, 39]

$$\sigma_{\text{intra}}(\omega, \mu, \omega_c, T) = \frac{-ie^2 k_B T}{\pi \hbar^2 (\omega - i\omega_c)} \varphi(\mu, T) = \frac{\sigma_{0\text{intra}}}{1 + i\omega/\omega_c}, \quad (11)$$

$$\sigma_{\text{inter}}(\omega, \mu, \omega_c, 0) = \frac{-ie^2}{4\pi \hbar} \ln \left(\frac{2|\mu_c| - (\omega - i\omega_c)\hbar}{2|\mu_c| + (\omega - i\omega_c)\hbar} \right), \quad (12)$$

$$\varphi(\mu_c, T) = \left[\frac{\mu_c}{k_B T} + 2 \ln \left(1 + \exp \left(-\frac{\mu_c}{k_B T} \right) \right) \right] = 2 \ln \left(\cosh \left(\frac{\mu_c}{2k_B T} \right) \right).$$

Из формулы (11) следует, что реактивность внутризонной проводимости имеет индуктивный тип, ($\text{Im}(\sigma) < 0$) и ей соответствует проводимость на постоянном токе

$$\sigma_{0\text{intra}} = \frac{e^2 k_B T}{\pi \hbar^2 \omega_c} \ln \left(2^{-1} \left[1 + \cosh \left(\frac{\mu_c}{k_B T} \right) \right] \right). \quad (13)$$

При $k_B T \ll |\mu_c|$ в ней следует взять $\sigma_{0\text{intra}} = (e^2/h)[2|\mu_c|/(\hbar\omega_c)]$, а при $k_B T \gg |\mu_c|$ – соответственно $\sigma_{0\text{intra}} = 2 \ln(2)(e^2/h)k_B T/(\hbar\omega_c)$. Пусть частоты не очень велики: $|\omega - i\omega_c|\hbar \ll |\mu_c|$, что выполнено при $\omega\hbar \ll |\mu_c|$ и $\omega_c\hbar \ll |\mu_c|$. Тогда межзонная проводимость емкостная:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{inter}} &\approx \frac{e^2 \omega_c (1 + i\omega/\omega_c)}{4\pi |\mu_c|} [1 + i(1 + i\omega/\omega_c)\omega_c\hbar/|\mu_c|] \approx \\ &\approx \frac{e^2 \omega_c (1 + i\omega/\omega_c)}{4\pi |\mu_c|}. \end{aligned}$$

В этом случае при малой температуре и малых частотах имеем полную проводимость:

$$\sigma = \frac{e^2 |\mu_c|}{2\pi \hbar^2 \omega_c (1 + i\omega/\omega_c)} + \frac{e^2 \omega_c (1 + i\omega/\omega_c)}{4\pi |\mu_c|}. \quad (14)$$

Она индуктивная, если $\omega^2 < \omega_c^2 (2\mu_c^2/(\omega_c\hbar)^2 - 1)$. В противном случае она емкостная. Действительная ее часть имеет вид

$$\sigma' = \frac{e^2}{h} \frac{2\mu_c^2 + (\omega_c\hbar)^2 (1 + \omega^2/\omega_c^2)}{2\hbar\omega_c |\mu_c| (1 + \omega^2/\omega_c^2)}. \quad (15)$$

При $\omega/\omega_c \ll 1$ (большая частота столкновений) имеем

$$\sigma' \approx \frac{e}{h} \frac{2\mu_c^2 + (\omega_c\hbar)^2}{2\hbar\omega_c |\mu_c|} \approx \frac{e^2 |\mu_c|}{h \hbar \omega_c} \gg \frac{e^2}{h},$$

а при $\omega/\omega_c \ll 1$ (малая частота столкновений) –

$$\sigma' \approx \frac{e^2}{h} \frac{2\mu_c^2 + (\omega\hbar)^2}{2\hbar\omega_c |\mu_c| \omega^2/\omega_c^2} \approx \frac{e^2 |\mu_c| \omega_c}{h \hbar \omega}.$$

Если частоты большие ($|\mu_c| \ll |\omega - i\omega_c|\hbar$), то межзонная проводимость индуктивная:

$$\sigma_{\text{inter}} \approx \frac{e^2}{4\hbar} + \frac{e^2 |\mu_c|}{\pi \omega_c \hbar^2 (1 + i\omega/\omega_c)}. \quad (16)$$

При $\omega/\omega_c \gg 1$ имеем действительную её часть $\sigma'_{\text{inter}} = e^2/(4\hbar)$, а при $\omega/\omega_c \ll 1$ она увеличивается: $\sigma'_{\text{inter}} \approx (e^2/h)(\pi/2 + 2|\mu_c|/(\omega_c\hbar))$. Таким образом, в допированном графене при малой диссипации в полосе частот $\omega_c \sqrt{2\mu_c^2/(\omega_c\hbar)^2 - 1} < \omega \ll |\mu_c|/\hbar$ проводимость емкостная, а медленный Е-плазмон обратный.

Будем считать, что полная проводимость описывается суммой проводимостей (11) и (16) в виде

$$\sigma = \frac{e^2}{4\hbar} + \frac{\sigma_0}{1 + i\omega/\omega_c}. \quad (17)$$

Для учета пространственной дисперсии (ПД) в случае ППП вдоль главной оси графена следует вместо (17) использовать компоненту [39]

$$\sigma_{\text{xx}}(\omega) = \sigma_{\text{intra}}(\omega) \left[1 + \frac{v_F^2}{4(\omega - i\omega_c)^2} \left(3 - \frac{2i}{\omega/\omega_c} \right) k_x^2 \right] + \sigma_{\text{inter}}(\omega).$$

Здесь $v_F \approx c/300$. Дисперсию Е-ППП получаем, трансформируя проводимость вакуума за пленкой $y_0^{(e,h)} = 1/\rho_0^{(e,h)}$ к проводимости вакуума перед пленкой. Пленка шунтирует проводимость, т.е. $y_{\text{in}}^{(e,h)} = \sigma Z_0 - y_0^{(e,h)}$. Знак справа у проводимости отрицательный, поскольку волна втекает справа в диссипативную пленку. ДУ имеет вид $y_0^{(e,h)} = y_{\text{in}}^{(e,h)} = \sigma Z_0 - y_0^{(e,h)}$, или $k_x = k_0 \sqrt{1 - (\sigma Z_0 / 2)^2}$. Здесь верхний знак соот-



ветствует Е-ППП, а нижний – Н-ППП. Эти же уравнения получаются путем сшивания с учетом скачка магнитного поля. Для медленного Е-ППП нормированная проводимость должна быть малой и сильно реактивной. Для медленного Н-ППП нормированная проводимость должна быть большой и сильно реактивной. Обозначая $\xi_{\mp} = \xi'_{\mp} - i\xi''_{\mp}$, получаем:

$$k_x^{(e,h)} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\left[\sqrt{(1-\xi'_{\mp})^2 + (\xi''_{\mp})^2} + (1-\xi'_{\mp}) \right] / 2}. \quad (18)$$

Дифференцируя (18) по ω , находим обратную величину ГС. Получается достаточно громоздкое выражение. Численные результаты для Е-ППП в графеновой пленке без учета ПД (штриховые кривые) и с учетом (сплошные кривые) представлены на рис. 1. Для удобства все приведенные графические результаты построены так, что за положительное направление взято движение фазы. Тогда ОВ соответствуют области с отрицательными потерями. Видно, что в узком частотном диапазоне потери отрицательные, что означает наличие ОВ. В активной (накачанной) графеновой пленке реальная часть проводимости отрицательная (чему соответствует отрицательная ω_c), что похоже на ОВ. Однако структура поля при этом иная: энергия из пленки вытекает, тогда как для ОВ она втекает в пленку и диссипируется.

