



## ФИЗИКА

УДК 514.853

### ГЕОМЕТРИЯ СВОБОДНОЙ СИСТЕМЫ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК С МАССАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ КОНФИГУРАЦИИ СИСТЕМЫ

А.В. Гохман

Саратовский государственный университет  
E-mail: sgalaev@mail.ru

Представлена интерпретация движения свободной системы материальных точек с массами, зависящими от конфигурации системы, в виде геодезического пути в проективно-евклидовом пространстве аффинной связности.

**Ключевые слова:** механическая система, пространство аффинной связности, геодезический путь.

**Geometry of the Free System of Material Points with Masses Depending on the Configuration of the System**

A.V. Gohman

The motion of the free system of material points with masses depending on the configuration of the system is considered. We give the interpretation of this motion as a geodesic path in the projectively flat space.

**Key words:** mechanical system, affinely connected space, geodesic path.

Известна [1] дифференциально-геометрическая интерпретация движения механической системы  $S$  с голономными стационарными связями в виде «движения точки единичной массы» в римановом пространстве с метрикой, определяемой кинетической энергией системы:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} a_{\alpha\beta} \dot{q}^\alpha \dot{q}^\beta = \frac{1}{2} a_{\alpha\beta} \dot{q}^\alpha \dot{q}^\beta, \quad (1)$$

где  $q^\alpha$  – обобщенные координаты системы. В римановом пространстве с метрическим тензором  $a_{\alpha\beta}$  определяется контравариантная вдоль пути  $q^\beta = q^\beta(t)$  от векторного поля  $v^\gamma = v^\gamma(t)$  производная

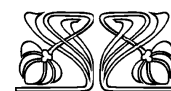
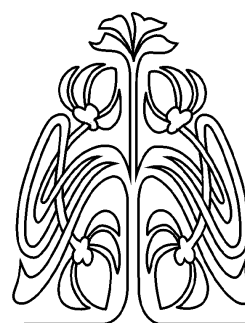
$$\frac{\delta v^\alpha}{dt} = \frac{dv^\alpha}{dt} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \dot{q}^\beta v^\gamma, \quad (2)$$

где

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \frac{1}{2} (\partial_\beta a_{\lambda\gamma} + \partial_\gamma a_{\beta\lambda} - \partial_\lambda a_{\beta\gamma}) \quad (3)$$

– так называемые коэффициенты римановой связности. Теперь уравнения рассматриваемой системы  $S$  записываются в виде

$$\frac{\delta \dot{q}^\alpha}{dt} = Q^\alpha, \quad (4)$$



**НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ**





где  $Q^\alpha$  – контравариантные компоненты обобщенной силы. Если  $Q^\alpha = 0$ , то уравнение (4) совпадает с уравнениями геодезических путей в рассмотренном римановом пространстве.

Рассмотрим теперь свободную систему  $S_1$ , состоящую из  $N$  материальных точек  $P_i$ , массы которых зависят от конфигурации всей системы. При этом конфигурацию системы мы будем называть допустимой, если в ней никакие две точки не занимают одно и то же положение в трехмерном евклидовом пространстве. У всякой допустимой конфигурации существует окрестность допустимых конфигураций, являющаяся открытым подмножеством в  $3N$ -мерном евклидовом пространстве и, стало быть,  $3N$ -мерным дифференцируемым многообразием. Такую окрестность мы и будем рассматривать здесь в качестве пространства конфигураций системы  $S_1$  и обозначать его также  $E_{3N}$ . Пусть  $x_i^1, x_i^2, x_i^3$  – декартовы координаты точки  $P_i$ . Тогда в качестве координат в пространстве  $E_N$  возьмем координаты

$$(q^\alpha) = (q^1, q^2, \dots, q^{3N}) = (x_1^1, x_1^2, x_1^3, \dots, x_N^1, x_N^2, x_N^3) = (x_i^a), \quad a = 1, 2, 3.$$

Мы рассматриваем систему  $S_1$  при условии, что абсолютные скорости присоединяемых и отбрасываемых частиц равны нулю. В этом случае система уравнений движения имеет вид [2]

$$\frac{d}{dt}(m_i \dot{x}_i^a) = F_i^a. \quad (5)$$

Зададим в пространстве конфигураций  $E_{3N}$  аффинную связность в системе координат  $(q^\alpha)$  коэффициентами связности

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \frac{1}{2} \left( \delta_\beta^a \delta_\gamma^i + \delta_\gamma^a \delta_\beta^i \right), \quad (6)$$

где индексы  $\alpha$  и  $i$  связаны условиями  $q^\alpha = x_i^a$ , а

$$p_\beta^i = \partial_\beta \ln m_i. \quad (7)$$

Определим «движение точки единичной массы» в полученном пространстве аффинной связности  $A$  под действием обобщенной силы

$$Q^\alpha = \frac{F_i^a}{m_i} \quad (8)$$

уравнениями

$$\frac{\delta \dot{q}^\alpha}{dt} = Q^\alpha \quad (9)$$

и покажем, что они совпадают с системой уравнений (5).

Сравним первые уравнения систем (9) и (5), учитывая (6), (7):

$$\frac{d}{dt} \dot{q}^1 + \Gamma_{\beta\gamma}^1 \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma = \frac{F_1^1}{m_1},$$

$$\ddot{q}^1 + \frac{1}{2} \delta_\beta^1 p_\gamma^1 \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma + \frac{1}{2} \delta_\gamma^1 p_\beta^1 \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma = \frac{F_1^1}{m_1},$$

$$m_1 \ddot{x}_1^1 + \frac{\partial m_1}{\partial q^\gamma} \dot{q}^\gamma \dot{x}_1^1 = F_1^1,$$

$$\frac{d}{dt}(m_1 \dot{x}_1^1) = F_1^1.$$

Аналогично сравниваем и остальные уравнения.

Таким образом, получаем теорему о том, что рассматриваемая система без воздействия на нее внешних сил движется по геодезическому пути построенного пространства аффинной связности. Это пространство относится к классу так называемых проективно-евклидовых пространств аффинной связности. Его специальные свойства зависят в нашем случае от функций  $m_i$ . В частности, пространство  $A$  может оказаться и римановым [3]. Если при этом метрический тензор пространства окажется положительно определенным, то система  $S_1$  становится обычной голономной системой.

#### Список литературы

1. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967. 664 с.
2. Космодемьянский А.А. Курс теоретической механики: В 2 т. М.: Просвещение, 1966. Т.2. 398 с.
3. Широков П.А. Проективно-евклидовы симметрические пространства // Тр. семинара по векторному и тензорному анализу. 1950. Вып.8. С.73–81.

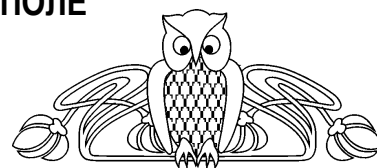


УДК: 530.145

## ОБ УЧЁТЕ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ РОЖДЕНИИ ПАР В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Б.Б. Левченко

Московский государственный университет,  
НИИ ядерной физики им. Д.В. Скобельцына  
E-mail: levtschen@mail.desy.de



В рамках дираковской модели вакуума рассмотрено рождение  $e^+e^-$  пар в постоянном и однородном электрическом поле при учёте кулоновского взаимодействия между  $e^+$  и  $e^-$ . В квазиклассическом приближении вычислен коэффициент прохождения энергетической щели, деформированной внешним полем и электрическими полями частиц. Показатель экспоненты Соутера модифицируется точно вычисленной функцией  $G(y)$ , обусловленной кулоновским взаимодействием частиц и изменением формы потенциального барьера. При  $y < 1$  значения  $G(y)$  превышают единицу, свидетельствуя о подавлении рождения пар в сравнении с предсказаниями Швингера [1] и Ритуса [2]. При дальнейшем росте напряженности поля,  $y < 1 < 2$ ,  $G(y)$  стремится к нулю и вероятность рождения пар резко растёт.

**Ключевые слова:** сильное электрическое поле, рождение пар, эффект Швингера, кулоновское взаимодействие.

### Pair Production in a Strong Electric Field with an Account of the Coulomb Interaction

B.B. Levchenko

In the framework of the Dirac model of vacuum the creation of  $e^+e^-$  pairs in a constant and uniform electric field with allowance Coulomb interaction between  $e^+$  and  $e^-$  is considered. The transmission coefficient via the energy gap deformed by external field and the electric fields of particles is calculated in the semiclassical approximation. The Sauter exponential factor is modified by the exactly calculated function  $G(y)$  accounting Coulomb interaction of particles and changes in the shape of the potential barrier. When  $y < 1$  the values of  $G(y)$  exceeds unity, testifying the suppression of pair production in comparison with the predictions of Schwinger [1] and Ritus [2]. With further increase in the field strength,  $y < 1 < 2$ ,  $G(y)$  tends to zero and the probability of pair production has increased rapidly.

**Key words:** strong electric field, pair creation, Schwinger effect, coulomb interaction.

### Введение

Взаимодействие сильного электромагнитного поля с вакуумом заряженных частиц приводит к его перестройке и описывается нелинейными поправками к максвелловскому лагранжиану [1, 3, 4]. Изменение лагранжевой плотности обуславливает появление мнимой части у эффективного действия, что соответствует ненулевой вероятности рождения пар частиц в поле. В дираковской карти-

не физического вакуума энергетическая щель  $2m_e c^2$ , разделяющая верхний и нижний континуумы, скашивается под воздействием статического электрического поля  $\mathbf{E}$  [3], создавая подобие треугольного потенциального барьера на пути рождающихся частиц (рис. 1, а).

Задачу о «просачивании» электронов через подобный барьер в рамках теории Дирака впервые рассмотрел Соутер [5]. Решалось точно релятивистское уравнение Дирака для движения электрона в статическом и однородном электрическом поле  $\mathbf{E}$  и был вычислен коэффициент прохождения через барьер  $D(E)$ . Коэффициент  $D(E)$  выражается через сложную комбинацию гипергеометрических функций, но в пределе слабого поля и нулевом поперечном импульсе частиц существенно упрощается, приводя к элегантному результату:

$$D(E) = \exp\left\{-\pi \frac{E_{cr}}{E}\right\}, \quad (1)$$

где  $E_{cr} = m_e^2 c^2 / e \hbar = 1.32 \times 10^6$  В/см, так называемое критическое поле,  $m_e$  – масса электрона,  $e$  – заряд электрона<sup>1</sup>.

Поляризацию вакуума и обусловленную ею однопетлевую нелинейную поправку к лагранжиану Максвелла и рождение пар заряженных частиц из вакуума в сильных электрических  $\mathbf{E}$  и магнитных  $\mathbf{H}$  полях изучал Швингер. Так, в случае однородного и статического электрического поля вероятность  $w^{(1)}$  образования  $e^+e^-$  пары в единице объема за единицу времени равна [1]

$$w^{(1)} : \frac{\alpha}{\pi^2} E^2 \exp\left\{-\pi \frac{E_{cr}}{E}\right\}, \quad (2)$$

<sup>1</sup> В данной статье мы используем гауссову систему единиц СГС.



где  $\alpha = e^2 / \hbar c$ . Как следует из вывода (2), кулоновское взаимодействие  $e^+$  и  $e^-$  в [1] не учитывалось. Двухпетлевая поправка к лагранжиану Гейзенберга–Эйлера, вычисленная Ритусом [4], учитывает взаимодействие зарядов в низшем приближении и модифицирует [2] формулу Швингера (2):

$$w^{(2)} = (1 + \pi\alpha)w^{(1)}. \quad (3)$$

Таким образом, учет притяжения зарядов в низшем приближении приводит к тому, что вероятность рождения пар в электрическом поле возрастает, а стабильность вакуума понижается. Для системы с энергией связи порядка массы самой системы<sup>2</sup> данный результат нам представляется неожиданным. В интерпретации автора [6] радиационная поправка  $\pi\alpha$  тесно связана со сдвигом массы ускоренного заряда (см. раздел 3).

Вычислительные техники, использованные при выводе (1)–(3), довольно громоздки. В последующие десятилетия были развиты удобные квазиклассические методы расчета вероятностей туннелирования (для обзора см. [7], а также [8]), позволяющие воспроизвести результаты (1) и (2), а также рассмотреть широкий спектр задач по ионизации атомов и рождению пар в нестационарных полях [7, 9–12]. Экспоненциальный фактор в формулах (1) и (2) легко воспроизводится квазиклассической формулой для проницаемости одномерного статического барьера [10, 13],

$$D \approx \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_{z_1}^{z_2} |p(z)| dz\right\}, \quad (4)$$

при использовании релятивистского соотношения между энергией и импульсом частицы. Следует отметить, рождение  $e^+e^-$  пар в электрическом поле существенно непертурбативный эффект и формулу (2) невозможно воспроизвести в рамках теории возмущений по заряду  $e$  или по полю  $E$ . В свете непертурбативного характера эффекта Швингера

есть основания полагать, что учёт кулоновского взаимодействия между компонентами пары по теории возмущений и вне её рамок может привести к существенно разным предсказаниям. В данной статье демонстрируется, как точный учёт кулоновского взаимодействия между  $e^+$  и  $e^-$  изменяет показатель суэтовской экспоненты (1).

### 1. Квантово-механическая аналогия

Задолго до того как Швингер вывел соотношение (2) в рамках КЭД, функционально тождественный результат был получен в рамках квантовой механики. В 1928 г. Фаулер и Нордгейм развили теорию холодной эмиссии электронов из металла под действием внешнего ускоряющего электрического поля. Эмиссионный ток был представлен [14] сверткой распределения электронов из зоны проводимости по импульсам Ферми и коэффициента прохождения барьера на границе металл–вакуум, деформированного внешним полем. В следующей статье [15] Нордгейм учёл, что туннелирующий электрон притягивается к металлу под действием заряда, который он индуцирует на поверхности (силы изображения), и потенциальный барьер на границе металл–вакуум приобретает вид

$$V(z) = -\frac{e^2}{4z} - eEz, \quad z > 0, \quad (5)$$

где  $z$  обозначает расстояние до поверхности, а первый член отвечает кулоновскому потенциалу взаимодействия с изображением. В результате

$$J_{FN}(E) = \frac{\alpha}{\pi^2} E^2 \exp\left(-\frac{B}{E} \vartheta(y)\right), \quad (6)$$

что с точностью до коэффициентов, характерных для расчетов в нерелятивистской квантовой механике, совпадает с (2). Здесь  $\vartheta(y)$  – так называемая функция Нордгейма [15],  $E$  – электрическое поле на поверхности металла, В/см,  $\varphi$  – работа выхода, эВ,

$$B = \frac{4\sqrt{2m}}{3e\hbar} \varphi^{3/2}, \quad y = \frac{\sqrt{e^3 E}}{\varphi}. \quad (7)$$

<sup>2</sup> Действительно, если  $e^+$  и  $e^-$  находятся на расстоянии  $z = r_e/2 = 1.41$  фм, где  $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$ .



В условиях автоэлектронной эмиссии  $0 < y < 1$ . Функция Нордгейма изменяется с ростом силы поля в пределах от  $\vartheta(0)=1$  до  $\vartheta(0)=0$ , учитывая деформацию потенциального барьера под действием внешнего поля и взаимодействия электрона с его положительно заряженным зеркальным образом (эффект Шоттки). Если эффект взаимодействия зарядов не учитывать, то в (6) следует положить  $\vartheta=1$ , как в [14]. Явный вид  $\vartheta(y)$  таков [15]:

$$\vartheta(y) = \sqrt{\frac{1+\sqrt{1-y^2}}{2}} \cdot \left( E(\kappa) - \frac{y^2 K(\kappa)}{1+\sqrt{1-y^2}} \right), \quad (8)$$

где  $\kappa^2 = 2\sqrt{1-y^2}/(1+\sqrt{1-y^2})$ , а  $K(\kappa)$  и  $E(\kappa)$  – полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Теоретическая модель полевой эмиссии Фаулера–Нордгейма подверглась многолетней и всесторонней экспериментальной проверке и показала себя вполне успешной [16–19].

Заметим, что схожесть (2) и (6) ещё больше возрастает, если формально присвоить работе выхода  $\phi$  значение порядка ширины вакуумной щели в модели Дирака,  $\phi = m_e c^2$ . В этом случае коэффициент  $B$ , с точностью до числа порядка единицы, будет равен  $E_{cr}$ .