Для исследования ППП в металлических пленках важны три характерные частоты: плазменная, ω_p , частота поверхностного плазмонного резонанса $\omega_{ps} = \omega_p / \sqrt{\epsilon_L + 1}$, $\epsilon(\omega_{ps}) = -1$, и частота перехода ДП через нуль $\epsilon(\bar{\omega}) = 0$. При учете диссипации следует брать условия $\epsilon'(\omega_{ps}) = -1$ и $\epsilon'(\bar{\omega}) = 0$, откуда $\omega_{ps} = \sqrt{\omega_p^2 / (\epsilon_L + 1) - \omega_c^2}$, $\bar{\omega} = \sqrt{\omega_p^2 / \epsilon_L - \omega_c^2}$ (здесь мы считаем в области плазмоники ϵ_L действительной величиной, не зависящей от частоты). Тонкую металлическую пленку с толщиной порядка нескольких нм приближенно можно считать 2D структурой. Согласно приведенному точному ДУ для k_{xe}^e в такой пленке Е-ППП с электрической стенкой ниже ω_{ps} идет практически без дисперсии почти со скоростью света. Без диссипации существенное замедление для него начинается немного ниже ω_{ps} и неограниченно растет при приближении к ω_{ps} . Немного выше ω_{ps} замедление растет с приближением частоты к ω_{ps} сверху. Нижняя ветвь соответствует прямому ППП, а верхняя – обратному. ГС по обо-

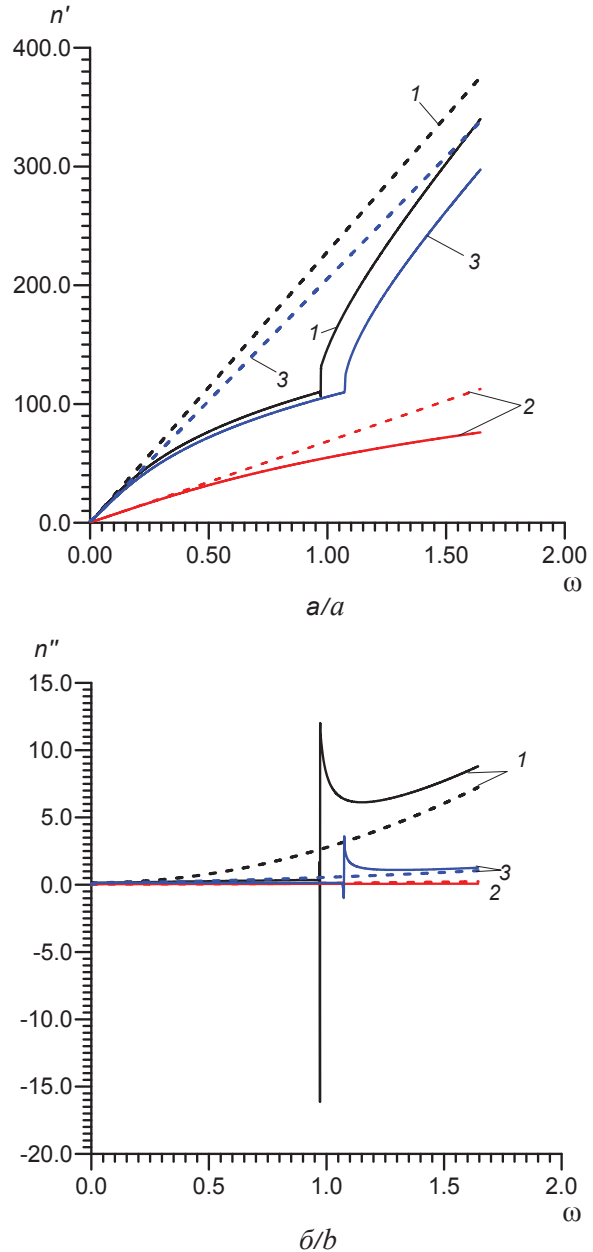


Рис. 1. Коэффициенты замедления n' (а) и потерь n'' (б) Е-ППП в графеновой пленке при $T = 300\text{K}$ в зависимости от круговой частоты: $\mu_c = 0.3 \text{ эВ}$, $\tilde{\epsilon} = 1$ (кривые 1); $\mu_c = 1 \text{ эВ}$, $\tilde{\epsilon} = 1$ (2); $\mu_c = 1 \text{ эВ}$, $\tilde{\epsilon} = 3 - 0.003i$ (3). Штриховые кривые – без учета пространственной дисперсии, сплошные кривые – с учетом

Fig. 1. Deceleration (a) and loss (b) coefficients for E-SP in the graphene film at $T=300\text{K}$, depending on the circular frequency (eV): $\mu_c = 0.3 \text{ eV}$, $\tilde{\epsilon} = 1$ (curves 1); $\mu_c = 1 \text{ eV}$, $\tilde{\epsilon} = 1$ (curves 2); $\mu_c = 1 \text{ eV}$, $\tilde{\epsilon} = 3 - 0.003i$ (curves 3). Dashed and solid curves show the results without and with taking into account the spatial dispersion, respectively

им ветвям стремиться к нулю сверху (для нижней ветви) и снизу (для верхней ветви) при $\omega \rightarrow \omega_{ps}$. Введение диссипации приводит к конечному



замедлению в точке ω_{ps} и слиянию в ней ветвей (рис. 2). Зависимость $\omega = \omega(k'_z)$ становится дифференцируемой, ГС в точке ω_{ps} обращается в бесконечность. Ниже нее она положительная, выше – отрицательная. Как показывают вычисления потерь, в обеих окрестностях затухание направлено вдоль движения фазы, т.е. ППП прямой. Обратным он становится существенно выше ω_{ps} . Хотя диссипация в структуре невелика, на частоте максимального замедления (расчет дает для нее значение чуть ниже ω_{ps}) имеем $k''_z \sim k'_z$, т.е. потери ППП максимальны. Качественно это соответствует области резонанса в дисперсии Лоренца (1). Для Е-ППП с магнитной стенкой частота максимального замедления существенно ниже ω_{ps} и примерно пропорциональна t (рис. 3). Штриховой линией на рис. 3 дана дисперсия поляритона Ценнека.

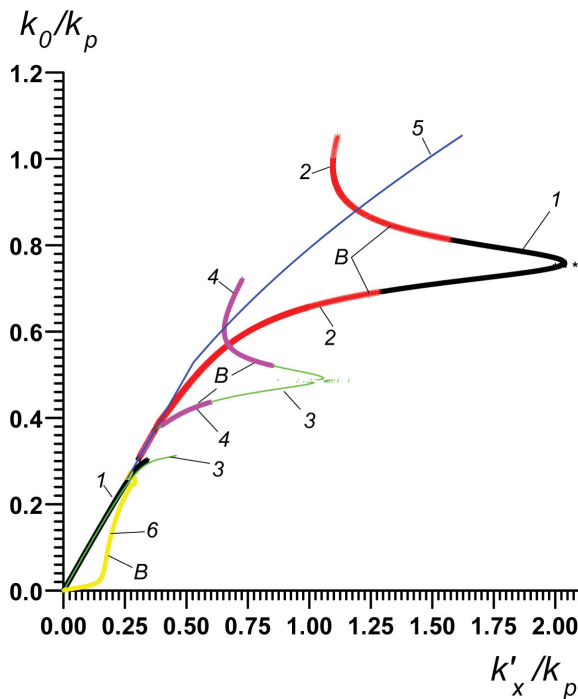


Рис. 2. Нормированные на $k_p = \omega_p / c$ прямые (кривые 1, 3, 5) и обратные (символ B, кривые 2, 4, 6) плазмон-поляритонные ветви для $\text{Re}(k_{xe}^e)$ (кривые 1, 2, 3, 4) и $\text{Re}(k_{xh}^m)$ (кривые 5, 6) плазмонов в слое 50 нм (1, 2), 100 нм (3, 4) и 10 нм (5, 6). Параметры металлического слоя: $\epsilon_L = 9 - 0.01i$, $\omega_p = 10^{16}$, $\omega_c = 10^{13}$ Гц

Fig. 2. Normalized on $k_p = \omega_p / c$ forward (curves 1, 3, 5) and backward (symbol B, curves 2, 4, 6) plasmon-polariton branches for $\text{Re}(k_{xe}^e)$ (curves 1, 2, 3, 4) and $\text{Re}(k_{xh}^m)$ (curves 5, 6) of the plasmons in the layer of 50 nm (1, 2), 100 nm (3, 4) and 10 nm (5, 6). The parameters of the metal layer: $\epsilon_L = 9 - 0.01i$, $\omega_p = 10^{16}$, $\omega_c = 10^{13}$ Hz

Согласно изложенному ДУ расположенной в вакууме плоскостойкой структуры имеет вид $k_x = k_0 \sqrt{1 - \rho_{in}^2}$ для Е-ППП и $k_x = k_0 \sqrt{1 - \rho_{in}^2}$ для Н-ППП. Здесь $\rho_{in} = \rho'_{in} + i\rho''_{in}$ – входной импеданс структуры на данном типе волны. Для диссипативных структур $\rho'_{in} > 0$. Комплексный коэффициент замедления $n = n' - in'' = k_x / k_0$ для ППП играет роль показателя преломления при движении вдоль на поверхности. Следует заметить, что ρ_{in} зависит от k_x , поэтому ДУ следует решать итерационно. Пусть k_x – такое решение (неподвижная точка). Тогда следует, что ППП медленный, если $\rho'_{in} \ll |\rho''_{in}|$, т.е. импеданс сильно реактивный вне зависимости от того, индуктивный он или емкостной. Извлечение квадратного корня из комплексной величины $z = 1 - \rho_{in}^{\pm 2}$ показывает, что ППП прямой ($k'_x k''_x > 0$), если импеданс индуктивный, и обратный ($k'_x k''_x < 0$), если импеданс емкостной.

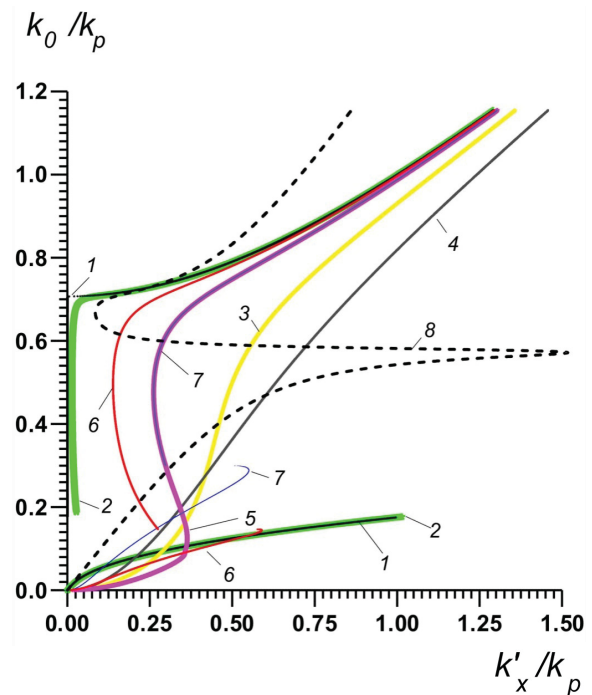


Рис. 3. Нормированная к плазмонному волновому числу k_p дисперсия $\text{Re}(k_{xe}^m)$ электрического плазмона для $\epsilon_L = 2$, $\omega_p = 10^{16}$ при: $t = 2$ нм (кривые 1–6); $t = 10$ нм (7); $t = \infty$ (8). Диссипация задана отношением ω_c / ω_p : 10^{-4} (кривая 1), 10^{-2} (2, 8), $5 \cdot 10^{-1}$ (3), 10^0 (4), $2 \cdot 10^{-1}$ (5, 7), 10^{-1} (6). Штриховая кривая 8 построена для $\epsilon_L = 2 - 0.01i$

Fig. 3. Normalized to the plasmon wave number k_p dispersion $\text{Re}(k_{xe}^m)$ of the surface electric plasmon for $\epsilon_L = 2$, $\omega_p = 10^{16}$ at: $t = 2$ nm (curves 1–6); $t = 10$ nm (7); $t = \infty$ (8). The dissipation is set as ω_c / ω_p : 10^{-4} (curve 1), 10^{-2} (2, 8), $5 \cdot 10^{-1}$ (3), 10^0 (4), $2 \cdot 10^{-1}$ (5, 7), 10^{-1} (6). Dashed curve 8 is plotted for $\epsilon_L = 2 - 0.01i$



Рассмотрим поверхностную проводимость одиночной металлической пленки $\sigma = \gamma t = i\omega\varepsilon_0(\varepsilon(\omega) - 1)t$. В модели без диссипации эта проводимость индуктивная при $\omega < \bar{\omega}$ и емкостная при $\omega > \bar{\omega}$. В такой модели возможна ОВ, если $\varepsilon(\omega) > 1$, при этом волны не делятся на симметричные и антисимметричные. Приближение работает при толщинах и частотах, когда поле в пленке можно считать равномерным, т.е. при толщинах, меньших глубины проникновения. Внутри пленки поле вблизи резонанса изменяется по закону $\cosh(k_0 z \sqrt{n+1}/2)$, поэтому должно быть $k_0 t \sqrt{n+1} \ll 2$. При $t = 5$ нм и $\lambda = 500$ нм получаем оценку применимости 2D приближения $n \ll 1000$. В силу допущений ПП с электрической стенкой в пленке невозможен, а ПП с магнитной стенкой может быть обратным при $\omega > \bar{\omega}$, что подтверждает численное решение [8]. Реально для серебряной пленки заметное замедление Е-ППП с электрической стенкой возникает при толщинах порядка 50 нм и выше, тогда как Е-ППП с магнитной стенкой можно получать при толщинах 2 нм (получить сплошную пленку меньшей толщины технологически проблематично). Для магнитоплазموнов приближение в сантиметровом диапазоне работает при толщинах ~ 1 мкм.

На рис. 4 приведено моделирование Е-ППП в помещенной в диэлектрик серебряной пленке при $\omega_p = 1.8 \cdot 10^{16}$, $\omega_p = 4 \cdot 10^{13}$ Гц, $\varepsilon_L = 9$. В этом случае частоте $\bar{\omega}$ соответствует длина волны 314.159 нм. Эта длина волны приближенно соответствует эксперименту, но на более длинных волнах точность формулы улучшается. Результаты, приведенные на рис. 4, а, указывают на то, что ГС принимает весь диапазон значений кроме малой окрестности нуля, при этом потери везде положительные (рис. 4, б), т.е. ОВ нет.