Зададимся вопросом, важным не только с точки зрения техники вычислений: могут ли расчеты в теории возмущений по заряду в пределе слабого поля воспроизвести поведение функции  $\vartheta(y)$ ? Зная точный вид  $\vartheta(y)$ , ответ получить несложно. Разложение  $\vartheta(y)$  при малых  $y$  таково:

$$\begin{aligned} \vartheta(y) = & 1 + \left( \frac{3}{8} \ln \frac{y}{8} - \frac{3}{16} \right) y^2 + \\ & + \left( \frac{9}{256} \ln \frac{y}{8} + \frac{51}{1024} \right) y^4 + O(y^6). \end{aligned} \quad (9)$$

Наличие логарифмических множителей при степенях  $y$  свидетельствует о существенно непертурбативном характере функции  $\vartheta(y)$  и, как следствие, невозможности представить её в виде разложения по степеням заряда (или  $\alpha$ ) вблизи  $y = 0$ .

## 2. Вычисление проницаемости барьера

Перейдем к рассмотрению рождения  $e^+e^-$  из вакуума во внешнем поле. Выберем в пространстве плоскость и зададим направление координатной оси  $z$  единичным вектором  $n$  ортогональным к плоскости. Пусть  $\mathbf{E}$  – классическое электрическое поле, постоянное и однородное в пространстве, направленное так, что электрон после рождения движется в положительном направлении  $z$ , т.е.  $\mathbf{E} = -E\mathbf{n}$ . При трехмерном движении выбранная конфигурация поля не меняет поперечного импульса частицы,  $p_{\perp}$ , который остается при этом классическим ( $p_{\perp}^2 > 0$ ). Подбарьерное движение имеется лишь вдоль направления поля. Энергия электрона такова<sup>3</sup>:

$$\varepsilon = \sqrt{c^2 p_{\perp}^2 + \chi^2} - m_e c^2 + V(z), \quad (10)$$

где  $\chi^2 = (c p_{\perp})^2 + (m_e c^2)^2$ . Потенциальный барьер, создаваемый внешним полем и кулоновскими полями электрона и позитрона, имеет вид, показанный на рис. 1, б, и описывается уравнением

$$V(z) = m_e c^2 - eEz - \frac{e^2}{4|z|}. \quad (11)$$

Коэффициент проницаемости будем вычислять по формуле (4), поскольку потенциальный барьер (11) плавный и широкий и условие применимости квазиклассики выполнено. Для определения точек поворота поступаем стандартным образом и находим из (10) уравнение для продольной компоненты импульса вдоль подбарьерной траектории (рис. 1):

$$|p_{\parallel}(z)| = \frac{1}{c} \sqrt{\chi^2 - \left( |\varepsilon| - eEz - \frac{e^2}{4|z|} \right)^2}. \quad (12)$$

<sup>3</sup> Как следует из полной формулы Швингера [1], при рождении одной пары экспоненциальный фактор одинаков для фермионов и бозонов. При вычислении  $D$  можно пренебречь зависимостью от спина, тогда уравнения Дирака второго порядка идентичны уравнению Клейна–Фока–Гордона.

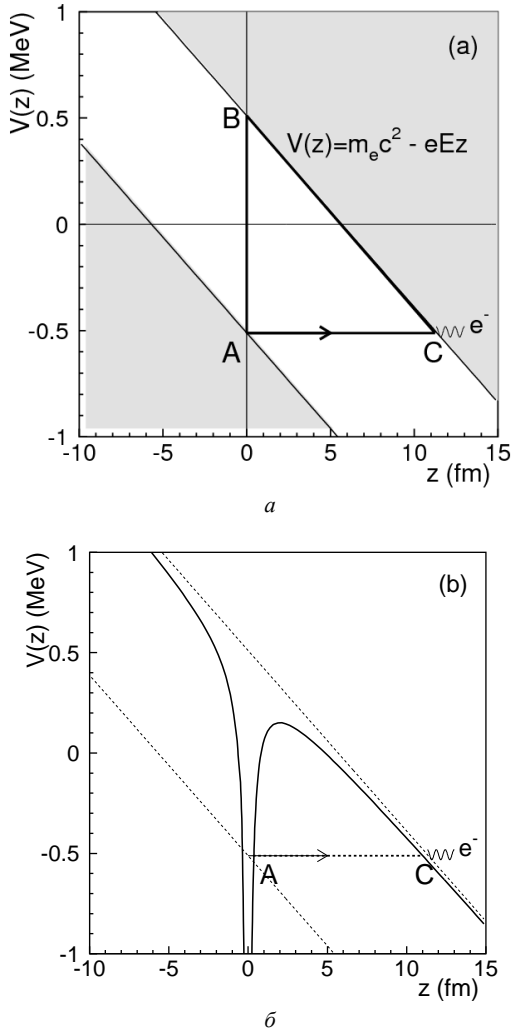


Рис. 1. Форма потенциального барьера  $V(z)$  между нижним и верхним континуумами:  $a$  – в присутствии сильного постоянного и однородного электрического поля [3];  $b$  – при учете кулоновского взаимодействия между  $e^-$  и  $e^+$  в дираковском море (11). Вектор  $AC$  указывает направление туннелирования электрона

Здесь уже учтено, что в нижнем континууме  $\varepsilon = -|\varepsilon|$  и под барьером  $p_{\parallel}^2 < 0$ . Удобно использовать обозначения –  $q^2 = e^2/4$ ,  $|\varepsilon| + \chi = 2W$  и безразмерные величины

$$R = \frac{\chi}{W}, \quad u = \frac{\sqrt{eq^2 E}}{W}, \quad t = \frac{eE}{W} z. \quad (13)$$

При помощи переменной  $q^2$  можно проследить вклад кулоновского взаимодействия между частицами в вероятность рождения пар.

В терминах введенных величин уравнения для нахождения нулей функции  $p_{\parallel}(z)$  таковы:

$$t^2 - 2t + u^2 = 0, \quad (14)$$

$$t^2 - 2(1-R)t + u^2 = 0. \quad (15)$$

Корнями уравнений (14) и (15) являются:

$$t_1 = 1 - \sqrt{1 - u^2}, \quad (16)$$

$$t_2 = 1 + \sqrt{1 - u^2}, \quad (17)$$

$$t_3 = (1-R) - \sqrt{(1-R)^2 - u^2}, \quad (18)$$

$$t_4 = (1-R) + \sqrt{(1-R)^2 - u^2}. \quad (19)$$

Нас интересует область  $u \leq 1$ . Анализ корней  $\{t_i\}$  и их взаимного расположения показывает, что в области энергий рожденной частицы

$$W \leq \chi + \sqrt{eq^2 E}, \quad (20)$$

классическими точками поворота  $p_{\parallel}(t)$  являются положительные действительные корни  $t_1$  и  $t_2$ , а  $t_3$  и  $t_4$  – комплексные сопряженные корни.

Итак, в соответствии с (4) необходимо вычислить интеграл

$$Q(u, W) = \int_{z_1}^{z_2} |p_P(z)| dx = \frac{W}{eE} \int_{t_1}^{t_2} |p_P(t)| dt. \quad (21)$$

Интеграл в (21) относится к классу эллиптических, и его вычисление будем выполнять в соответствии с теорией эллиптических интегралов [20–22]. Для этого преобразуем (21) к виду

$$Q(u, W) = \frac{W^2}{ceE} \sum_{n=-1}^3 B_n I_n. \quad (22)$$

Здесь  $I_n$  обозначает эллиптические интегралы вида

$$I_n = \int_{t_1}^{t_2} \frac{t^n}{\sqrt{P(t)}} dt, \quad (23)$$

где

$$P(t) = (t - t_1)(t_2 - t)(t - t_3)(t - t_4),$$



а коэффициентные функции  $B_n$  таковы:

$$\begin{aligned} B_{-1} &= -u^4, & B_0 &= 2(2 - R)u^2, \\ B_1 &= -2[u^2 + 2(1 - R)], \\ B_2 &= 2(2 - R), & B_3 &= -1. \end{aligned}$$

Интегралы  $I_n$  выражаются через полные эллиптические интегралы  $K(\kappa)$ ,  $E(\kappa)$  и  $\Pi(\nu, \kappa)$  первого, второго рода и третьего рода соответственно. Несмотря на простоту соотношений (22) и (23), вычисления  $I_n$  и  $Q$  приводят к громоздким промежуточным выражениям<sup>4</sup>. Вычисления дают:

$$I_{-1} = \sqrt{\frac{2}{Ru^5}} [(1+u)\Pi(\nu, \kappa) - uK(\kappa)], \quad (24)$$

$$I_0 = \sqrt{\frac{2}{Ru}} K(\kappa), \quad (25)$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{2}{Ru}} [(1+u)\Pi(\nu, \kappa) - uK(\kappa)], \quad (26)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \sqrt{\frac{2}{Ru}} [(2-R)(1+u)\Pi(\nu, \kappa) - \\ &- (2+u)uK(\kappa) + 2RuE(\kappa)], \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= -\sqrt{\frac{2}{Ru}} [(2+(2-R)(1+u)-u^2)uK(\kappa) + \\ &+ (1+u)(u^2 - 4(1-R) - \frac{3}{2}R^2)\Pi(\nu, \kappa) - \\ &- 3R(2-R)uE(\kappa)], \quad (28) \end{aligned}$$

$$\nu = -\frac{1}{2u}(1-u), \quad (29)$$

$$\kappa^2 = \frac{1}{2Ru}(1-u)(1-R+u). \quad (30)$$

Подставив аналитические результаты вычислений  $I_n$  в (22) и производя замену переменной  $2u = y$ , приходим к следующей формуле для коэффициента проницаемости барьера:

$$\begin{aligned} D(p_{\perp}, E) &= \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} Q(y, W)\right\} = \\ &= \exp\left\{-\frac{\pi}{\hbar c} \frac{W^2}{eE} G(y, R)\right\}. \quad (31) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} G(y, R) &= \frac{1}{\pi\sqrt{R^5 y}} [(2+y)(R-y^2)\Pi(\nu, \kappa) + \\ &+ y(2+y)(y-R)K(\kappa) + 2R(2-R)yE(\kappa)] \end{aligned}$$

– искомая функция, точно учитывающая деформацию потенциального барьера с ростом напряженности внешнего электрического поля, где

$$\nu = -\frac{2-y}{2y}, \quad (32)$$

$$\kappa^2 = \frac{1}{4Ry}(2-y)(2-2R+y).$$

Рожденные  $e^-$  и  $e^+$  имеют энергию  $\epsilon$ , близкую к  $\chi$ . Поэтому ограничимся значениями  $W = \psi$ , что дает  $R=1$ . Обозначив  $G(y) \equiv G(y, 1)$ , получаем из (32):

$$\begin{aligned} G(y) &= \frac{1}{\pi\sqrt{y}} [(2+y)(1-y^2)\Pi(\nu, \kappa) + \\ &+ y(2+y)(y-1)K(\kappa) + 2yE(\kappa)]. \quad (33) \end{aligned}$$

Таким образом, коэффициент проницаемости барьера становится функцией одной переменной  $y$ :

$$D(p_{\perp}, E) = D(y) = \exp\left\{-\frac{\pi\alpha}{y^2} G(y)\right\}. \quad (34)$$

Легко проверяется, что в пределе очень слабого поля,  $y \rightarrow 0$ , основной вклад в  $G(y)$  дает функция  $\Pi(\nu, \kappa)$ . Поэтому, с учётом асимптотического поведения при малых  $y$ ,  $\Pi(\nu, \kappa) \approx \pi\sqrt{y}/2$ , находим, что  $G(0)=1$ , как и должно быть, когда взаимодействие зарядов не учитывается. Укажем также, что  $G(2)=0$ . Полный график функции  $G(y)$  показан на рис. 2. Сплошная кривая отвечает уравнению (33), а значения  $G(y)$ , полученные прямым численным интегрированием (21), показаны ромбами. Тем самым мы удостоверяемся, что вычисленная аналитическая форма  $G(y)$  верна. Для сравнения на рис. 2 штрих-пунктиром показан график функции  $\vartheta(y)$ , вычислен-

<sup>4</sup> Программы аналитических вычислений, такие как MAPLE, Mathematica, MathCad, оказались неспособными взять эти интегралы.

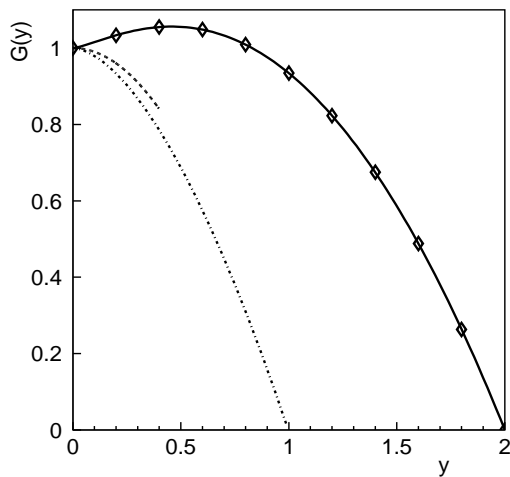


Рис. 2. Зависимость функций  $G(y)$ ,  $\theta(y)$  и  $G^{(2)}(y)$  от переменной  $y$ , характеризующей напряженность электрического поля. Сплошная кривая – функция  $G(y)$  согласно формуле (33), штрих-пунктир – функция Нордгейма  $\theta(y)$  теории автоэлектронной эмиссии [15], пунктирная линия –  $G^{(2)}(y)$  в приближении Ритуса. Значения  $G(y)$ , полученные прямым численным интегрированием (21), показаны ромбами

ной Нордгеймом из нерелятивистского соотношения для энергии эмиссионного электрона.

График функции  $G(y)$  наглядно демонстрирует новую черту процесса рождения пары заряженных частиц в сильном поле. Полный учёт кулоновского взаимодействия электрона и позитрона приводит к подавлению рождения пары, даже при росте напряженности внешнего электрического поля. Это обусловлено тем, что направление внешнего поля всегда противоположно направлению поля между компонентами пары и результирующая локальная напряженность поля ниже номинальной величины<sup>5</sup>. При дальнейшем росте силы поля наступает смена режима и проницаемость потенциального барьера вновь начинает расти. Это происходит при  $y = y_m$ , где  $dG/dy = 0$ . Численные

<sup>5</sup> Например, если  $e^+$  и  $e^-$  находятся на расстояниях 4 фм, 10 фм или 20 фм друг от друга, то напряженность поля в средней точке между частицами  $E = 545.4E_{cr}$ ,  $E = 87.3E_{cr}$  и  $E = 21.8E_{cr}$  соответственно.

оценки показывают, что максимуму отвечает  $y_m = 0.458596$  и  $G(y_m) = 1.056069$ . Здесь уместно отметить связь переменной  $y$  с электромагнитной постоянной  $\alpha$  и напряженностью электрического поля,  $y = (mc^2/\chi) \times \sqrt{\alpha E/E_{cr}}$ . Таким образом, смена режима достигается в полях  $E > 28.8 E_{cr}$ . Только при  $y > 0.829698$ , т.е. в полях  $E > 94.31E_{cr}$ , значения  $G(y)$  становятся меньше единицы.

### 3. Сравнение двух подходов

Найденное поведение  $D(p_{\perp}, E)$  коренным образом отличается от предсказания (3), основанного на учёте взаимодействия зарядов в низшем приближении. Интерпретируя результат (3) и имея только два члена, Ритус предположил [2], что учёт дальнейших поправок порядка  $\alpha^2$ ,  $\alpha^3$ , ... приведет к экспоненцированию ряда<sup>6</sup>. Таким образом, в выбранных нами обозначениях аналогом  $G(y)$  в приближении Ритуса является

$$G^{(2)}(y) = 1 - y^2 + O(y^4). \quad (35)$$

Если отвлечься от интерпретации  $G^{(2)}$  как проявления радиационного сдвига массы ускоренного заряда [6], то (35) означает, что произвольно слабое внешнее поле способно подавить кулоновское притяжение между близко расположенными  $e^+$  и  $e^-$ . Это, конечно же, не так, и (35) является следствием пертурбативного подхода. На рис. 2 пунктиром показан график  $G^{(2)}(y)$ . Кривая  $G^{(2)}$  близка в своем поведении к нерелятивистской квантово-механической функции  $\vartheta(y)$ .