На рис. 5 приведено решение модельной задачи для Е-ППП вдоль металлической пленки с $t = 30$ нм, расположенной в диэлектрике, показывающие влияние частоты столкновений ω_c и ДП $\tilde{\varepsilon}$ на дисперсию. Использовано приближение поверхностного тока. ДУ имеет вид $k_x = k_0 \sqrt{\tilde{\varepsilon} - 4\tilde{\varepsilon}^2 / (\sigma Z_0)^2}$, где $\sigma Z_0 = ik_0 t (\varepsilon(\omega) - \tilde{\varepsilon})$. Максимальное замедление Е-ППП растет с уменьшением ω_c и $\tilde{\varepsilon}''$, а также при приближении $\tilde{\varepsilon}'$ к ε_L . Технологически тонкие пленки могут быть

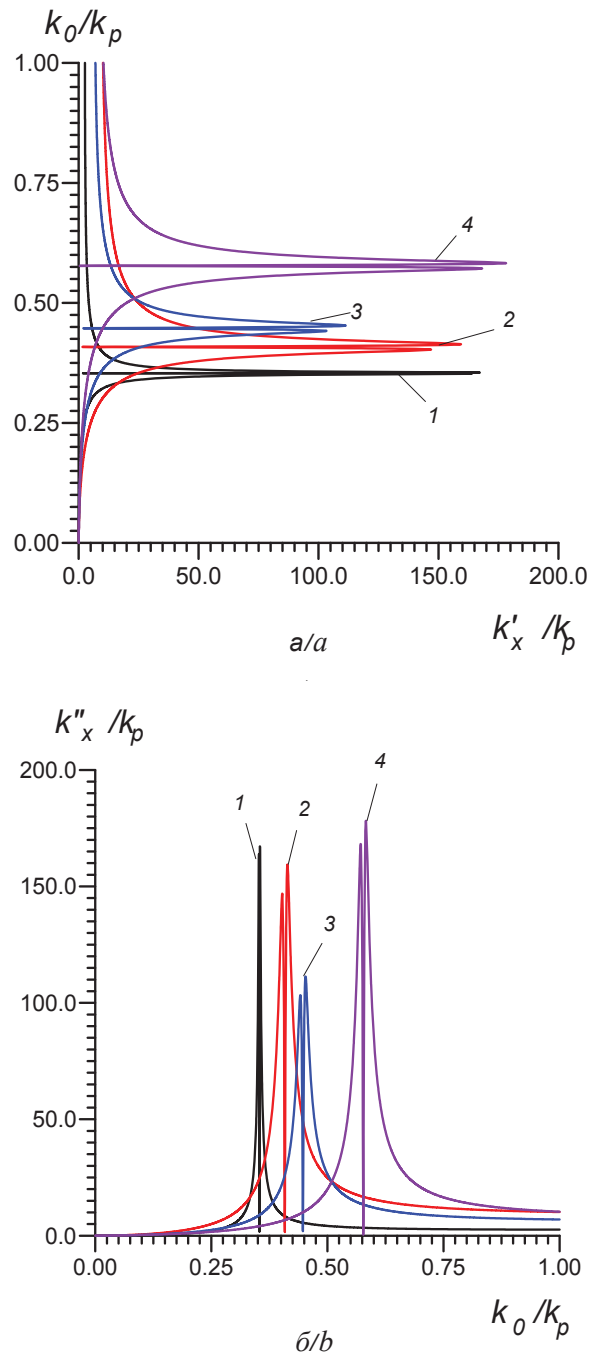


Рис. 4. Нормированные к плазменному волновому числу k_p дисперсия (а) и потери (б) Е-ПП в серебряной пленке: $t = 2$ нм, $\tilde{\varepsilon} = 1$ (кривая 1); $t = 2$ нм, $\tilde{\varepsilon} = 3 - 0.003i$ (2); $t = 5$ нм, $\tilde{\varepsilon} = 4 - 0.004i$ (3); $t = 10$ нм, $\tilde{\varepsilon} = 6 - 0.006i$ (4)

Fig. 4. Normalized to the plasma wave number k_p dispersion (a) and loss (b) for E-SP in the silver film: $t = 2$ нм, $\tilde{\varepsilon} = 1$ (curve 1); $t = 2$ нм, $\tilde{\varepsilon} = 3 - 0.003i$ (2); $t = 5$ нм, $\tilde{\varepsilon} = 4 - 0.004i$ (3); $t = 10$ нм, $\tilde{\varepsilon} = 6 - 0.006i$ (4)

выполнены в диэлектрике (на границе двух диэлектрических слоев) или на диэлектрической подложке. Поэтому учет диэлектрических слоев и

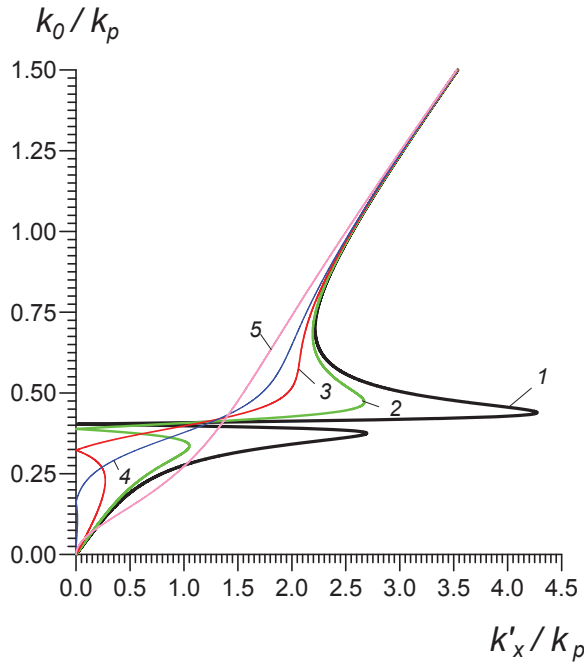


Рис. 5. Нормированная к плазменному волновому числу k_p дисперсия для Е-поляритона в расположенной в диэлектрике $\tilde{\epsilon} = 5$ тонкой металлической пленке при $\epsilon_L = 11$, $t = 30$ нм, $\omega_p = 10^{16}$ и разных частотах столкновений, Гц: $\omega_c = 10^{15}$ (кривая 1); $2 \cdot 10^{15}$ (2); $4 \cdot 10^{15}$ (3); $6 \cdot 10^{15}$ (4); $1.6 \cdot 10^{16}$ (5)

Fig. 5. Normalized to the plasma wave number k_p dispersion for E-polariton in a thin metal film, located in dielectric $\tilde{\epsilon} = 5$, with metal parameters $\epsilon_L = 11$, $t = 30$ nm, $\omega_p = 10^{16}$ and different collision frequencies (Hz): $\omega_c = 10^{15}$ (curve 1); $2 \cdot 10^{15}$ (2); $4 \cdot 10^{15}$ (3); $6 \cdot 10^{15}$ (4); $1.6 \cdot 10^{16}$ (5)

подложек необходим, что приводит к более сложным ДУ. Простые явные ДУ, позволяющие точно определять дисперсию и ГС, наиболее удобны для решения вопроса о том, связана ли отрицательная ГС с ОВ, поскольку последние определяются знаком σ'' . Для активной пленки ($\sigma' < 0$) волна вытекает. Для графена этому соответствует $\omega_c < 0$. Вытекающий Е-ППП обратный, если $\sigma'\sigma'' < 0$, т.е. для индуктивной проводимости пленки. В случае пленки на толстой диэлектрической подложке берем для нее модель диэлектрического полупространства с ДП $\tilde{\epsilon}$. Дисперсию ДП и диссипацию не учитываем. Тогда ДУ имеет вид $y_0^{(e,h)} = y_d^{(e,h)} + \sigma Z_0$. Если рассмотреть диэлектрическую пластину толщиной d с ДП $\tilde{\epsilon}$, обложенную с обеих сторон проводящими пленками, то получаем ДУ

$$y_0^{(e,h)} = [i \tan(k_{zd}d/2)]^{\pm 1} y_d^{(e,h)} + \sigma Z_0. \quad (19)$$

Верхний знак соответствует моде с магнитной стенкой, а нижний – с электрической, $k_{zd} = \sqrt{k_0^2 \tilde{\epsilon} - k_x^2}$, $y_d^e = k_0 \tilde{\epsilon} / k_{zd}$, $y_d^h = k_0 / k_{zd}$.

Рассмотрим случай очень медленного ПП $k'_x > k_0 \sqrt{\tilde{\epsilon}}$ при условии малой диссипации. Тогда $k_{zd} \approx -i|k_{zd}|$, $y_d^e \approx i|y_d^e|$, $y_d^h = i|y_d^h|$, $\tan(k_{zd}d/2) = -i \tanh(|k_{zd}|d/2)$, поэтому к проводимости пленки добавляется индуктивная проводимость в случае Е-ППП и Н-ППП. Более сильное увеличение индуктивной проводимости имеет место для моды с электрической стенкой, поскольку при малой толщине d и не очень больших замедлениях гиперболической тангенс мал. При $d \rightarrow \infty$ следует положить $i \tan(k_{zd}d/2) = 1$, и из (19) следует ДУ для пленки на полупространстве. При $d \rightarrow 0$ имеем $y_0^{(e,h)} = \sigma Z_0$. Это ДУ совпадает с ранее приведенным, если учесть, что полную проводимость такой двусторонней пленки следует удвоить. Рассмотрим пленку в центре диэлектрической пластины. Тогда возможен ПП только с магнитной стенкой, поскольку ПП вдоль идеально проводящей плоскости не существует. Для получения ДУ трансформируем половинную проводимость к границе с вакуумом:

$$y_{in}^{(e,h)} = y_d^{(e,h)} \frac{\sigma Z_0 / 2 + i \tan(k_{zd}d/2) y_d^{(e,h)}}{y_d^{(e,h)} + i \tan(k_{zd}d/2) \sigma Z_0 / 2}. \quad (20)$$

Тогда ДУ имеет вид $y_0^{(e,h)} = y_n^{(e,h)}$. Поскольку σ имеет действительную часть, изменение знака реактивной части в (20) возможно. Рассмотрим случай не очень медленного ПП: $k_0 < k'_x < k_0 \sqrt{\tilde{\epsilon}}$. Для него k_{zd} и проводимости $y_d^{(e,h)}$ почти действительные, поэтому для не очень толстой пластины в ПП с магнитной стенкой добавляется индуктивный импеданс, а в ПП с электрической стенкой – емкостной импеданс. В случае толстой подложки тангенс может менять знак и изменяться в широких пределах с изменением частоты, а поведение входной проводимости (21) и дисперсии ПП может быть сложной. Следует заметить, что при слабой диссипации в пластине тангенс не достигает бесконечных значений, но может быть большим по модулю.

6. Обратные поляритоны и отрицательная рефракция на поверхности

Возможность существования обратных ППП и простой способ управления их дисперсией по-



зволяет реализовывать двумерную отрицательную рефракцию без достижения условий «одно-временной отрицательности» ДП и МП и вообще в структурах только с диэлектрическими или только с магнитными свойствами [28, 40]. Классификация волн по ГС, особенно в запрещенных областях, может приводить к таким ошибкам, как наличие в спектре обратных «диссипативных» волн [41]. Если имеется импедансная поверхность с индуктивным входным импедансом на данном типе волны, то преобразовать ее импеданс к емкостному можно путем нанесения прозрачного четвертьволнового слоя. Этот четвертьволновой слой должен быть рассчитан относительно компоненты $k_z = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_l \mu_l - k_x^2}$, и если ППП медленный, то должно быть $\varepsilon_l \mu_l' > n^2$. Управлять импедансом слоя можно, создавая в нем мелкие двумерно-периодические структуры с периодами, существенно меньшими длины волны, например, выполняя отверстия в пленке. В этом случае импеданс тензорный, следует использовать гибридный подход, и ДУ усложняются. В резонансной области такая пленка есть 2D ФК, так как отрицательная рефракция в ней осуществляется естественным образом. Рефракция зависит от того, под каким углом падает ПП на границу пленки и от структуры поверхности ее изочастот $\omega(k_x, k_y) = \text{const}$. Перспективно использовать тонкие замагниченные металлические, полупроводниковые и ферритовые пленки, управляемые магнитным полем. Таким образом, выполняя на поверхности двумерную металлинзу, поддерживающую обратные ППП, можно управлять ППП, в частности осуществлять их фокусировку. Хотя имеется ряд работ по металлинзам и метаповерхностям, где моделирование осуществлено на основе пакетов программ, строгие их модели до сих пор не получены.

Заключение

Для диссипативных структур рассмотрены свойства ГС, прямые и обратные ППП, отрицательная рефракция, а также связь указанных явлений. Показано, что ГС может быть любой, в том числе бесконечной, и менять знак путем перехода через бесконечность. Смена знака ГС путем перехода через нуль не наблюдается. Смена знака ГС не означает переход от прямых ППП к обратным ППП. ОВ могут соответствовать как участки с аномальной отрицательной дисперсией, так и с

нормальной дисперсией, так же как и для прямых волн. Поэтому даже в слабо диссипативных средах и структурах ГС не следует использовать для классификации волн.

Основным результатом работы являются полученные ДУ и их численные решения, условия существования прямых и обратных поляритонов, а также медленных и быстрых поляритонов. Тип поляритона определяется знаком реактивной части входного импеданса для данного типа волны. Положительный знак (индуктивность) соответствует прямому ППП, а отрицательный (емкость) – обратному ППП. Замедление определяется отношением реактивной и активной частей импеданса. Наличие участка с ОВ или отрицательной рефракцией позволяет реализовывать управление плазмоном, в частности осуществлять его фокусировку. При этом отрицательная рефракция не обязательно возникает при наличии ОВ.