Для сравнения разложим точную функцию  $G(y)$  вблизи  $y = 0$  в ряд по  $y$ :

$$G(y) = 1 + \frac{4}{3\pi} K(2^{\frac{1}{2}})y^{3/2} - y^2 + \frac{3}{5\pi} (2E(2^{\frac{1}{2}}) - K(2^{\frac{1}{2}}))y^{5/2} + O(y^{7/2}). \quad (36)$$

<sup>6</sup> Полагалось, что  $1 + \pi\alpha \approx \exp(\pi\alpha E/eE)$  [2].





Числовыми коэффициентами в (36) являются значения эллиптических интегралов  $K(k)$  и  $E(k)$  при  $k=1/\sqrt{2}$ <sup>7</sup>. Укажем важную деталь. В результате точного сокращения в (33) вкладов от разложения членов с  $\Pi(\nu, k)$ ,  $K(k)$  и  $E(k)$ , из (36) выпал линейный по  $u$  член.

Наличие в (36) полуцелых степеней  $u$  свидетельствует о непертурбативном характере взаимодействия в паре. Таким образом, учёт кулоновского взаимодействия в паре по теории возмущений (35) и вне её рамок (33) привел к существенно разным предсказаниям для проницаемости статического барьера.

#### 4. Некоторые следствия

1. Многие расширения Стандартной Модели (СМ) предсказывают существование целого ряда массивных полей слабо связанных с электромагнитным сектором СМ и массами частиц менее одного электронвольта. Популярными кандидатами являются аксионоподобные частицы, частицы с мини-зарядом, т.е. поля материи с зарядом  $\epsilon e$  ( $\epsilon \ll 1$ ), и другие (для обзора см. [23]). Быстрое развитие лазерных технологий и в особенности лазеров на свободных электронах позволяет проводить и планировать многообразные эксперименты по проверке этих предсказаний. Более того, уже сейчас в фокусе мощного лазерного луча с коротким импульсом напряженность электрического поля может достигать величины  $0.01E_{cr}$ . Обсуждаемый здесь эффект подавления рождения заряженных частиц в сильных полях повлияет на оценку сечения рождения экзотических частиц и продолжительность экспериментов по их поиску.

2. Известно [24], что рождение пар заряженных частиц при испарении черных дыр (излучение Хоукинга [25]) можно рассматривать как туннельный процесс. При учете ку-

лоновского притяжения в паре процесс рождения частиц в гравитационном поле будет затянут и время, требуемое на испарение первичных (квантовых) черных дыр, заметно возрастет.

#### Заключение

В этой работе изучалось рождение электрон-позитронной пары в статическом и однородном электрическом поле при точном учёте кулоновского взаимодействия между частицами. Вычислен коэффициент проницаемости одномерного барьера и найден точный вид непертурбативной функции  $G(u)$ , учитывающей деформацию потенциального барьера с ростом напряженности поля. В слабом внешнем поле кулоновское притяжения виртуальных частиц приводит к подавлению рождения пары и дополнительной стабилизации вакуума. При дальнейшем росте напряженности поля наступает смена режима и проницаемость потенциального барьера вновь растет. Это достигается в полях  $E > 28.8E_{cr}$ . Данный эффект принципиально непертурбативный и не может быть обнаружен при учёте притяжения зарядов по теории возмущений.

Обсуждаемый эффект есть проявление более общего процесса. Когда число рожденных пар велико, то, как показали численные расчеты в рамках квантово-кинетического подхода [26], обратное влияние электрических полей  $e^+$  и  $e^-$  на порождающее их поле приводит к подавлению рождения пар и возникновению плазменной неустойчивости системы частиц.

*Автор признателен Б.А. Арбузову, С.П. Баранову, Е.Б. Оборневой, С.А. Смолянскому и А.И. Никишову за обсуждения рассмотренных в статье вопросов, замечания и комментарии.*

#### Список литературы

1. Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. 1951. Vol.82. P.664–679.
2. Рутус В.И. Лагранжева функция интенсивного электромагнитного поля // Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля: Тр. ФИАН СССР. М., 1986. Т.168. С.5–51.

<sup>7</sup> Численное значение коэффициента при  $u^{3/2}$  равно  $\frac{4}{3\pi} K(2^{-1/2}) = 0.7868937 \dots$



3. Heisenberg W., Euler H. Folgerungen aus der Diracschen theorie des positrons // *Zs. Phys.* 1936. Vol.98. P.714–732.
4. Рутыс В.И. Лагранжева функция интенсивного электромагнитного поля и квантовая электродинамика на малых расстояниях // *ЖЭТФ*. 1975. Т.69. С.1517–1536.
5. Sauter F. Über das verhalten eines elektrons im homogenen elektrischen feld nach der relativistischen theorie Diracs // *Zs. Phys.* 1931. Vol.69. P.742–764.
6. Рутыс В.И. Сдвиг массы электрона в интенсивном поле // Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля: Тр. ФИАН СССР. М., 1986. Т.168. С.52–119.
7. Попов В.С. Метод мнимого времени в квантовой механике и теории поля // *ЯФ*. 2005. Т.68. С.717–738.
8. Casher A., Neuberger H., Nussinov S. Chromoelectric-flux-tube model of particle production // *Phys. Rev. D*. 1979. Vol.20. P.179–188.
9. Попов В.С. Рождение пар  $e^+e^-$  в переменном внешнем поле // *ЖЭТФ*. 1971. Т.61. С.1334–1342.
10. Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971. 544 с.
11. Popov V.S. On Schwinger mechanism of  $e^+e^-$  pair production from vacuum by the field of optical and X-ray lasers // *Phys. Lett. A*. 2002. Vol.298. P.83–90.
12. Буланов С.С., Нарожный Н.В., Мур В.Д., Попов В.С. О рождении электрон-позитронных пар электромагнитными импульсами // *ЖЭТФ*. 2006. Т.129. С.14–29.
13. Фрёман Н., Фрёман П.В. ВКБ-приближение / Пер. с англ.; Под ред. А.А. Соколова. М.: Мир, 1967. 166 с.
14. Fowler R.H., Nordheim L.W. Electron emission in intense electric field // *Proc. Roy. Soc. (London)*. 1928. Vol.A119. P.173–181.
15. Nordheim L.W. The effect of the image force on the emission and reflection of electrons by metals // *Proc. Roy. Soc. (London)*. 1928. Vol.A121. P.626–639.
16. Good R.H., jr., Möller E.W. Field Emission // *Handbuch der Physik / Ed. S. Flügge*. Berlin: Springer-Verlag, 1956. Vol.XXI. P.176–231.
17. Елинсон М.И., Васильев Г.Ф. Автоэлектронная эмиссия. М.: Физматлит, 1958. 272 с.
18. Modinos A. Field, thermionic and secondary electron emission spectroscopy. N.Y.: Plenum Press, 1983. 370 p.
19. Levchenko B.B. On field emission in high energy colliders initiated by a relativistic positively charged bunch of particles // URL: arXiv:0608135[physics]. 2006. P.1–27.
20. Тихомандрицкий М. Теория эллиптических интегралов и эллиптических функций. Харьков: Тип. Зильберберга, 1895. 449 с.
21. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции: В 3 т. / Пер. с англ. М.: Наука, 1967. Т.3. 300 с.
22. Byrd P.F., Friedman M.D. Handbook of elliptic integrals for engineers and scientists: 2nd ed. N.Y.: Springer, 1971. 356 p.
23. Ahlers M., Gies H., Jaeckel J., Redondo J., Ringwald A. Laser experiments explore the hidden sector // *Phys. Rev. D*. 2008. Vol.77. P.095001-095009.
24. Parikh M.K., Wilczek F., Hawking radiation as tunneling // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol.85. P.5042–5045.
25. Hawking S.W. Particle creation by black holes // *Commun. Math. Phys.* 1975. Vol.43. P.199–220.
26. Bloch J.S.R., Mizerny V.A., Prozorkevich A.V., Roberts C.D., Schmidt S.M., Smolyansky S.A., Vinnik D.V. Pair creation: Back reactions and damping // *Phys. Rev. D*. 1999. Vol.60. P.116011–116017.
27. Pervushin V.N., Skokov V.V., Reichel A.V., Smolyansky S.A., Prozorkevich A.V. The kinetic description of vacuum particle creation in the oscillator representation // *Intern. J. Mod. Phys.* 2005. Vol.A20. P.5689–5704.
28. Hebenstreit F., Alkofer R., Gies H. Pair production beyond the Schwinger formula in time-dependent electric fields // *Phys. Rev. D*. 2008. Vol.78. P.061701–061705.



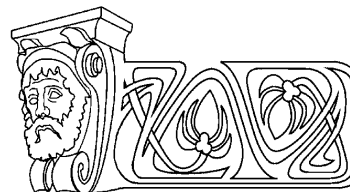
УДК 538.3:51

## О ДИФFUЗИОННОЙ ДИССОЦИАЦИИ АТОМНЫХ И СУБАТОМНЫХ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНО СВЯЗАННЫХ ЧАСТИЦ

А.Г. Лавкин, М.Б. Мысенко, И.Н. Антонов\*

Саратовский государственный университет  
E-mail: tmf@sgu.ru

\* Саратовский государственный технический университет



В данной работе численно показано, что скорость диффузионной диссоциации системы нелинейно связанных частиц (типа молекулы HCl) в поле лазерного излучения имеет пороговую зависимость от интенсивности излучения, начальной энергии колебаний и вращения молекулы и уменьшается по мере перехода от линейной поляризации излучения к циркулярной.

**Ключевые слова:** диффузионная диссоциация, система нелинейно связанных частиц, интенсивность лазерного излучения, энергия колебаний и вращения, переход от линейной поляризации излучения к циркулярной.

**On Diffusive Dissociation of the Non-linear Coupled Particles of Atomic and Subatomic Systems**

A.G. Lavkin, M.B. Mysenko, I.N. Antonov

In the given work it is numerically shown, that the nonlinear coupled particle systems (type of the HCl molecule) diffusive dissociation rate has the threshold dependence on the laser radiation intensity, the vibrate and rotate particles system energy and decreases in process of transition from linear polarization of radiation to the circular.

**Key words:** diffusive dissociation, nonlinear coupled particle system, laser radiation intensity, vibrate and rotate energy, transition from linear polarization of radiation to the circular.

Наиболее обстоятельно диффузионная модель возбуждения и развала систем нелинейно связанных частиц во внешнем поле изучена теоретически и экспериментально в случае высоковозбужденного атома водорода в сильном СВЧ поле, исследовались также тяжелые атомы во внешних полях [1]. «Приготовленный» в высоковозбужденном состоянии ( $n > 30$ ) атом водорода подчиняется законам классической механики. В достаточно сильном электромагнитном поле (с частотой  $\omega$ ) нелинейные колебания электрона становятся хаотическими, что приводит к диффузионной ионизации атома водорода. При этом электрон набирает энергию постепенно – через большое число актов поглощения и излучения фотонов, и время ионизации атома существенно (на два–три порядка) превышает период обращения электрона по невозмущенной орбите. Вероятность диффузионной ионизации резко возрастает, если

поле достигает критической величины  $E_c = \Omega_n / (\omega n^4)$ , где  $\Omega_n = n^{-3}$  – частота обращения электрона. При дальнейшем увеличении интенсивности поля экспериментально наблюдается стабилизация и даже подавление вероятности ионизации. Ряд моделей этого эффекта обсуждается в работах [2, 3]. Величина  $E_c$  зависит от частоты, поляризации электромагнитного поля, а также от внешнего квазистатического магнитного поля, тепловых флуктуаций [4].  $E_c$  минимально при  $\omega = \Omega_n$ . Имеющиеся аналитические и наши численные оценки указывают на отсутствие влияния электрического поля на вероятность диффузионной ионизации (см., например, [5]) и стабилизацию магнитным полем системы связанных частиц от развала. Причина указанной стабилизации состоит в «закручивании» сильным магнитным полем траектории заряженной частицы, а это увеличивает время «огибания» или «туннелирования» частицей потенциального барьера соответственно в классическом или квантовом подходах [6].

При  $\omega \ll \Omega_n$  хаотическая ионизация исчезающе мала и преобладает туннельная ионизация. Хаотическая ионизация исчезает и при  $\omega \gg \Omega_n$ , в этом пределе улучшаются условия применимости теории возмущений, т.е. условия использования многофотонного предела. Туннельная и многофотонная ионизации, в отличие от диффузионной, происходят приблизительно за время одного оборота электрона по невозмущенной орбите.

Аналогичные явления возможны и в случае молекул в поле интенсивного ИК лазерного излучения. Однако прямые экспериментальные данные для этого случая отсутствуют [7]. Что касается молекул, находящихся в высоковозбужденном электронном



состоянии, то не вызывает сомнений, что к ним в полной мере относится сказанное выше относительно высоковозбужденных атомов.

В случае молекул, возбужденных в высокие колебательные состояния [8], наиболее доступна для теоретического исследования двухатомная молекула в поле ИК излучения. При циркулярной поляризации излучения в двухатомной молекуле реализуется режим изолированного нелинейного резонанса, и динамика молекулы имеет регулярный характер [9]. Принципиально иной становится динамика молекулы при линейной поляризации излучения. В этом случае в системе реализуется режим взаимодействующих нелинейных резонансов, и имеет место квазислучайное изменение поляризации молекулы во времени, что приводит к квазинепрерывному спектру собственного излучения.

Диффузионный механизм диссоциации многоатомных молекул возможен при пороговой интенсивности ИК излучения  $\geq 10^9$  Вт/см<sup>2</sup>. Для двухатомных молекул требуется более интенсивное импульсное ИК излучение  $\geq 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> длительностью  $\geq 1$  пс, что в принципе достижимо при фокусировке излучения импульсных лазеров.

Отметим, что с развитием техники гамма-лазеров, по-видимому, реальны эксперименты по образованию из вакуума пар легчайших частиц – электронов и позитронов (здесь интересна аналогия с фотообразованием пар «электрон–дырка» в полупроводниках) [6], катализу ядерных реакций, в том числе и диффузионной «диссоциации» ядер [10]. Соответствующие оценки также сделаны в данной работе ( $\lambda \sim 0,1$  нм,  $\tau \sim 80$  пс).

Родственность диффузионного механизма диссоциации молекул в поле лазерного излучения с явлением «термализации» нелинейной струны и другими хаотическими эффектами неоднократно подчеркивалась в литературе (см., например, [8]). В данной работе сделана оценка пороговой интенсивности  $I$  лазерного излучения, ведущей к межмодовой (диффузионной) передаче энергии и в конечном счете к диффузионной диссоциации молекулы:

Молекула	COS	CCl <sub>4</sub>	OsO <sub>4</sub>	SF <sub>6</sub>	BCl <sub>3</sub>
$I, \text{Вт/см}^2$	$10^{12}$	$10^{10}$	$10^9$	$3 \cdot 10^8$	$10^8$

Эти оценки согласуются с экспериментом: при  $I \leq 10^9$  Вт/см<sup>2</sup> наблюдалась диссоциация молекул OsO<sub>4</sub>, SF<sub>6</sub>, BCl<sub>3</sub>, тогда как другие указанные выше молекулы не диссоциировали. Рассматриваемый механизм диссоциации является «классически разрешенным», но из-за квантовых («туннельных») эффектов пороговое значение  $I$  может быть ниже. Например, для молекулы SF<sub>6</sub> экспериментальная величина  $I$  на порядок меньше. Более точные оценки пороговой интенсивности  $I$  выполнить не удастся, так как отсутствует необходимая для этого подробная спектральная информация. В работе [8] также приведено качественное объяснение механизма неограниченного набора энергии молекулой. Воздействие на данную моду со стороны других мод сбивает нерегулярно ее фазу. Это эквивалентно воздействию на нелинейную систему случайной внешней силы, а здесь накачка энергии в моду очевидна.

В работе [9] численно-аналитически исследовалась динамика двухатомной молекулы типа GeO в циркулярно и линейно-поляризованном ИК излучении высокой интенсивности  $10^{10} \div 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup> с учетом вращения молекулы. В случае циркулярно поляризованного излучения проанализирован спектр квазиэнергии молекулы. Было показано, что при линейно-поляризованном излучении имеет место хаос в динамике молекулы. В частности, изменение поляризации молекулы со временем носит квазислучайный характер, что приводит к квазинепрерывному спектру собственного излучения молекулы.