В случае $k_x' \approx k_0$ потери малы, и частоту смены знака k_x'' бывает сложно определить численно достаточно точно. В этом случае для идентификации быстрой ОВ следует использовать усредненную величину $\langle S_x \rangle$. Е-поляритон с электрической стенкой в тонкой металлической пленке имеет компоненту вектора Герца $\Pi_x^- = A \sin(k_z z) \exp(-ik_x x)$ внутри пленки и $\Pi_x^+ = B \exp(-ik_{0z}|z|) \exp(-ik_x x)$ в вакууме. В силу непрерывности $A \sin(k_z t/2) = B \exp(-ik_{0z} t/2)$. Для медленного ППП $k_{0z} = -i\sqrt{k_x^2 - k_0^2}$. Имеем

$$S_x^- = -\text{Re}(E_z H_y^*)/2 =$$

$$= k_0 \text{Re}(\varepsilon^* k_x) |k_z|^2 \cdot |A \cos(k_z z)|^2 \exp(-2k_x'' x)/(4Z_0).$$

Знак определяет величина $\varepsilon' k_x' + \varepsilon'' k_x''$. Если $k_x'' = 0$, то знак отрицательный при $\varepsilon' < 0$. Однако если $\varepsilon' < 0$, то поток в пленке (и в структуре) положительный при $k_x'' > -\varepsilon' k_x' / \varepsilon''$. Если же $\varepsilon' > 0$, то поляритон обратный, а поток отрицательный при $k_x'' < -\varepsilon' k_x' / \varepsilon''$. В вакууме $\varepsilon = 1$, поэтому поток в нем всегда положительный (в сторону движения фазы).

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-19-10033).



Список литературы

1. *Economou E. N.* Surface Plasmons in Thin Films // *Phys. Rev.* 1969. Vol. 182, № 2. P. 539–554. DOI: 10.1103/PhysRev.182.539
2. *Tournoisa P., Laude V.* Negative group velocities in metal-film optical waveguides // *Optics Communications.* 1997. Vol. 137. P. 41–45.
3. *Liu Y. M., Pile D. F. P., Liu Z., Wu D., Sun C., Zhang X.* Negative group velocity of surface plasmons on thin metallic films // *Proc. SPIE.* 2006. Vol. 6323. P. 63231M(1–9). DOI: 10.1117/12.681492
4. *Федянин Д. Ю., Арсенин А. В., Лейман В. Г., Гладун А. Д.* Поверхностные плазмон-поляритоны с отрицательной и нулевой групповыми скоростями, распространяющиеся по тонким металлическим пленкам // *Квантовая электроника.* 2009. Т. 39, № 8. P. 745–760. DOI: 10.1070/QE2009v039n08ABEH014072
5. *Зуев В. С., Зуева Г. Я.* Очень медленные поверхностные плазмоны: теория и практика // *Оптика и спектроскопия.* 2008. Т. 105. С. 852–859. DOI: 10.1134/S0030400X09100166
6. *Tao J., Wang Q. J., Zhang J., Luo Y.* Reverse surface-polariton cherenkov radiation // *Scientific Reports.* 2016. Vol. 6. P. 30704(1–6). DOI: 10.1038/srep30704
7. *Fedyanin D. Yu., Arsenin A. V., Leiman V. G., Gladun A. D.* Backward waves in planar insulator-metal-insulator waveguide structures // *J. Opt.* 2010. Vol. 12, no. 1. P. 015002(1–7). DOI: 10.1088/2040-8978/12/1/1105002
8. *Давидович М. В.* Плазмоны в многослойных плоскостных структурах // *Квантовая электроника.* 2017. Т. 47, № 6. С. 567–579. DOI: 10.1070/QEL16272
9. *Давидович М. В.* Максимальное замедление и отрицательная дисперсия плазмонов вдоль металлического слоя // *ПЖТФ.* 2017. Т. 43, № 22. С. 55–62. DOI: 10.21883/PJTF.2017.22.45261.16629
10. *Давидович М. В., Мецанов В. П.* Дисперсия поверхностных плазмонов на метаповерхностях : метод тензорных функций Грина // *Антенны.* 2017. № 8(240). С. 3–16.
11. *Давидович М. В.* Об условии перехода быстрой поверхностной волны в медленную // *Радиотехника и электроника.* 2018. Т. 63, № 6. С. 499–506.
12. *Mikhailov S. A., Ziegler K.* New electromagnetic mode in graphene // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 99, no. 1. P. 016803(1–4). DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.016803
13. *Hanson G. W.* Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene // *J. Appl. Phys.* 2008. Vol. 103. P. 064302(1–8). DOI: 10.1063/1.2891452
14. *Давидович М. В., Бушуев Н. А.* О возможности создания электронно-вакуумных усилителей на поверхностных плазмонах // *II Всероссийская объединенная научная конференции «Проблемы СВЧ электроники» : сб. тр. М. : ООО «Медиа Паблшер», 2015. С. 113–117.*
15. *Морозов М. Ю., Моисеенко И. М., Попов В. В.* Усиление плазменных волн в экранированном активном графене // *Письма в ЖТФ.* 2016. Т. 42, № 1 С. 80–86. DOI: 10.1134/S1063785016010144
16. *Popov V. V., Polischuk O. V., Davoyan A. R., Ryzhii V., Otsuji T., Shur M. S.* Plasmonic terahertz lasing in an array of graphene nanocavities // *Phys. Rev.* 2012. Vol. B 86. P. 195437(1–6). DOI: 10.1103/PhysRevB.86.195437
17. *Аненков В. В., Шевченко В. В.* Основные моды не-симметричного планарного волновода из метаматериала // *Радиотехника и электроника.* 2011. Т. 56, № 10. С. 1194–1200. DOI: 10.1134/S1064226911100020
18. *Давидович М. В.* Гиперболическая среда из проволочек конечной длины // *ЖЭТФ.* 2018. Т. 154, вып. 1 (7). С. 5–25. DOI: 10.7868/S0044451018070015
19. *Давидович М. В.* Диамагнетизм и парамагнетизм метаматериала из колец с током // *ПЖЭТФ.* 2018. Т. 108, № 5. С. 228–233. DOI: 10.1134/S0370274X18170010
20. *Ахизер А. И., Ахизер И. А.* Электромагнетизм и электромагнитные волны. М. : Высш. шк., 1985. 504 с.
21. *Давидович М. В.* Прохождение сигналов через фильтр с поглощением и отрицательное время задержки // *ЖТФ.* 2012. Т. 82, вып. 3. С. 15–22. DOI: 10.1134/S1063784212030048
22. *Рытов С. М.* Некоторые теоремы о групповой скорости электромагнитных волн // *ЖЭТФ.* 1947. Т. 17. С. 930–936.
23. *Schulz-DuBois E. O.* Energy transport velocity of electromagnetic propagation in dispersive media // *Proc. IEEE.* 1969. Vol. 57, № 10. P. 1748–1757.
24. *Белов П. А., Симовский К. Р., Третьяков С. А.* Обратные волны и отрицательная рефракция в фотонных (электромагнитных) кристаллах // *Радиотехника и электроника.* 2004. Т. 49, № 11. С. 1285–1294.
25. *Агранович В. М.* Отрицательное преломление в оптическом диапазоне и нелинейное распространение волн // *УФН.* 2004. Т. 174, вып. 6. С. 683–684 DOI: 10.3367/UFNr.0174.200406i.0683
26. *Агранович В. М., Гартштейн Ю. Н.* Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // *УФН.* 2006. Т. 176, вып. 10. С. 1051–1068. DOI: 10.3367/UFNr.0176.200610c.1051
27. *Раутиан С. Г.* Об отражении и преломлении на границе среды с отрицательной групповой скоростью // *УФН.* 2008. Т. 178, вып. 10. С. 1017–1024. DOI: 10.3367/UFNr.0178.200810a.1017
28. *Симовский К. Р.* О материальных параметрах метаматериалов (Обзор) // *Оптика и спектроскопия.* 2009. Т. 107, № 5. С. 766–793. DOI: 10.1134/S0030400X09110101
29. *Макаров В. П., Рухадзе А. А.* Электромагнитные волны с отрицательной групповой скоростью и тензор энергии-импульса // *УФН.* 2011. Т. 181, вып. 12. С. 1357–1368. DOI: 10.3367/UFNr.0181.201112n.1357
30. *Давидович М. В.* Законы сохранения и плотности энергии и импульса электромагнитного поля в диспергирующей среде. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2012. 112 с.
31. *Давидович М. В.* Втекающие и вытекающие несобственные моды – анализ диссипативных дисперсионных уравнений и волна Ценнека. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2014. 104 с.



32. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
33. Давидович М. В. Почему не может быть использован отрицательный показатель преломления // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2011. Т. 11, вып. 1. С. 42–47.
34. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Курс теоретической физики: в 10 т. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. Изд. 2-е. М.: Наука, 1982. 624 с.
35. Лагарьков А. Н., Кисель В. Н., Сарычев А. К., Семенов В. Н. Электрофизика и электродинамика метаматериалов // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48, № 6. С. 1031–1048. DOI: 10.1134/S0018151X10060258
36. Давидович М. В. Анализ структур фотоники и наноплазмоники методом интегральных уравнений // Наукоемкие технологии. 2016. Т. 17, № 5. С. 8–18.
37. Вендик И. Б., Вендик О. Г., Гашинова М. С. Искусственная диэлектрическая среда, обладающая одновременно отрицательной диэлектрической и отрицательной магнитной проницаемостями // ПЖТФ. 2006. Т. 32, вып. 10. С. 30–39. DOI: 10.1134/2FS106378500605018X
38. Давидович М. В. Анализ плазмонов и гомогенизация в плоскостойких фотонных кристаллах и гиперболических метаматериалах // ЖЭТФ. 2016. Т. 160, вып. 6. С. 1069–1083. DOI: 10.7868/S0044451016120026
39. Lovat G., Hanson G. W., Araneo R., Burghignoli P. Semiclassical spatially dispersive intraband conductivity tensor and quantum capacitance of graphene // Phys. Rev. 2013. Vol. B 87. P. 115429(1–11). DOI: 10.1103/PhysRevB.87.115429
40. Вашковский А. В., Локк Э. Г. Прямые и обратные неколлинеарные волны в магнитных пленках // УФН. 2006. Т. 176, вып. 5. С. 557–562. DOI: 10.3367/UFN.0176.200605i.0557
41. Келлер Ю. И., Макаров П. А., Шавров В. Г., Щеголов В. И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Ч. 1, 2 // Журнал радиоэлектроники: электрон. журн. 2016. № 2, 3. URL: <http://jre.cplire.ru/mac/feb16/2/text.html>; <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/1/text.html> (дата обращения: 14.04.2019).

Образец для цитирования:

Давидович М. В. Отрицательные дисперсия, рефракция и обратные поляритоны: импедансный подход // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2019. Т. 19, вып. 2. С. 95–112. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-2-95-112>

Negative Dispersion, Refraction and Backward Polaritons: Impedance Approach

M. V. Davidovich

Michael V. Davidovich, <https://orcid.org/0000-0001-8706-8523>, Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia, DavidovichMV@info.sgu.ru

Background and Objectives: The dispersion equations of surface plasmon-polaritons are derived for the general case of layered dissipative structures. The waves are classified as gliding with energy flow into structure from vacuum and leakage ones. The dispersion equations and conditions for the existence of slow and fast gliding and leaky waves, as well as forward and backward waves are considered. It is shown that for improper gliding and leakage monochromatic waves (in particular, for the Zenneck wave), the group velocity does not match the rate of energy transfer, especially in the bands of resonances, bandgaps and bands of strong spatial dispersion. We demonstrate the convenience of the impedance approach to the tasks. **Results:** The general form of the dispersion equation for polaritons in the multilayered structures, including thin 2D films, are obtained. The main results of the paper consist in the derived dispersion equations and their numerical solution, the conditions for the existence of forward and backward polaritons and slow or fast polaritons. The type of polariton is determined by the sign of the reactive part of the input impedance for this type of wave. The positive (inductive) one corresponds to a forward polariton and the negative (capacitive) one – to a backward polariton. The slowdown is determined by the ratio of reactive and active parts of the input impedance.

A slow surface plasmon occurs when the input impedance is highly reactive. The presence of spot with a backward wave and negative refraction allows us to implement control of plasmons, in particular, to carry out its focusing. The negative refraction does not necessarily occur in the presence of a backward wave.

Keywords: negative group velocity, negative refraction, plasmon, backward wave, gliding wave, leakage wave, frequency dispersion, spatial dispersion, graphene.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 16-19-10033).

References

1. Economou E. N. Surface Plasmons in Thin Films. *Phys. Rev.*, 1969, vol. 182, no. 2, pp. 539–545. DOI: 10.1103/PhysRev.182.539
2. Tournoisa P., Laude V. Negative group velocities in metal-film optical waveguides. *Optics Communications*, 1997, vol. 137, pp. 41–45.
3. Liu Y. M., Pile D. F. P., Liu Z., Wu D., Sun C., Zhang X. Negative group velocity of surface plasmons on thin metallic films. *Proc. SPIE*, 2006, vol. 6323, pp. 63231M(1–9). DOI: 10.1117/12.681492
4. Fedyanin D. Yu., Arsenin A. V., Leiman V. G., Gladun A. D. Surface plasmon-polaritons with negative and zero group velocities propagating in thin metal films. *Quantum Electronics*, 2009, vol. 39, no. 8, pp. 745–750. DOI: 10.1070/QE2009V039N08ABEH014072