Ограниченностью известных работ является то, что в них рассматриваются лишь малые, по сравнению с межатомным взаимодействием, энергии колебаний и вращения молекулы (малые квантовые числа). В данной работе исследуется на примере двухатомной молекулы (типа хлористого водорода HCl) зависимость скорости диффузионной диссоциации молекулы от интенсивности ( $I$ ) и эллиптичности поляризации ( $P$ ) ИК излучения, от начальной энергии возбуждения колебательной ( $E_v^0$ ) и вращательной ( $E_r^0$ ) степеней свободы. При этом рассмотрение не ограничено малыми колебаниями или жесткостью ротатора.



Уравнения движения двухатомной молекулы в  $(x, y)$ -плоскости, нормальной вол-

новому вектору поля ИК излучения, имеют вид [11]:

$$\begin{aligned} \mu \ddot{r} &= \mu \dot{\theta}^2 r - \frac{dU}{dr} + q(E_x \cos \theta \cos(\omega t) + E_y \sin \theta \sin(\omega t)), \\ \mu \ddot{r} &= \mu \dot{\theta}^2 r - \frac{dU}{dr} + q(E_x \cos \theta \cos(\omega t) + E_y \sin \theta \sin(\omega t)), \\ \mu r \ddot{\theta} &= -2\mu \dot{r} \dot{\theta} - q(E_x \sin \theta \cos(\omega t) - E_y \cos \theta \sin(\omega t)), \end{aligned} \quad (1)$$

где точка означает производную по времени,  $\mu = 1.63 \cdot 10^{-24}$  г,  $q = 0.8 \cdot 10^{-10}$  CGSE – эффективный заряд с учетом частично ионной связи молекулы HCl,  $r$  – расстояние между атомами молекулы (в равновесии  $r_e = 1.29$  ангстрем),  $\omega$ ,  $E$  – частота и напряженность электрического поля инфракрасного излучения ( $P = E_y / E_x$ ),  $\theta$  – фаза вращения вектора  $r$ ,  $U$  – потенциал Морзе с параметрами  $D = 4.5$  эВ,  $a = 3.66 \text{ \AA}^{-1}$ .

Уравнения движения (1) решались численно. При этом частота  $\omega$  выбиралась равной характерной частоте колебаний двухатомной молекулы  $\omega_{ve} = 0.36$  эВ ( $5.45 \cdot 10^{16}$  Гц), для оценок на ядерных масштабах соответственно [12] принимались величины  $\omega_{ve} = 2.2 \cdot 10^{+06}$  ТГц,  $r_e = 1,2 \cdot 10^{-06}$  нм,  $D = 2.0$  МэВ. Скорость диффузионной диссоциации двухатомной молекулы оценивалась по времени  $\tau$  увеличения межатомного расстояния (в момент распада молекулы) до удвоенного равновесного значения.

Расчеты показали, что  $(r, dr/dt)$  – диаграмма процесса диффузионной диссоциации молекулы в поле линейно-поляризованного инфракрасного излучения, не описывается регулярной кривой. Предельное множество сечения Пуанкаре является подмножеством этой нерегулярной диаграммы, что позволяет сделать вывод о хаотичности динамики молекулы. Об этом же свидетельствует и явно положительное значение максимального ляпуновского показателя.

Расчетная зависимость времени диффузионной диссоциации  $\tau$  от интенсивности линейно-поляризованного ИК излучения имеет, как это видно из рис. 1, пороговый характер.

Пороговое значение интенсивности  $\approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> диффузионной диссоциации молекулы и число участвующих в диффузии резонансов ( $n \geq 4$ ) согласуется с аналитическими оценками.

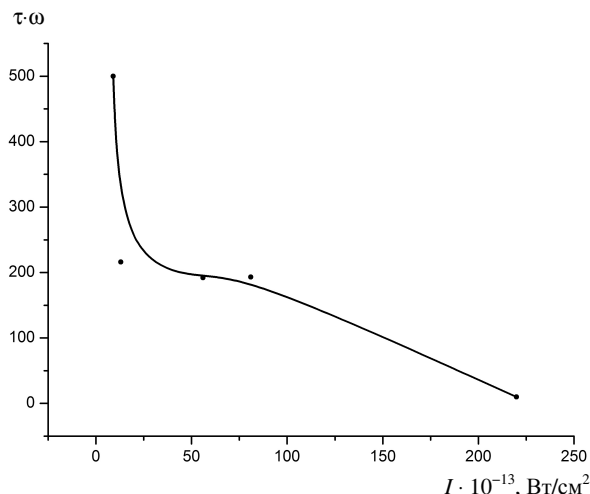


Рис. 1. Зависимость времени диффузионной диссоциации двухатомной молекулы от интенсивности ИК излучения ( $E_v^0 = 3.55$  эВ,  $E_r^0 = E_v^0 \cdot 10^{-5}$ )

Зависимость времени диффузионной диссоциации двухатомной молекулы в поле линейно-поляризованного ИК излучения от начальной энергии ее колебаний представлена на рис. 2. Видно, что скорость диссоциации увеличивается с ростом  $E_v^0$ .

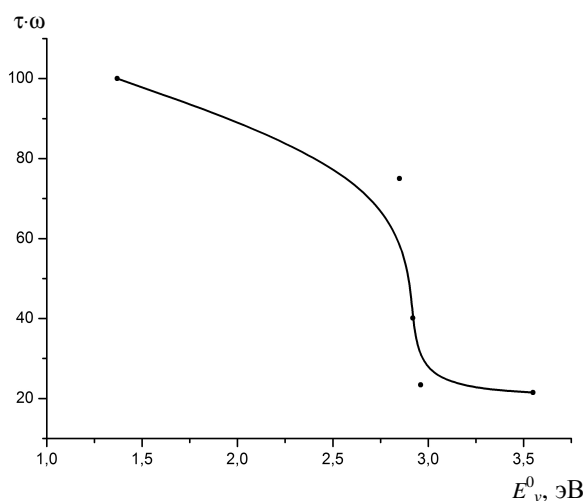


Рис. 2. Зависимость времени диффузионной диссоциации двухатомной молекулы от начальной энергии ее колебаний ( $I = 1.4 \cdot 10^{+15}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $E_r^0 = E_v^0 \cdot 10^{-5}$ )



На рис. 3 показано влияние начальной энергии вращения двухатомной молекулы на скорость ее диссоциации. Имеет место стабилизация динамики молекулы с увеличением  $E_v^0$  (порог  $\approx 10^{-2}$  эВ). Это объясняется прямой зависимостью потенциала радиальных колебаний молекулы от энергии вращения и согласуется с результатами работы [11].

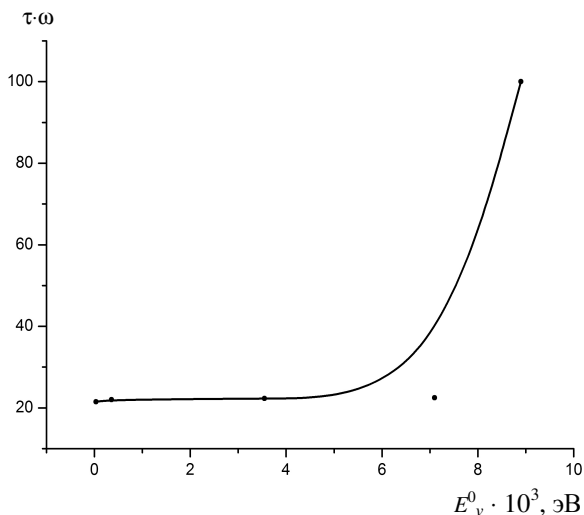


Рис. 3. Зависимость времени диффузионной диссоциации двухатомной молекулы от начальной энергии ее вращения ( $I = 1.4 \cdot 10^{+15}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $E_v^0 = 3.55$  эВ,  $P = 0$ )

Наконец, на рис. 4 представлена зависимость  $\tau$  от эллиптичности поляризации ИК излучения.

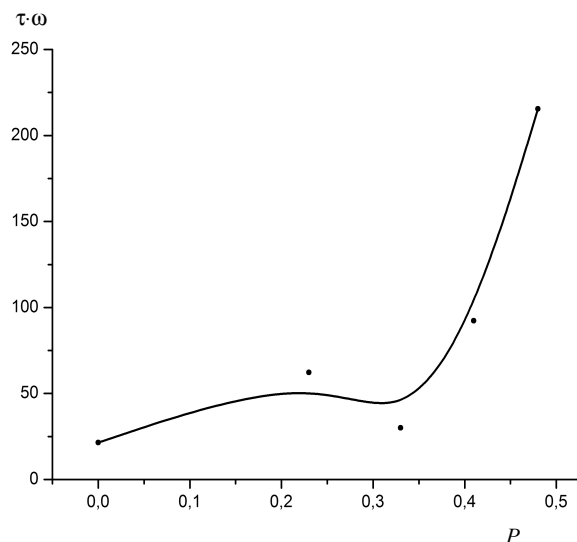


Рис. 4. Зависимость времени диффузионной диссоциации двухатомной молекулы от эллиптичности поляризации ИК излучения ( $I = 1.4 \cdot 10^{+15}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $E_v^0 = 3.55$  эВ,  $E_r^0 = E_v^0 \cdot 10^{-5}$ )

Наблюдается сильное подавление диффузионной диссоциации двухатомной молекулы по мере перехода от линейной поляризации ИК излучения к циркулярной, что согласуется с результатами работы [9].

Таким образом, в данной работе численно показано, что скорость диффузионной диссоциации гетерополярной молекулы (типа HCl) в поле лазерного ИК излучения имеет пороговую зависимость от интенсивности излучения, начальной энергии колебаний и вращения молекулы и уменьшается по мере перехода от линейной поляризации ИК излучения к циркулярной. В работе также сделаны соответствующие оценки для систем связанных частиц на ядерных масштабах.

#### Список литературы

1. Делоне Н.Б. Атом в сильном световом поле. М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Федоров М.В. Стабилизация атомов в сильном лазерном поле // Успехи физических наук. 2004. Т.169, №1. С.66.
3. Делоне Н.Б. Стабилизация атома в поле лазерного излучения // Успехи физических наук. 1995. Т.165, №11. С.1295.
4. Гурзядян Э.Р. О статистических свойствах спектра атома водорода // Оптика и спектроскопия. 1988. Т.65. С.983.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 2001.
6. Попов В.С. Туннельная и многофотонная ионизация атомов и ионов в сильном лазерном поле // Успехи физических наук. 2004. Т.174, №9. С.921.
7. Летохов В.С. Нелинейные волны. М.: Наука, 1989.
8. Стратонович Р.Л. О динамической теории распада сложных молекул // Журн. экспериментальной и теоретической физики. 1995. Т.108. С.1328.
9. Берман Г.П. Квантовый хаос в двухатомной молекуле // Журн. экспериментальной и теоретической физики. 1989. Т.95, №5. С.1553.
10. Болотин Ю.Л. Стохастическая ядерная динамика // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1989. Т.20. С.878.
11. Горчаков В.И. Классическая гетерополярная молекула в поле лазерного излучения // Журн. экспериментальной и теоретической физики. 1976. Т.70. С.468.
12. Смирнов Б.М. Скейлинг в атомной и молекулярной физике // Успехи физических наук. 2001. Т.171, №12. С.1291.

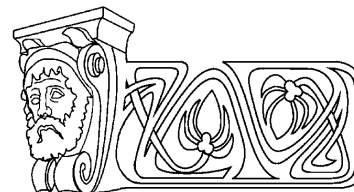


УДК 530.145

## АСИМПТОТИЧЕСКАЯ СВОБОДА В МЕХАНИКЕ НЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Н.Г. Фадеев

Объединенный институт ядерных исследований,  
лаборатория физики высоких энергий, Дубна  
E-mail: fadeev@sunse.jinr.ru



Применение гипотезы асимптотической свободы (АС) в рассмотрении механики глубоконеупругих лептон-адронных реакций (ГНР) позволяет выявить упругий характер столкновения партонов  $x_a m_a$  и  $x_b m_b$  также и в процессах адрон-адронных взаимодействий частиц  $a$  и  $b$  с массами  $m_a$  и  $m_b$  с последующей их адронизацией в адронные ливни. Упругий характер столкновения партонов позволяет, в свою очередь, определить инвариантные переменные ( $x_a$ ,  $x_b$  и переданный 4-импульс  $Q^2$ ), аналогичные используемым в ГНР, через параметры двух регистрируемых адронных ливней. Приводятся некоторые результаты вычислений для 2000 pp – событий на LHC при энергии 10 ТэВ, сгенерированных программой PYTHIA. Предложенные идеи представляют интерес для КХД-обработки адронных взаимодействий совместно с данными ГНР, для развития концепции кумулятивных событий и, возможно, для поиска кварк-глюонной плазмы и промежуточной фазы на NICA.

**Ключевые слова:** асимптотическая свобода, глубоконеупругие процессы рассеяния, упругие столкновения партонов, инвариантные переменные.

### Asymptotic Freedom into the Mechanics of Composite Particle Inelastic Collisions at High Energies

N.G. Fadeev

The application of the asymptotic freedom hypothesis to consider the mechanics of deep inelastic scattering processes (DIS), allows one to reveal the elastic form of the parton ( $x_a m_a$  and  $x_b m_b$ ) scattering also for hadron-hadron interactions of particles  $a$  and  $b$  having masses  $m_a$  and  $m_b$  with subsequent hadronization of them into the hadron showers. The elastic character of the parton scattering, in its turn, helps to define invariant variables analogous to DIS (Bjorken  $x_a$ ,  $x_b$  and square four-momentum transfer  $Q^2$ ) through the two-hadron showers in the c.m.s. of  $a$  and  $b$  particles. Some results of calculations of 2000 pp-interactions at LHC at 10 TeV generated by PYTHIA, are presented. This approach can be of interest for QCD-treatment of hh-interactions, cumulative phenomena investigations, search quark-gluon plasma and phase transition in project NICA.

**Key words:** asymptotic freedom, deep inelastic scattering processes, elastic parton scattering, invariant variables.

### Введение

Известно, что явление масштабной инвариантности (бьёркеновского скейлинга), обнаруженное в исследованиях взаимодействий частиц при высоких энергиях с участием лептонов [1–5] (отмеченных Нобелевской

премией по физике за 1990 г.), потребовало для своего объяснения качественно новых представлений о внутренней структуре адронной материи (партоны, кварки, глюоны) и о самом механизме взаимодействия её составляющих. Как известно, в этом механизме достойная роль принадлежит гипотезе асимптотической свободы (АС) [6–8] (также отмеченной Нобелевской премией по физике за 2004 год). Гипотеза АС послужила основой для применения методов квантовой электродинамики в описании сильных взаимодействий и способствовала формулировке квантовой хромодинамики (КХД). «Самое важное следствие асимптотической свободы – это сама по себе КХД с точно-подобным поведением кварков на малых расстояниях и сильным взаимодействием, дающим конфаймент на больших расстояниях» [8, с.1316].

Распространение новых идей на столкновения адронов и релятивистских ядер привело к предсказанию, а затем обнаружению и систематическому исследованию кумулятивного эффекта, представляющего собой результат обобществления партонов (или кварков), принадлежащих группе нуклонов [9]. В основном предположении о кумулятивном эффекте содержится допущение о возможности образования группы (капли) из  $N$  конститuentов (нуклонов, кварков или партонов) [9]. Вероятность существования групп конститuentов не только в ядрах, но и в нуклонах представляется естественной. Таким образом, единая кварк-глюонная природа партонов как составляющих адронов вместе с КХД нашла своё приложение в разнообразных процессах взаимодействия частиц независимо от их природы.



Следует отметить, однако, что реакции ГНР принципиально и выгодно отличаются от адрон-адронных ( $hh$ ) и тем более адрон-ядерных ( $hA$ ) и ядро-ядерных ( $AA$ ) взаимодействий тем, что измерение характеристик состояний одной частицы – лептона – до и после рассеяния оказывается достаточным для проведения широкого круга исследований и структуры адронов, и механизма взаимодействия конstituентов. Эта особенность ГНР обусловлена тем фактом, что лептоны принято считать точечными частицами, не имеющими структуры и, главное, они не участвуют в сильных взаимодействиях. В частности поэтому, некоторые кинематические инварианты ГНР, имеющие важное значение в КХД, например, квадрат переданного 4-импульса  $Q^2$  и бёркеновский инвариант  $x$  – в адрон-адронных столкновениях отсутствуют и до сих пор не установлены общепринятые способы их определения через другие наблюдаемые величины. Поэтому, несмотря на внутреннее единство в структуре и природе происходящих процессов при столкновении различных частиц, для их описания привлекается разный набор кинематических переменных. Устоявшимися переменными для ( $lh$ ), ( $lA$ )-взаимодействий являются, как отмечалось, бёркеновский  $x$  и  $Q^2$ , а фейнмановский  $x_F$  и квадрат поперечного импульса  $P_T^2$  – для ( $hh$ ), ( $hA$ ), ( $AA$ )-взаимодействий.