5. Zuev V. S., Zueva G. Ya. Very slow surface plasmons: Theory and practice (Review). *Optics and Spectroscopy*, 2008, vol. 107, no. 4, pp. 614–628. DOI: 10.1134/S0030400X09100166
6. Fedyanin D. Yu., Arsenin A. V., Leiman V. G., Gladun A. D. Backward waves in planar insulator-metal-insulator waveguide structures. *J. Opt.*, 2010, vol. 12, pp. 015002(1–7). DOI:10.1088/2040-8978/12/1/015002
7. Tao J., Wang Q. J., Zhang J., Luo Y. Reverse surface-polariton cherenkov radiation, *Scientific Reports*, 2016, vol. 6, pp. 30704(1–6). DOI: 10.1038/srep30704
8. Davidovich M. V. Plasmons in multilayered plan-layered structures. *Quantum Electronics*, 2017, vol. 47, no. 6, pp. 567–579. DOI: 10.1070/QEL16272
9. Davidovich M. V. Maximum deceleration and negative dispersion of plasmons along a metal layer. *Technical Physics Letters*, 2017, vol. 43, no. 11, pp. 1023–1026. DOI: 10.1134/S1063785017110207
10. Davidovich M. V., Meshchanov V. P. Dispersion of surface plasmons on metasurfaces: the method of tensor Green's functions. *Antenny [Antennas]*, 2017, no. 8 (240), pp. 3–16 (in Russian).
11. Davidovich M. V. On the Condition for Transformation of a Fast Surface Wave into a Slow Surface Wave. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2018, vol. 63, no. 6, pp. 497–504. DOI: 10.1134/S106422691806005
12. Mikhailov S. A., Ziegler K. New electromagnetic mode in graphene, *Phys. Rev. Lett.*, 2007, vol. 99, no. 1, pp. 016803(1–4). DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.016803
13. Hanson G. W. Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene. *J. Appl. Phys.*, 2008, vol. 103, pp. 064302(8). DOI: 10.1063/1.289145
14. Davidovich M. V., Bushuev N. A. On the possibility of creation of vacuum electronic amplifiers on the surface plasmons. *II vserossiyskaya ob"edinennoj nauchnoj konferenciya "Problemy SVCH ehlektroniki" [II All-Russian United scientific conference "Problems of microwave electronics"]*. Moscow, OOO Media Publ., 2015, pp. 113–117 (in Russian).
15. Morozov M. Yu., Moiseenko I. M., Popov V. V. Amplification of plasma waves in shielded active graphene. *Tech. Phys. Lett.*, 2016, vol. 42, no. 1, pp. 40–42. DOI: 10.1134/S1063785016010144
16. Popov V. V., Polischuk O. V., Davoyan A. R., Ryzhii V., Otsuji T., Shur M. S. Plasmonic terahertz lasing in an array of graphene nanocavities. *Phys. Rev.*, 2012, vol. B86, pp. 195437(1–6). DOI: 10.1103/PhysRevB.86.195437
17. Anenkov V. V., Shevchenko V. V. Fundamental Modes of a Nonsymmetric Waveguide from Metamaterial. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2011, vol. 56, no. 2, pp. 115–124. DOI: 10.1134/S1064226911100020
18. Davidovich M. V. Hyperbolic Medium of Finite-Length Wires. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2018, vol. 127, no. 1, pp. 1–19. DOI: 10.1134/S1063776118070178
19. Davidovich M. V. Diamagnetism and paramagnetism of the metamaterial of the rings with the current. *JETP Lett.*, 2018, vol. 108, no. 5, pp. 228–233. DOI: 10.1134/S0370274X18170010
20. Ahiezer A. I., Ahiezer I. A. *Electromagnetics and electromagnetic waves*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1985. 504 p. (in Russian).
21. Davidovich M. V. Propagation of signals through a dissipative filter and the negative time delay. *Technical Physics*, 2012, vol. 57, no. 3, pp. 15–22. DOI: 10.1134/S1063784212030048
22. Rytov S. M. Some theorems on group velocity electromagnetic waves. *J. Exp. Theor. Phys.*, 1947, vol. 17, pp. 930–936.
23. Schulz-DuBois E. O. Energy transport velocity of electromagnetic propagation in dispersive media. *Proc. IEEE*, 1969, vol. 57, no. 10, pp. 1748–1757.
24. Belov P. A., Simovsky C. R., Tretyakov S. A. Backward waves and negative refraction in photonic (electromagnetic) crystals. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2004, vol. 49, no. 11, pp. 1285–1294 (in Russian).
25. Agranovich V. M. Negative refraction in the optical range and nonlinear wave propagation. *Physics-Uspeski*, 2004, vol. 174, no. 6, pp. 683–684. DOI: 10.3367/UFNr.0174.200406.i.0683
26. Agranovich V. M., Gartstein Yu. N. Spatial dispersion and negative refraction of light. *Physics-Uspeski*, 2006, vol. 176, no. 10, pp. 1051–1068. DOI: 10.3367/UFNr.0176.200610.c.1051
27. Rautian S. G. Reflection and refraction at the boundary of a medium with negative group velocity. *Physics-Uspeski*, 2008, vol. 178, no. 10, pp. 1017–1024. DOI: 10.3367/UFNr.0178.200810.a.1017
28. Simovsky K. R. On material parameters of metamaterials (a Review). *Optics and Spectroscopy*, 2009, vol. 107, no. 5, pp. 766–793. DOI: 10.1134/S0030400X09110101
29. Makarov V. P., Rukhadze A. A. Electromagnetic waves with negative group velocity and the tensor of energy-momentum. *Physics-Uspeski*, 2011, vol. 181, iss. 12, pp. 1357–1368. DOI: 10.3367/UFNr.0181.201112n.1357
30. Davidovich M. V. *Zakony sohraneniya i plotnosti energii i impul'sa elektromagnitnogo polya v dispergiruyushchej srede* [The laws of conservation and density of energy and momentum of the electromagnetic field in a dispersing medium]. Saratov, Izd-vo Sarat. un-ta, 2012. 112 p. (in Russian).
31. Davidovich M. V. *Vtekeyushchie i vytekeyushchie nesobstvennyye mody – analiz dissipativnykh dispersionnykh uravnenij i volna Cenneka* [Gliding and leakage improper waves – the analysis of dissipative dispersive equations and Zenneck wave]. Saratov, Izd-vo Sarat. un-ta, 2014. 104 p. (in Russian).
32. Vainstein L. A. *Elektromagnitnye volny* [Electromagnetic waves]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1988. 440 p. (in Russian).



33. Davidovich M. V. Why can't a negative refractive index be used. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2011, vol. 11, iss. 1, pp. 42–47 (in Russian).
34. Landau L. D., Lifshits E. M. *Course of Theoretical Physics in 10 volumes. Vol. 8. Electrodynamics of continuous media*. Pergamon Press, 1960. 460 p.
35. Lagarkov A. N., Kisel V. N., Sarychev A. K., Semenenko V. N. Electrophysics and electrodynamics of metamaterials. *Thermophysics of High Temperatures*, 2010, vol. 48, no. 6, pp. 983–999. DOI: 10.1134/S0018151X10060258
36. Davidovich M. V. Analysis of Photonics and nanoplasmonics structures by the method of integral equations. *Naukooemkie Tekhnologii*, 2016, vol. 17, no. 5, pp. 8–18 (in Russian).
37. Vendik I. B., Vendik O. G., Gashinova M. S. Artificial dielectric medium possessing simultaneously negative permittivity and negative magnetic permeability. *Tech. Phys. Lett.*, 2006, vol. 32, iss. 5, pp. 429–433. DOI: 10.1134/S106378500605018X
38. Davidovich M. V. Analysis of plasmons and plane-homogenization in photonic crystals and hyperbolic metamaterials. *J. Exp. Theor. Phys.*, 2016, vol. 160, iss. 6, pp. 928–941. DOI: 10.1134/S106377611611025X
39. Lovat G., Hanson G. W., Araneo R., Burghignoli P. Semiclassical spatially dispersive intraband conductivity tensor and quantum capacitance of graphene. *Phys. Rev.*, 2013, vol. B 87, pp. 115429(11). DOI: 10.1103/PhysRevB.87.115429
40. Vaskovsky V. A., Locke E. G. Forward and backward noncollinear waves in magnetic films. *Physics-Uspeski*, 2006, vol. 176, iss. 5, pp. 557–562. DOI: 10.3367/UFNr.0176.I.200605.0557
41. Keller Yu. I., Makarov P. A., Shatrov V. G., Shcheglov V. I. Surface magnetostatic waves in the ferrite plate with dissipation. Part 1, 2. *Journal of Radioelectronics*, 2016, no. 2, 3. Available at: <http://jre.cplire.ru/mac/feb16/2/text.html>; <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/1/text.html> (accessed 14 April 2019) (in Russian).

Cite this article as:

Davidovich M. V. Negative Dispersion, Refraction and Backward Polaritons: Impedance Approach. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2019, vol. 19, iss. 2, pp. 95–112 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-2-95-112>