Между тем первоначально выявленная характерная особенность процессов рассеяния лептонов на нуклонах позволяет все перечисленные выше реакции рассматривать с единой точки зрения и применять (в определённых случаях изучения адрон-адронных процессов) тот же набор кинематических переменных, что и в ГНР. Имеется в виду двухэтапный характер процессов ГНР, когда на первом этапе происходит упругое рассеяние лептона на свободном партоне нуклона, а на втором этапе происходит адронизация партонов в наблюдаемые адроны (партоновая модель Фейнмана, рис. 1) [4]. Именно гипотеза асимптотической свободы и предположение А.М. Балдина о возможности образования в составных системах групп (капель)

партонов дают основания ожидать возникновения первого этапа – упругого рассеяния групп партонов, и второго этапа – их адронизации также и в реакциях столкновения составных частиц (адронов и ядер) при высоких энергиях. В свою очередь, упругий характер столкновения партонов (или их групп) в процессах взаимодействия составных частиц при высоких энергиях обеспечивает возможность оценки тех же инвариантных переменных, используемых в ГНР, через параметры зарегистрированных адронных ливней. Эта возможность имеет достаточно общее и ясное физическое обоснование и также, как другой способ оценки похожих кинематических переменных, изложенный в работе [10], её можно использовать при анализе кумулятивных явлений.

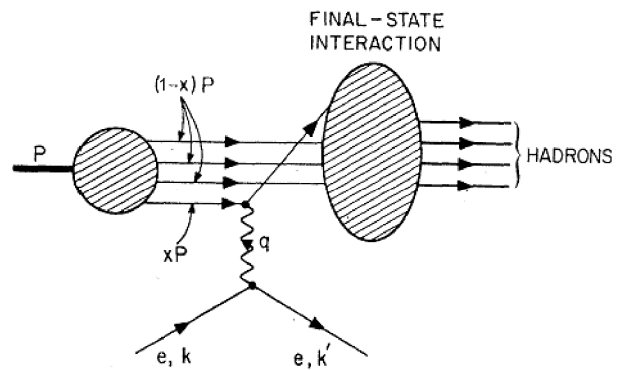


Рис. 1. Кинематика лептон-нуклонного рассеяния в партонной модели [5]

Двухэтапный характер неупругих процессов и особенности определения бёркеновских переменных для адрон-адронных реакций можно наглядно выразить при помощи представления механики (кинематики) сталкивающихся частиц в пространстве скоростей (быстрот) [11]. Определённая польза от такого представления состоит (например, в сравнении с рис. 1) в возможности привлечения аппарата гиперболической тригонометрии, который полностью адекватен релятивистской механике. Поэтому неприменение или игнорирование геометрии пространства скоростей «затрудняет понимание самой релятивистской механики» [11, с.773]. В последующем изложении отмеченная особенность будет неоднократно продемонстрирована.





Целесообразно начать рассмотрение представлений с хорошо изученных реакций с участием лептонов, т.е. с ГНР. Затем, выделив неизвестные ранее и нужные для дальнейшего особенности механики ГНР, можно перейти к рассмотрению и адрон-адронных взаимодействий.

Для справочных целей можно отметить несколько полезных моментов. Энергию  $E$  частицы и величину её импульса  $P$  согласно их определению можно выразить через массу  $m$  частицы и её быстроту  $\rho/c$ :

$$\begin{aligned} E &= m / \sqrt{1 - \beta^2} = m \operatorname{ch} \rho, \\ P &= m \beta / \sqrt{1 - \beta^2} = m \operatorname{sh} \rho, \\ \beta &= \operatorname{th} \rho, \quad c = 1, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\beta$  – скорость частицы в единицах скорости света  $c$ . Скалярное произведение двух 4-векторов  $K_a$  и  $K_b$  частиц  $a$  и  $b$  можно записать в виде:

$$\begin{aligned} K_a K_b &= E_a E_b - |\mathbf{P}_a| |\mathbf{P}_b| \cos \theta = \\ &= m_a m_b (\operatorname{ch} \rho_a \operatorname{ch} \rho_b - \operatorname{sh} \rho_a \operatorname{sh} \rho_b \cos \theta) = \\ &= m_a m_b \operatorname{ch} \rho_{ab}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\theta$  – угол между импульсами (скоростями, быстротами  $\rho_a$  и  $\rho_b$ ) частиц  $a$  и  $b$ ,  $\rho_{ab}$  – быстрота между частицами  $a$  и  $b$ , определяющая их относительную скорость.

Выражение в скобках в (2) известно в неевклидовой геометрии Лобачевского как основное соотношение между сторонами треугольника: по двум сторонам и углу между ними определяется длина третьей стороны – теорема косинусов. Это же выражение соответствует преобразованию Лоренца для энергии частицы (чтобы в этом убедиться, нужно в (2) вынести за скобку  $\operatorname{ch} \rho_b$  и использовать определение (1)). Преобразование Лоренца для импульса также нетрудно найти, используя гиперболическую тригонометрию для соответствующих треугольников. При использовании (2) выражения для квадрата суммы и квадрата разности двух 4-векторов частиц  $a$  и  $b$ , выраженных через быстроту  $\rho_{ab}$ :

$$\begin{aligned} (K_a + K_b)^2 &= K_a^2 + 2K_a K_b + K_b^2 = \\ &= m_a^2 + 2m_a m_b \operatorname{ch} \rho_{ab} + m_b^2 \equiv M^2, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (K_a - K_b)^2 &= K_a^2 - 2K_a K_b + K_b^2 = \\ &= m_a^2 - 2m_a m_b \operatorname{ch} \rho_{ab} + m_b^2 \equiv q^2 \end{aligned} \quad (4)$$

(т.е. выражения для квадрата эффективной массы двух частиц и квадрата переданного ими 4-импульса представляются очевидными).

#### Асимптотическая свобода в механике лептон-нуклонных взаимодействий

Рассмотрим инклюзивную реакцию рассеяния частицы  $a$  (лептона – электрона или мюона) на частице  $b$  (нуклоне):

$$a + b \rightarrow a + X, \quad (5)$$

и введём соответствующие этой реакции 4-вектора и некоторые обозначения:

$$\begin{aligned} K_a + K_b &= K_a' + K_x, \\ q_a &= K_a - K_a', \quad \nu = E_a - E_a', \\ -q_a^2 &\equiv Q^2, \quad S = (K_a + K_b)^2, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $K_x$  – 4-вектор адронного ливня (который в этих реакциях обычно не регистрируется),  $q_a$  – переданный 4-импульс, определяемый через параметры лептона,  $\nu$  – переданная энергия,  $S$  – квадрат полной энергии. В принятых обозначениях бёркеновский инвариант  $x$  определяется обычным образом через параметры лептона и массу частицы  $b$  (нуклона) –  $m_b$ :

$$x = Q^2 / (2q_a K_b) = Q^2 / (2m_b \nu), \quad (7)$$

$$Q^2 = 2m_a^2 (\operatorname{ch} \rho_q - 1), \quad (8)$$

где  $m_a$  – масса частицы  $a$  (лептона),  $\rho_q$  – быстрота лептона в антилабораторной системе, лабораторная система (л.с.) связана с частицей  $b$  – нуклоном. Отметим, что инвариант  $x$  можно определить таким же образом и через компоненты 4-вектора  $K_x$ , как это следует из законов сохранения (6):

$$\begin{aligned} q_b &= K_x - K_b, \\ -q_b^2 &= 2M_x m_b \operatorname{ch} \rho_{M_x} - M_x^2 - m_b^2, \\ M_x^2 &= K_x^2, \quad -q_a^2 = -q_b^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\rho_{M_x}$  – быстрота адронного ливня, л.с.;  $M_x$  – его эффективная масса.

Согласно гипотезе асимптотической свободы (АС), с ростом передачи  $Q^2$  взаимодействие конститuentов между собой в нуклоне асимптотически ослабевает (на малых расстояниях друг от друга), и потому лептон (как фундаментальная, точечная частица) рассеивается на свободном конститuentе – партоне упругим (квазиупругим) образом



(как фотон рассеивается на «свободном» электроде атома в комптон-эффекте). То есть первый этап глубоконеупругого рассеяния лептона на нуклоне состоит в упругом рассеянии лептона на свободном партоне (или некоей группе партонов). Обозначим 4-импульс партона (или группы партонов) через  $x_g K_b$  ( $x_g$  – часть, доля 4-импульса мишени, характеризующая группу партонов), а оставшуюся часть через  $(1-x_g)K_b$  ( $x_g m_b$  и  $(1-x_g)m_b$  – в системе покоя  $b$ -частицы) и покажем средствами релятивистской механики, что  $x_g$  определяется выражением (7) и, следовательно, совпадает с  $x$ .

Закон сохранения энергии-импульса (6) с учётом высказанной гипотезы АС можно записать в виде

$$K_a + x_g K_b + (1-x_g)K_b = K_a' + (x_g K_b)' + (1-x_g)K_b = K_a' + K_x, \quad (10)$$

$$q_a = K_a - K_a' = (x_g K_b)' - x_g K_b = K_x - K_b,$$

$$K_x = (x_g K_b)' + (1-x_g)K_b, \quad (11)$$

$$S_x = (K_a + x_g K_b)^2 = (K_a' + (x_g K_b)')^2 = m_a^2 + 2m_a x_g m_b \operatorname{ch} \rho_a + (x_g m_b)^2 \approx x_g S, \quad (12)$$

где  $x_g K_b$ ,  $(1-x_g)K_b$  и  $(x_g K_b)'$  есть 4-вектора свободных партонов до и после упругого рассеяния,  $S_x$  – полная энергия упругого рассеяния,  $\rho_a$  – быстрота налетающего лептона (при высоких энергиях величины  $S$  и  $S_x$  определяются в основном значением  $\rho_a$ , она же определяет и ось реакции).

Правая часть первого равенства в (10) соответствует промежуточному состоянию и выражает первый этап реакции – упругое рассеяние лептона на партоне, правая часть второго равенства в (10) выражает второй этап – результат адронизации, т.е. конечное

состояние рассматриваемой реакции. Из (11) следует, что: а) переданный 4-вектор  $q_a$  можно определить не только через параметры лептона но и через соответствующие параметры партона, принявшего участие в упругом рассеянии:  $q_a = (x_g K_b)' - x_g K_b$ ; б) адронную массу  $K_x$  в конечном состоянии можно выразить также через параметры промежуточного состояния – возбуждённого партона  $(x_g K_b)'$  и партона  $(1-x_g)K_b$ , не участвовавшего в упругом рассеянии.

Все три состояния процесса рассеяния – начальное, конечное, промежуточное и отмеченные выше особенности – легко просматриваются на рис. 2, а, на котором изображена реакция ГНР в пространстве скоростей. Промежуточное состояние, соответствующее (по требованию АС) упругому рассеянию, как обычно находится из начального состояния путём поворота оси реакции (совпадающей с отрезком  $m_b m_a$  на рис. 2, а) относительно центра масс сталкивающихся частиц на некоторый определённый угол. В соответствии с АС полная энергия упругого взаимодействия (12) и система центра масс (точка  $O_x$  на рис. 2, а) должны определяться массой лептона  $m_a$  и массой «свободного» партона (или массой группы партонов)  $x_g m_b$ .

Положение точки  $O_x$  на оси реакции трудно найти из условия сохранения быстроты лептона относительно  $O_x$  (энергии, величины импульсов и массы частиц в упругом рассеянии не изменяются). Тогда из треугольника с вершинами в точках  $O_x$ ,  $m_b$ ,  $m_a$  (см. рис. 2, а) по теореме косинусов находим:

$$\operatorname{ch}(\rho_a - \rho_{Ox}) = \operatorname{ch} \rho_{Ox} \operatorname{ch} \rho' - \operatorname{sh} \rho_{Ox} \operatorname{sh} \rho' \cos \theta, \quad (13)$$

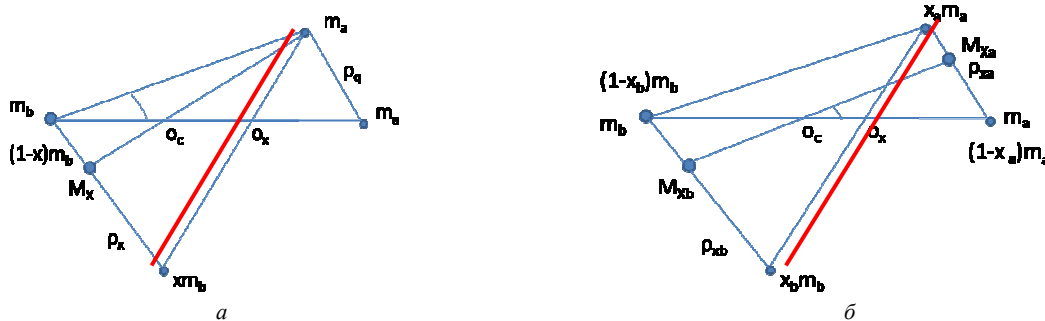


Рис. 2. Механика lh (а) и hh (б) взаимодействий в пространстве скоростей



где  $\rho_a$  и  $\rho'$  – быстрота лептона в начальном и конечном состоянии (обе в л.с.),  $\rho_{Ox}$  – быстрота, соответствующая искомой скорости центра  $O_x$  (в л.с.) и  $(\rho_a - \rho_{Ox})$  – быстрота лептона относительно  $O_x$ ,  $\theta$  – угол рассеяния лептона (в л.с.). Из (13) находим известное выражение для системы Брейта:

$$\begin{aligned} \text{th} \rho_{Ox} &= (\text{ch} \rho_a - \text{ch} \rho') / (\text{sh} \rho_a - \text{sh} \rho' \cos \theta) = \\ &= v / (P_a - P_L), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $P_a$  – начальный импульс лептона,  $P_L$  – продольный импульс лептона в конечном состоянии (в л.с.). Далее можно поступить двояким образом.

а) можно воспользоваться обычным выражением для скорости центра масс сталкивающихся частиц как отношение полного импульса к полной энергии (в л.с.):

$$\beta_{Ox} = P_a / (E_a + x_g m_b), \quad (15)$$

где  $E_a$  – начальная энергия лептона. Приравняв (14) и (15) и решив полученное уравнение относительно  $x_g$ , находим (7), т.е.  $x_g \equiv x$ ;

б) можно воспользоваться уравнением сохранения импульса в системе центра масс с началом в  $O_x$ ,

$$x_g m_b \text{sh} \rho_{Ox} = m_a \text{sh}(\rho_a - \rho_{Ox}), \quad (16)$$

решая которое относительно  $x_g$ , вновь находим (7). Следовательно, введенный в (10) параметр  $x_g$ , характеризующий партон или группу конститuentов, является инвариантом Бьёркена (индекс  $g$  дальше можно не использовать).

Определив (14), можно найти и  $(\rho_a - \rho_{Ox})$  – быстроту лептона относительно  $O_x$ , и угол поворота оси реакции в точке  $O_x$ . Для завершения восстановления трапеции упругого столкновения и тем самым восстановления промежуточного состояния в реакциях ГНР остаётся найти величину  $\rho_x$  – быстроту (скорость) выбитого (свободного) партона  $x m_b$  в л.с. Это можно сделать разными путями, но для дальнейшего представляется важным получить выражение для  $Q^2$  через  $x$  и  $\rho_x$ .

Из выражения для  $q_a$  в (11) следует формула

$$\begin{aligned} Q^2 &= -(K_a - K_a')^2 = -((x K_b)' - x K_b)^2 = \\ &= 2(x m_b)^2 (\text{ch} \rho_x - 1), \end{aligned} \quad (17)$$

определяющая величину  $Q^2$  через параметры партона, аналогичная выражению (8), определяющему величину  $Q^2$  через параметры лептона. Отметим, что из (17) можно найти выражение для  $\text{ch} \rho_x$  (и значит, для скорости партона) и переданной ему энергии  $v$ :

$$v = Q^2 / (2x m_b) = (x m_b) (\text{ch} \rho_x - 1), \quad (18)$$

т.е. вся переданная лептоном энергия есть кинетическая энергия выбитого партона.

Таким образом, переменная Бьёркена  $x$  определяет ту часть массы мишени  $x m_b$ , на которой лептон (частица  $a$ ) рассеивается упруго.

Второй этап рассеяния заключается в адронизации партонов в наблюдаемые частицы – в адронный ливень. Эффективную массу адронного ливня  $M_x$  (в ГНР её принято обозначать через  $W$ ) определяют из законов сохранения, т.е. из (6) имеем известное выражение

$$\begin{aligned} W^2 \equiv M_x^2 \equiv K_x^2 &= m_b^2 + 2m_b v - Q^2 = \\ &= m_b^2 + Q^2(1 - x)/x. \end{aligned} \quad (19)$$

Другую формулу для  $W^2$  найдём, если в (19) подставим вместо  $Q^2$  его выражение через  $x$  и  $\rho_x$  из (17):

$$M_x^2 = m_b^2 [x^2 + 2x(1 - x) \text{ch} \rho_x + (1 - x)^2], \quad (20)$$

т.е. вся родившаяся на втором этапе неупругого рассеяния адронная масса частиц может быть представлена через параметры промежуточного состояния (первого этапа), а именно эффективные массы выбитого партона  $x m_b$  и оставшегося партона-спектатора  $(1 - x) m_b$  (заметим, что выражения (17), (18) и (20) являются новыми и в основном обязаны применению геометрии пространства скоростей).

Новое выражение (20) интересно тем, что оно, во-первых, является функцией двух переменных  $x$  и  $\rho_x$  и, во-вторых, тем, что оно соответствует двум уравнениям, выражающим закон сохранения энергии и импульса при распаде  $M_x$  на две частицы с массами  $x m_b$  и  $(1 - x) m_b$ . Например, для эффективной массы  $M_x$  в её системе покоя имеем (см. рис.2, а):

$$\begin{aligned} M_x &= (1 - x) m_b \text{ch} \rho_{Mx} + x m_b \text{ch}(\rho_x - \rho_{Mx}); \\ (1 - x) m_b \text{sh} \rho_{Mx} &= x m_b \text{sh}(\rho_x - \rho_{Mx}), \end{aligned} \quad (21)$$



где  $\rho_{M_x}$  – быстрота адронной массы  $M_x$  в л.с. Следовательно, если известны (измерены)  $M_x$  и  $\rho_{M_x}$  (т.е. 4-вектор адронного ливня  $K_x$ ), то, решив систему (21), найдём  $x$  и  $\rho_x$ :

$$x = (2m_b M_x \operatorname{ch} \rho_{M_x} - M_x^2 - m_b^2) / [2m_b (M_x \operatorname{ch} \rho_{M_x} - m_b)] = -q_b^2 / (2q_b K_b), \quad (22)$$

$$\operatorname{sh}(\rho_x - \rho_{M_x}) = (1 - x) \operatorname{sh} \rho_{M_x} / x. \quad (23)$$

С учётом (9) формула (22) полностью совпадает с (7), т.е. она определяет инвариант  $x$  через параметры адронного ливня.

Таким образом, регистрируя (измеряя) 4-вектор адронного ливня (конечного результата этапа адронизации), можно восстановить результат первого этапа – этапа упругого рассеяния лептона на партоне (на части мишени)  $x m_b$ , где  $x$  – инвариант Бьёркена. В заключение запишем (22) в ещё более удобном для обобщения виде:

$$x = -q_b^2 / (2q_b K_b) = Q^2 / (2K_x K_b - 2K_b^2 - K_x^2 + K_x'^2) = Q^2 / (Q^2 + K_x^2 - K_b^2) \approx 1 / (1 + M_x^2 / Q^2), \quad (24)$$

где в знаменателе слагаемым  $K_b^2 / Q^2$  пренебрегли, полагая  $Q^2 \gg K_b^2$ .

**Асимптотическая свобода в механике нуклон-нуклонных взаимодействий**

При столкновении двух составных систем, обладающих структурой, например двух нуклонов, определить систему центра масс сталкивающихся партонов (как в случае с пучковым лептоном) не представляется возможным. Однако и здесь полагают, что гипотеза асимптотической свободы справедлива. Это означает, что при больших передачах сталкивающиеся партоны (или части нуклонов) частиц  $a$  и  $b$  –  $x_a m_a$  и  $x_b m_b$  – свободны (взаимодействие конstituентов внутри нуклона почти отсутствует, и они не связаны – энергия связи много меньше переданной энергии). Поэтому партоны рассеиваются в системе их центра масс упругим образом (см. рис. 2, б), а спектаторы  $(1 - x_a) m_a$  и  $(1 - x_b) m_b$  в этом (упругом) взаимодействии участия не принимают:

$$K_a + K_b = (1 - x_a) K_a + x_a K_a + x_b K_b + (1 - x_b) K_b = (1 - x_a) K_a + (x_a K_a)' + (x_b K_b)' + (1 - x_b) K_b = K_{xa} + K_{xb}, \quad (25)$$

где, как и в (11), штрихами обозначены упруго рассеянные партоны. (Для удобства их можно назвать активными партонами, а спектаторы – пассивными партонами.) В системе центра масс частиц  $a$  и  $b$  следует ожидать рождение двух противоположно направленных адронных ливней (струй)  $K_{xa}$  и  $K_{xb}$ . По аналогии с ГНР (см. формулу (20)) каждый из них можно выразить через соответствующую пару активных и пассивных партонов (см. рис. 2, б):

$$K_{xa}^2 \equiv M_{xa}^2 = [(x_a K_a)' + (1 - x_a) K_a]^2 = m_a^2 [x_a^2 + 2x_a(1 - x_a) \operatorname{ch} \rho_{xa} + (1 - x_a)^2], \quad (26)$$

$$K_{xb}^2 \equiv M_{xb}^2 = [(x_b K_b)' + (1 - x_b) K_b]^2 = m_b^2 [x_b^2 + 2x_b(1 - x_b) \operatorname{ch} \rho_{xb} + (1 - x_b)^2], \quad (27)$$

где  $\rho_{xa}$  – быстрота партона  $x_a m_a$  (в системе покоя  $a$ -частицы) и  $\rho_{xb}$  – быстрота партона  $x_b m_b$  (в системе покоя  $b$ -частицы).

Аналогично ГНР, зная (измеряя) 4-вектора адронных ливней  $K_{xa}$  и  $K_{xb}$ , можно найти неизвестные  $x_a$  и  $x_b$  по формуле (24), в которой  $q_a = -(K_{xa} - K_a)$ ,  $q_b = -(K_{xb} - K_b)$ , т.е.

$$x_a = -q_a^2 / (2q_a K_a) \approx 1 / (1 + M_{xa}^2 / Q^2),$$

$$x_b = -q_b^2 / (2q_b K_b) \approx 1 / (1 + M_{xb}^2 / Q^2). \quad (28)$$

При этом, как следует из (25), должно выполняться равенство

$$-q_a^2 = -q_b^2 = Q^2. \quad (29)$$

Таким образом, практически задача сводится к выполнению следующих двух условий для нуклон-нуклонных событий:

- 1) регистрация (измерение) всего адронного ливня  $M_x$ ;
- 2) возможность его разделения в системе центра масс сталкивающихся частиц  $a$  и  $b$  на две части  $M_{xa}$  и  $M_{xb}$ .

Полагая, что каждый из ливней соответствует своей паре партонов на первом этапе взаимодействия (см. формулы (26)–(27)), можно оценить  $x_a$ ,  $x_b$  и  $Q^2$  по формулам (28)–(29).

Очевидно, наиболее вероятными кандидатами в такие события являются двухструйные события. Очевидно также, что и в двухструйных событиях адронные ливни  $M_{xa}$  и  $M_{xb}$  могут перекрываться в системе центра масс. Однако с ростом энергии это перекрытие может оказаться не столь чувствитель-



ным к значениям величин, подлежащих оценке. Поэтому второе условие представляется выполнимым при высоких энергиях, когда вторичные частицы рождаются в основном в двух направлениях, соответствующих сталкивающимся пучкам. Современные установки, ориентированные на энергии адронного коллайдера в ЦЕРН, могут соответствовать отмеченным условиям и сделанным предположениям.

Для иллюстрации подхода на рис. 3–7 представлены некоторые результаты обработки 2000 событий  $pp$ -взаимодействий на ЛНС при энергии в с.ц.м. 10 ТэВ, сгенерированных программой RUTHIA. События отбирались без требований на выполнение строгого соответствия с экспериментальной выборкой (сечением), и результаты имеют демонстрационный характер. В каждом событии разбиение на два ливня производилось в с.ц.м. по знаку продольного импульса вторичной частицы, т.е. вперёд (положительная полусфера, соответствующая величина на рисунке имеет индекс  $a$ ) и назад (отрицательная полусфера, соответствующая величина на рисунке имеет индекс  $b$ ). Для каждого ливня вычислялись: эффективная масса, бёркеновский инвариант  $x$  и переданный 4-импульс согласно предложенному алгоритму. Также для каждого события извлекались переменные  $x_1$  и  $x_2$ , определённые программой RUTHIA (в соответствии с требованиями

КХД), и вычислялась энергия упругого взаимодействия (эффективная масса) активных партонов  $S_{xab}$ :

$$S_{xab} = (x_a K_a + x_b K_b)^2 = m_b^2 (x_a^2 + 2x_a x_b \text{ch}\rho_0 + x_b^2) \approx x_a x_b S, \quad (30)$$

где  $\rho_0$  – быстрота между налетающими нуклонами,  $m_b$  – масса нуклона.

На рисунках представлены следующие распределения: рис. 3,  $a$  – по эффективным массам  $M_{xa}$  и  $M_{xb}$ ,  $b$  – совместное их распределение; рис. 4,  $a$  – по бёркеновским  $x_a$  и  $x_b$ ,  $b$  – совместное их распределение; рис. 5,  $a$  – по переданному 4-импульсу  $Q_a^2$ ,  $Q_b^2$ ,  $b$  – совместное их распределение; рис. 6 – по переменным  $x_1$  и  $x_2$ , сгенерированным программой RUTHIA; рис. 7 – по эффективной массе активных партонов  $\sqrt{S_{xab}}$ .

Результаты показывают, что распределения величин, вычисленных в соответствии с предложенным алгоритмом, находятся в физически разрешённых пределах. Как и ожидалось, выполняется требуемое условие (29) (см. рис. 5,  $b$ ) и не совпадают распределения для  $x_a$ ,  $x_b$  (см. рис. 4) и для  $x_1$ ,  $x_2$  (см. рис. 6), полученных по разным алгоритмам. Из представленных результатов следует, что инварианты, определённые через параметры зарегистрированных адронных ливней, представляют интерес и могут быть использованы как наблюдаемые для изучения взаимодействий на ЛНС.

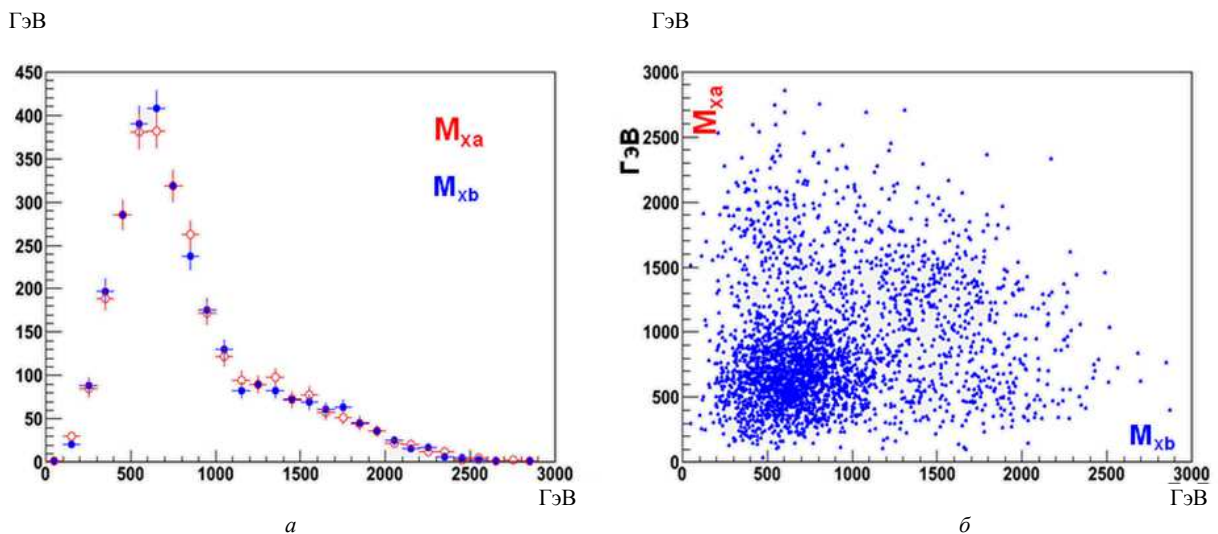


Рис. 3.  $M_{xa}$  ( $a$ ) и  $M_{xb}$  ( $b$ ) распределения для  $pp$ -столкновений при 10 ТэВ

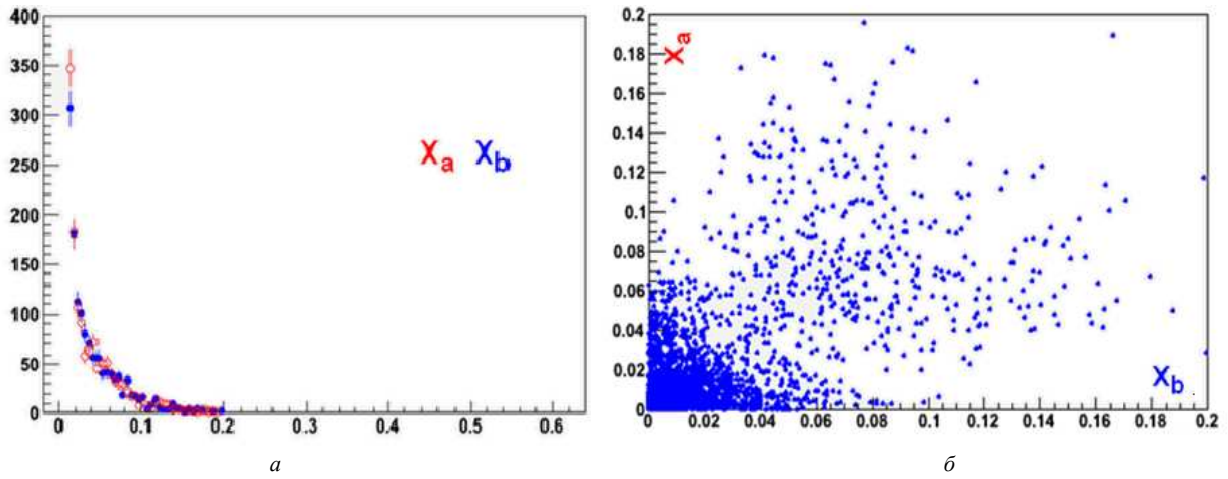


Рис. 4.  $x_a(a)$  и  $x_b$ -распределения (б) для pp-столкновений при 10 ТэВ

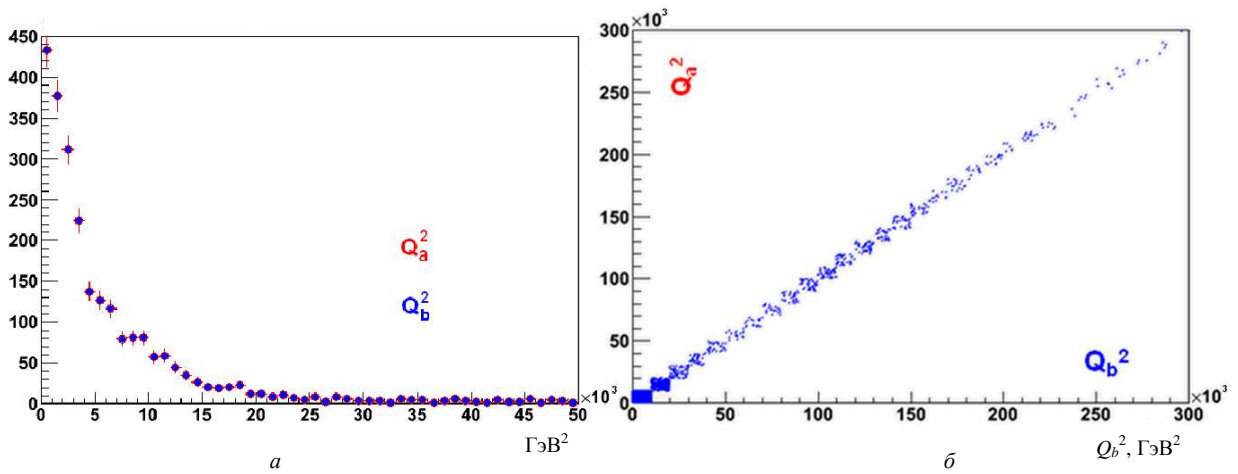


Рис. 5.  $Q_a^2(a)$  и  $Q_b^2$ -распределения (б) для pp-столкновений при 10 ТэВ

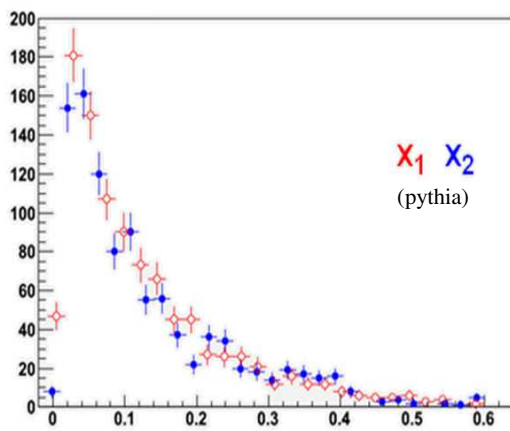


Рис. 6. Распределения по  $x_1, x_2$

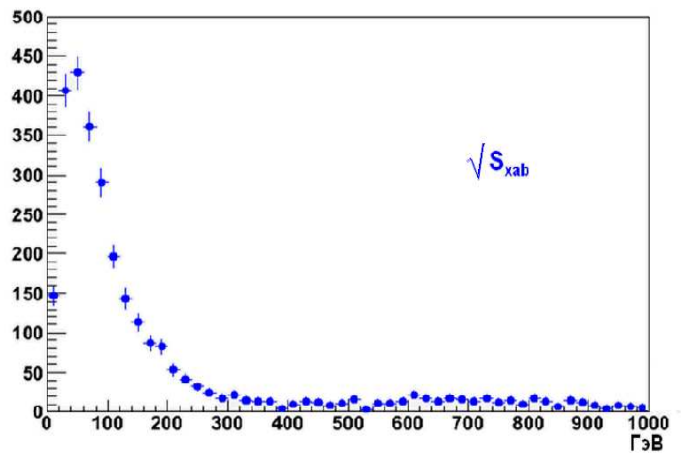


Рис. 7. Распределение по  $\sqrt{S_{xab}}$



## Заключение

Рассмотрено применение гипотезы АС в механике столкновения составных частиц при высоких энергиях. Показано, что АС обуславливает (как и модель Фейнмана) двухэтапный механизм взаимодействия: упругое рассеяние групп конstituентов на первом этапе с последующей их адронизацией на втором; сами группы конstituентов  $x_g$  совпадают с партонами Бьёркена  $x$ .

Показано, что упругий характер столкновения партонов позволяет, в свою очередь, определить инвариантные переменные ( $x_a$ ,  $x_b$  и переданный 4-импульс  $Q^2$ ), аналогичные используемым в ГНР, через параметры двух регистрируемых адронных ливней.

Предложенный подход может представлять интерес для КХД-обработки совместных данных ГНР и адронных взаимодействий (global fit), для развития концепции кумулятивных событий, поиска кварк-глюонной плазмы и промежуточной фазы на NICA (здесь требуется дополнительное изучение).

Автор выражает благодарность В.В. Кухтину, О.В. Рогачевскому, А.П. Чеплакову и Н.Д. Джавадову за полезные обсуждения и помощь в работе.

УДК 537.533.9+51-73

# ПОЛУЧЕНИЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ФУНКЦИИ ВЛИЯНИЯ

И.П. Юдин

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна  
E-mail: yudin@jinr.ru

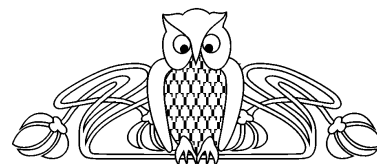
Приведены алгоритмы решения неоднородных дифференциальных уравнений с помощью метода функции влияния. Исследуются неоднородные дифференциальные уравнения нелинейной динамики заряженных частиц в соленоидальном магнитном поле.

В работе используются алгоритмы замены нелинейных членов на разложение их по начальным, известным значениям вектора состояния. Приведены формулы для абберрационных коэффициентов нелинейной оптики. Получены результаты для рассматриваемого приложения (канал инжекции синхротрона для адронной терапии).

**Ключевые слова:** функция влияния, неоднородные дифференциальные уравнения, нелинейная динамика пучков заряженных частиц, соленоидальное магнитное поле.

## Список литературы

1. Тэйлор Р.Э. Глубокоупругое рассеяние: Ранние годы // УФН. 1991. Т.161. С.39–73.
2. Кендалл Г.У. Глубокоупругое рассеяние: Эксперименты на протоне и наблюдение скейлинга // УФН. 1991. Т.161. С.75–106.
3. Фридман Дж.Ф. Глубокоупругое рассеяние: сравнение с кварковой моделью // УФН. 1991. Т.161. С.106–128.
4. Feynman R. Very High-Energy Collisions of Hadrons // Phys. Rev. Lett. 1969. Vol.23. P.1415–1417.
5. Bjorken J.D., Paschos E. Inelastic Electron-Proton and  $\gamma$ -Proton Scattering and the Structure of the Nucleon // Phys. Rev. 1969. Vol.185. P.1975–1982.
6. Gross D.J., Wilczek F. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories // Phys. Rev. Lett. 1973. Vol.30. P.1343–1346.
7. Politzer H.D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? // Phys. Rev. Lett. 1973. Vol.30. P.1346–1349.
8. Гросс Д.Дж. Открытие асимптотической свободы и появление КХД // УФН. 2005. Т.175. С.1306–1318.
9. Балдин А.М. Физика релятивистских ядер // ЭЧАЯ. 1977. Т.8. С.429–477.
10. Балдин А.М., Балдин А.А. Релятивистская ядерная физика: пространство относительных 4-скоростей, симметрии решений, принцип ослабления корреляций, подобие, промежуточные асимптотики // ЭЧАЯ. 1998. Т.29. С.577–630.
11. Черников Н.А. Геометрия Лобачевского и релятивистская механика // ЭЧАЯ. 1973. Т.4. С.773–810.



## Solution Method of the Nonlinear Equations of Mathematical Physics by the Influence Function

I.P. Yudin

The nonhomogeneous differential equation was investigated by means of a method of the influence function for the problems of nonlinear beam dynamics in the solenoid magnetic field up to the third order. The algorithms within the matrix formalism to obtain the solution of nonlinear equations by the influence function method, are described. Formulas – a view of the influence function and the solution of the nonhomogeneous differential equation are received for the potentials responsible for the nonhomogeneity in the investigated differential equation. The program is written for analytical and numerical solutions (results for the considered application are given).

**Key words:** influence function, nonhomogeneous differential equation, nonlinear beam dynamics, solenoidal magnetic field.



### 1. Метод функций влияния

Приведем обоснование применения метода функций влияния как одного из действенных методов решения нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, являющихся уравнениями движения заряженных частиц во многих известных конфигурациях электрических и магнитных полей.

Рассмотрим неоднородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами

$$L(u) = u^{(n)} + p_1 u^{(n-1)} + \dots + p_{n-1} u^{(1)} + p_n u = f(s)$$

$$(u^{(i)} = \frac{\partial^i u}{\partial s^i})$$

и начальными условиями

$$u^{(i)}(0) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n-1).$$

Его решение дается формулой

$$u(s) = \int_0^s U(s-\xi) \cdot f(\xi) \cdot d\xi \quad (0 < \xi < s),$$

где функция влияния  $U(s-\xi)$  есть решение однородного уравнения

$$L(U) = U^{(n)} + p_1 U^{(n-1)} + \dots + p_{n-1} U^{(1)} + p_n U = 0$$

с начальными условиями

$$U^{(i)}(0) = 0, \quad (i = 0, 1, \dots, n-2), \quad U^{(n-1)}(0) = 1.$$

### 2. Нелинейные уравнения движения

Выберем цилиндрическую систему координат  $(r, \vartheta, z)$  с осью  $Z$ , направленной вдоль оси соленоида. Запишем уравнение Лоренца для силы, действующей на частицу с зарядом  $q$  и массой покоя  $m$ , находящуюся во внешнем осесимметричном поле. Положив  $E_r = E_z = E_\vartheta = B_\vartheta = 0$ , получим следующие исходные уравнения движения в магнитном поле соленоида по проекциям:

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \dot{r}) - \gamma m \dot{\vartheta}^2 - q r \dot{\vartheta} B_z = 0, \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \gamma m r^2 \dot{\vartheta} + q \int_0^r B_z r dr \right) = 0, \quad (1б)$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \dot{z}) + q r \dot{\vartheta} B_r = 0. \quad (1в)$$

где  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $\beta = v/c$ ,  $v$  – скорость частицы,  $c$  – скорость света,  $B_r$  и  $B_z$  – компоненты магнитного поля.

Нетрудно получить разложение скалярного магнитного потенциала по степеням  $r$

$$\varphi(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{2n}(z) \frac{\left(\frac{r}{2}\right)^{2n}}{(n!)^2}, \quad (2)$$

удовлетворяющее условию симметрии  $\varphi(r, z) = \varphi(-r, z)$ . В данной геометрии ограничимся членами разложения компонент поля до третьего порядка включительно:

$$B_z(r, z) = B(z) - \frac{1}{4} B''(z) r^2 + \dots, \quad (3a)$$

$$B_r(r, z) = -\frac{1}{2} B'(z) r + \frac{1}{16} B'''(z) r^3 - \dots, \quad (3б)$$

где  $B(z)$  – аксиальное магнитное поле, производные от  $B(z)$  берутся по  $z$ . Интегрируя уравнение движения частицы с начальным условием  $\theta = 0$ , получим уравнение для угловой скорости  $\theta$  в любой точке внутри поля линзы:

$$\dot{\vartheta} = \omega_l \cdot \left( 1 - \frac{B''}{8B} r^2 \right),$$

где  $\omega_l = \frac{qB(z)}{2\gamma m c}$  – ларморова частота.

Отбрасывая члены выше третьего порядка, нелинейное уравнение для радиальной траектории частицы запишем в виде

$$r'' = -k^2 r \left( 1 - \frac{B''}{2B} r^2 + r'^2 + k^2 r^2 - \frac{B'}{B} r r' \right), \quad (4)$$

где  $k = \frac{qB(z)}{2\gamma m c \beta} = \frac{qB(z)}{2p}$  – фокусирующая

сила линзы,  $p$  – импульс частицы. Выбрав среди частиц пучка «равновесную» с импульсом  $p_0$ , можно для любой частицы с импульсом  $p = p_0(1 + \delta)$  после разложения в ряд по отклонениям  $\delta$  записать окончательное траекторное уравнение:

$$r'' = -k_0^2 r \left[ 1 - 2\delta - \frac{B''}{2B} r^2 + r'^2 + k_0^2 r^2 - \frac{B'}{B} r r' + 3\delta^2 \right], \quad (5)$$





$$\text{где } k_0 = \frac{qB(z)}{2\gamma mc\beta} = \frac{qB(z)}{2p_0}.$$

Можно заметить, что абберации второго порядка для соленоидального поля являются хроматическими (т.е. зависящими только от  $\delta$ ).

При малых значениях  $r$ ,  $r'$  и  $\delta$  получаем линейное уравнение движение для параксиальной частицы

$$r'' = -k_0^2(z)r. \quad (6)$$

### 3. Линейная оптика соленоидальной линзы

Выберем вектор состояния с независимыми переменными  $r$ ,  $r'$ ,  $l$  и  $\delta$ . Здесь  $l$  – различие в длинах траекторий между равновесной и выбранной частицы. Выбрав центральную траекторию в качестве равновесной, можно определить переменную  $l$  как

$$l = \int_0^z \left( \sqrt{1 + r'^2 + r^2 \vartheta'^2} - 1 \right) dz. \quad (7)$$

На интервале  $\Delta_i = (z_i, z_{i+1})$  постоянства  $k_i$  известно решение линейного уравнения:

$$\begin{pmatrix} r_i \\ r'_i \\ l \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_i \Delta & k_i^{-1} \sin k_i \Delta & 0 & 0 \\ -k_i \sin k_i \Delta & \cos k_i \Delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{i-1} \\ r'_{i-1} \\ l \\ \delta \end{pmatrix} \quad (8)$$

Матрица перехода на всем интервале действия поля вычисляется путем перемножения  $N$  матриц  $R^i$  из (2.1):

$$R(D) = \prod_{i=1}^N R^i = R^N \cdot R^{N-1} \cdot \dots \cdot R^1. \quad (9)$$

### 4. Уравнение второго порядка

Уравнение второго порядка здесь

$$r'' = -k^2 r \cdot (1 - 2\delta), \quad (10)$$

а вектор начального состояния есть  $X^0 = (r_0, r'_0, l, \delta)$ . Вектор состояния  $X = (r, r', l, \delta)$  предлагается искать в виде

$$X_i(z) = \sum_{j=1}^4 R_{ij}(z) X_j^0 + \sum_{j=1}^4 \sum_{k=j}^4 T_{ijk}(z) X_j^0 X_k^0 + \sum_{j=1}^4 \sum_{k=j}^4 \sum_{l=k}^4 U_{ijkl}(z) X_j^0 X_k^0 X_l^0, \quad (11)$$

где  $R_{ij}$ ,  $T_{ijk}$  и  $U_{ijkl}$  определим как абберационные коэффициенты соответственно первого, второго и третьего порядка.

Будем использовать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} R_{2j} &= R'_{1j}, \quad R_{4j} = R'_{3j}, \\ T_{2jk} &= T'_{1jk}, \quad T_{4jk} = T'_{3jk}, \\ U_{2jkl} &= U'_{1jkl}, \quad U_{4jkl} = U'_{3jkl}. \end{aligned} \quad (12)$$

Нетрудно получить дифференциальные уравнения для коэффициентов  $R_{ij}$ :

$$R''_{ij} + k^2 R_{ij} = 0, \quad i=1, 2, \quad j=1, \dots, 4. \quad (13)$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} R_{11}(0) = 1, \quad R_{12}(0) = R_{13}(0) = R_{14}(0) = 0, \\ R'_{1j}(0) = 0, \quad j=1, \dots, 4, \\ R_{21}(0) = 1, \quad R_{21}(0) = R_{23}(0) = R_{24}(0) = 0, \\ R'_{2j}(0) = 0, \quad j=1, \dots, 4. \end{cases} \quad (14)$$

Из формулы (8) следует, что  $R_{33}(z) = 1$  и  $R_{44}(z) = 1$ .

Вычисляя функцию влияния  $U(z, \xi)$  для (10), получим:

$$U(z, \xi) = \frac{1}{k} \sin(k(z - \xi)). \quad (15)$$

Теперь можно записать соотношение для  $r(z)$  во втором порядке как

$$\begin{aligned} r(z) &= R_{11} r_0 + R_{12} r'_0 + R_{13} l + R_{14} \delta + \\ &+ T_{111} r_0^2 + T_{112} r_0 r'_0 + T_{113} r_0 l_0 + T_{114} r_0 \delta + \\ &+ T_{122} r_0'^2 + T_{123} r_0' l_0 + T_{124} r_0' \delta + \\ &+ T_{133} l_0^2 + T_{134} l_0 \delta + T_{144} \delta^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставим (16) в (10). Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях, легко определим, что все абберационные коэффициенты второго порядка являются решениями уравнений гармонических колебаний с «вы-



нуждающимися силами», равными произведениям абберрационных коэффициентов первого порядка:

$$f_{ijk}^T(\xi) = \sum_m \sum_n E_{imn} R_{mj}(\xi) R_{nk}(\xi). \quad (17)$$

с начальными условиями:

$$\begin{cases} T_{1jk}(0) = T'_{1jk}(0) = 0, \\ T_{2jk}(0) = T'_{2jk}(0) = 0, \\ T'_{2jk}(0) = T''_{1jk}(0) = f_{1jk}^T(0). \end{cases} \quad (18)$$

Действительно,

$$T''_{111} + k^2 T_{111} = 2k^2 R_{11} R_{41},$$

$$T''_{112} + k^2 T_{112} = 2k^2 (R_{11} R_{42} + R_{12} R_{41})$$

и т.д.

Из общего вида R-матрицы (8) и последних уравнений следует, что

$$\begin{aligned} T_{111}(z) = T_{112}(z) = T_{113}(z) = T_{122}(z) = \\ = T_{123}(z) = T_{133}(z) = T_{134}(z) = T_{144}(z) = 0. \end{aligned}$$

Учитывая (15) и (12), легко определить ненулевые элементы T-матрицы, удовлетворяющие условию (18):

$$\begin{cases} T_{114}(z) = kz \sin kz, \\ T_{124}(z) = \frac{1}{k} \sin kz - z \cos kz, \\ T_{214}(z) = k \sin kz + k^2 z \cos kz, \\ T_{224}(z) = kz \sin kz. \end{cases} \quad (19)$$

С учетом членов второго порядка интеграл (7) запишется как

$$l = \frac{1}{2} \int_0^z (k^2 r^2 + r'^2) dz - \dots \quad (20)$$

Ненулевые матричные элементы 3-й строки T-матрицы имеют вид

$$\begin{cases} T_{311}(z) = \frac{k^2 z}{2}, \\ T_{322}(z) = \frac{z}{2}. \end{cases} \quad (21)$$

### 5. Уравнение третьего порядка

Ограничиваясь членами третьего порядка, можно записать, что

$$\begin{aligned} r(z) = R_{11} r_0 + R_{12} r'_0 + T_{114} r_0 \delta + T_{124} r'_0 \delta + \\ + U_{1111} r_0^3 + U_{1211} r_0^2 r'_0 + U_{1311} r_0^2 l_0 + U_{1411} r_0^2 \delta + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + U_{1122} r_0 r_0'^2 + U_{1123} r_0 r_0' l_0 + U_{1124} r_0 r_0' \delta + \\ + U_{1133} r_0 l_0^2 + U_{1134} r_0 l_0 \delta + U_{1144} r_0 \delta^2 + \\ + U_{1222} r_0'^3 + U_{1223} r_0'^2 l_0 + U_{1224} r_0'^2 \delta + \\ + U_{1133} r_0 l_0^2 + U_{1134} r_0 l_0 \delta + U_{1144} r_0 \delta^2 + \\ + U_{1222} r_0'^3 + U_{1223} r_0'^2 l_0 + U_{1224} r_0'^2 \delta + \\ + U_{1133} r_0 l_0^2 + U_{1134} r_0 l_0 \delta + U_{1144} r_0 \delta^2 + \\ + U_{1333} l_0^3 + U_{1334} l_0^2 \delta + U_{1344} l_0 \delta^2 + U_{1444} \delta^3. \end{aligned} \quad (22)$$

Теперь подставляем (22) в (5). Все коэффициенты  $U_{ijkl}$ , также как и  $T_{ijk}$ , являются решениями уравнений гармонических колебаний с «возбуждающими силами»

$$\begin{aligned} f_{ijkl}^U = \sum_m \sum_n E_{imn} R_{mj} T_{nkl} + \\ + \sum_m \sum_n E_{imn} T_{mjk} R_{nl} + \sum_m \sum_n \sum_p F_{imnp} R_{nj} R_{mk} R_{pl} \end{aligned}$$

и начальными условиями:

$$\begin{cases} U_{1jkl}(0) = U'_{1jkl}(0) = U_{2jkl}(0) = 0, \\ U'_{2jkl}(0) = f_{1jkl}^U(0). \end{cases}$$

Для разложения (22) нетрудно получить следующие (не равные нулю) коэффициенты строки  $U_{ijkl}$  из уравнений:

$$\begin{aligned} U''_{1111} + k^2 U_{1111} = k^2 \left( \frac{B''}{2B} - k^2 \right) R_{11}^3 - \\ - k^2 R_{11} R_{21}^2 + k^2 \frac{B'}{B} R_{11}^2 R_{21}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U''_{1211} + k^2 U_{1211} = 3k^2 \left( \frac{B''}{2B} - k^2 \right) R_{11}^2 R_{12} - \\ - 2k^2 R_{11} R_{21} R_{22} - k^2 R_{12} R_{21}^2 + \\ + 2k^2 \frac{B'}{B} R_{11} R_{12} R_{21} + k^2 \frac{B'}{B} R_{11}^2 R_{22} \end{aligned}$$

и т.д.

Окончательный вид искомым коэффициентов разложения  $r(z)$  и  $r'(z)$ , учитывая (12), таков:

$$\begin{aligned} U_{1111} = \frac{1}{8} \left( \frac{3B''}{2B} - 4k^2 \right) kz \cos kz + \\ + k \frac{B'}{8B} kz \cos kz - k \frac{B'}{4B} \sin kz + \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + \frac{B''}{32B} \cos kz \sin kz + k \frac{B'}{16B} \sin kz \sin 2kz, \\
 U_{1211} & = -\frac{1}{8k} \left( \frac{3B''}{2B} - k^2 \right) kz \cos kz + \\
 & + \frac{1}{2k} \left( \frac{3B''}{8B} - k^2 \right) \sin kz + \frac{B'}{8B} (kz \sin kz + \\
 & + \frac{3}{2} \sin kz \sin 2kz) + \frac{3B''}{16kB} \sin^3 kz, \\
 U_{1122} & = \frac{1}{8k^2} \left( \frac{3B''}{2B} - 4k^2 \right) kz \sin kz - \\
 & - \frac{3B''}{32k^2 B} \sin kz \sin 2kz + \frac{B'}{8kB} kz \cos kz - \\
 & - \frac{B'}{8kB} \sin kz + \frac{3B'}{8kB} \sin^3 kz, \\
 U_{1144} & = -\frac{1}{2} kz \sin kz - \\
 & - \frac{1}{2} k^2 z^2 \cos kz - \frac{1}{4} kz \cos kz \sin 2kz, \\
 U_{1222} & = -\frac{1}{2k^3} \left( \frac{3B''}{8B} - k^2 \right) (kz \cos kz - \sin kz) + \\
 & + \frac{B'}{8k^2 B} kz \sin kz + \frac{B''}{16k^3 B} \sin^3 kz - \\
 & - \frac{B'}{16k^2 B} \sin kz \sin 2kz, \\
 U_{1244} & = -\frac{1}{2} z \sin kz, \\
 U_{2111} & = \frac{k}{8} \left( \frac{3B''}{2B} - 4k^2 \right) kz \cos kz + \\
 & + \frac{k}{8} \left( \frac{B''}{B} - 4k^2 - k \frac{B'}{B} kz \right) \sin kz + \\
 & + \frac{3k}{16B} \left( \frac{B''}{2} \cos kz - kB' \sin kz \right) \sin 2kz, \\
 U_{2122} & = \frac{1}{2k} \left( \frac{3B''}{8B} - k^2 \right) kz \cos kz + \\
 & + \frac{1}{2k} \left( \frac{3B''}{4B} - k^2 - k^2 z \frac{B'}{4B} \right) \sin kz -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{9}{16} \left( \frac{B''}{2kB} \cos kz - \frac{B'}{B} \sin kz \right) \sin 2kz, \\
 U_{2222} & = -\frac{1}{2k} \left( \frac{3B''}{8B} - k^2 \right) kz \sin kz + \\
 & + \frac{B'}{8kB} kz \cos kz + \frac{B'}{4kB} \sin kz + \\
 & + \frac{3}{16k} \left( \frac{B''}{2kB} \sin kz - \frac{B'}{B} \cos kz \right) \sin 2kz, \\
 U_{2144} & = -k \sin kz - 2k^2 z \cos kz + \\
 & + \frac{k^3 z^2}{2} \sin kz + \frac{3k}{4} \sin kz \sin 2kz, \\
 U_{2244} & = -\frac{1}{2} (\sin kz + kz \cos kz).
 \end{aligned}$$

Подставляя разложения для  $r(z)$  и  $r'(z)$  до второго порядка в (7), получим следующие ненулевые элементы строки  $U_{3jki}$ :

$$\begin{cases}
 U_{3114}(z) = -k(1 - \cos kz), \\
 U_{3214}(z) = \frac{1}{2} \sin^2 kz, \\
 U_{3224}(z) = \frac{1}{2k} \left( kz - \frac{1}{2} \sin 2kz \right).
 \end{cases}$$

Для дальнейших вычислений величин  $r(z)$  и  $r'(z)$  можно привести следующую удобную формулу:

$$\begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix} = [R + T_4 \cdot \delta + U_{11} \cdot r_0^2 + U_{22} \cdot r_0'^2 + U_{44} \cdot \delta^2] \cdot \begin{pmatrix} r_0 \\ r_0' \end{pmatrix},$$

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}, T_4 = \begin{pmatrix} T_{114} & T_{124} \\ T_{214} & T_{224} \end{pmatrix},$$

$$U_{11} = \begin{pmatrix} U_{1111} & U_{1211} \\ U_{2111} & U_{2211} \end{pmatrix}, U_{22} = \begin{pmatrix} U_{1122} & U_{1222} \\ U_{2122} & U_{2222} \end{pmatrix},$$

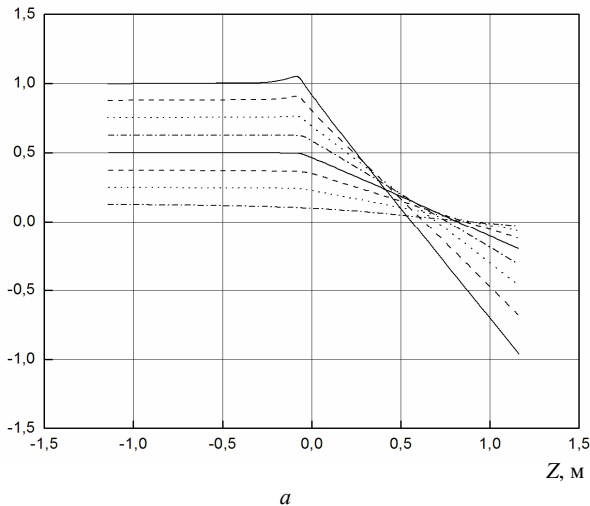
$$U_{44} = \begin{pmatrix} U_{1144} & U_{1244} \\ U_{2144} & U_{2244} \end{pmatrix}.$$



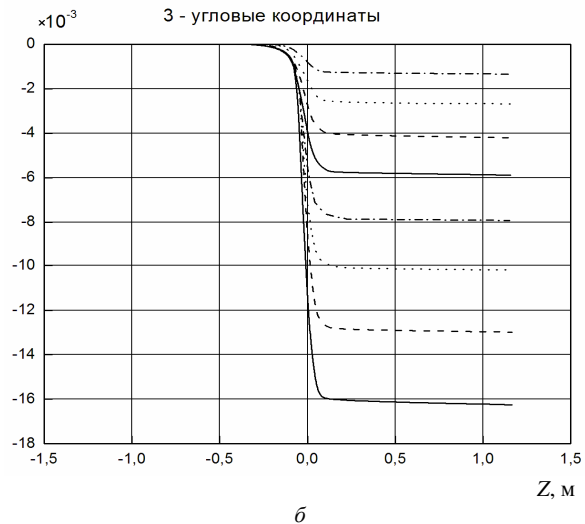
**Заключение**

Для получения решения нелинейных уравнений представление (11) оказалось продуктивным. Результат прохождения пучка

Радиус  $R$ , см



Угол  $R$ , рад



Траектории частиц пучка (а) и угловые координаты частиц вдоль пучка (б) в реальном магнитном поле соленоида. Приближение третьего порядка.

Внешние частицы пучка пересекают осевую линию намного раньше места предполагаемого фокуса линзы. Это приводит к существенному искривлению фазовых прямых. Уже к  $z = 0.2$  м движение пучка перестает быть ламинарным, формируется трубчатая структура плотности тока. К  $z = 0.4$  м

образуется довольно отчетливое гало вокруг центральной плотной области. В дальнейшем подобная структура сохраняется. Отметим большое влияние aberrации третьего порядка в приведенной линзе, тогда как хроматическая aberrация существенна лишь до  $z = 0.4$  м.

УДК 537.86/87

## РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ С МОДУЛИРОВАННОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ

В.А. Кузнецов

Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И. Вавилова  
E-mail: kuznetsov.va1948@yandex.ru



Показано, что в основе направленной самоорганизации электронного потока в полупроводниках может быть механизм, основанный на взаимодействии потока с неоднородностями, образованными фиксированным распределением диэлектрической проницаемости. В квазибаллистическом режиме рассмотрено поведение резонансных значений амплитуд скорости потока в зависимости от факторов неоднородности.

**Ключевые слова:** самоорганизация электронного потока, квазибаллистический режим, полупроводниковые структуры, гидродинамический метод, резонансные свойства, параметры неоднородности.

### Resonant Properties of Electronic Flows in Semiconductor Structures with Modulated Dielectric Permeability

V.A. Kuznetsov

It is shown that the directed self-organizing of an electronic flow in semiconductors may be caused by a mechanism based on interaction of the flow with heterogeneities formed by a fixed distribution of dielectric permeability. The behavior of resonant amplitude values of the flow speed in a quasiballistic mode is considered depending on heterogeneity factors.

**Key words:** self-organizing of electronic flow, quasiballistic mode, semiconductor structures, hydrodynamical method, resonant properties, parameters of heterogeneity.



Основой для развития термодинамики неравновесных систем явилась работа [1], в которой рассматривались процессы самоорганизации. К числу таких процессов можно отнести образование пространственно-периодических структур (ППС) при движении электронов через плазму твёрдого тела, существенной особенностью которой является неравновесность плазменного состояния. Это связано с тем, что рабочая напряжённость электрического поля  $E$ , как правило, велика по сравнению с величиной  $kT/el$ , где  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура,  $e$  – заряд электрона,  $l$  – характерный размер полупроводниковой структуры. В баллистическом (бесстолкновительном) режиме (БР) эта длина  $l$  меньше, чем длина релаксации по импульсу ( $l_i$ ). В квазibalлистическом режиме (КР), когда существуют единичные акты рассеивания, указанные длины совпадают. В настоящее время с помощью молекулярно-лучевой эпитаксии могут быть получены структуры на основе GaAs с общей толщиной 1–2 мкм, в которых реализуется БР при температуре 77 К [2]. При температуре жидкого гелия в Ge БР возможен на толщинах 20 мкм [3]. При указанных толщинах основные свойства среды (включая диэлектрическую проницаемость) сохраняют свой физический смысл, что даёт возможность использовать классический электродинамический подход. Следует отметить работу [4], в которой рассмотрена роль столкновений с оптическими фононами в динамике движения электронов. При энергиях, сообщённых электрону, больших, чем энергия оптического фонона, электрон практически мгновенно испускает оптический фонон и рассеивается на этих фононах, что приводит к переходу от БР к КР и далее к дрейфовому режиму. Поэтому для выполнения условий БР и КР обычно используют низкоэнергетические режимы.

Известна работа [5] по исследованию влияния нейтрализующего положительного заряда на образование ППС при движении электронного потока в вакууме, в которой определена реакция электронов на неоднородность распределения нейтрализующего положительного заряда. Если в вакууме условие, согласно которому скорость направ-

ленного движения  $v$  больше тепловой скорости  $v_T$ , легко выполнимо, то в полупроводниках оно реализуется при БР, т.е. при низких температурах и в высококачественных структурах. Физической причиной образования ППС при распространении электронного пучка в вакууме является кулоновское взаимодействие электронов с нейтрализующим положительным зарядом. В полупроводниковых структурах с изменяющейся диэлектрической проницаемостью, кроме кулоновского механизма, который в значительной мере ослаблен, образование и резонансные свойства ППС связаны с действием механизма, связанного с созданием встроенного градиента диэлектрической проницаемости  $\chi$  и группировки электронного потока за счёт этого эффекта. Технология получения такой слоёной полупроводниковой структуры связана с методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Такие многослойные структуры, у которых модуляция  $\chi$  и, следовательно, показателя преломления осуществляется в масштабе, сравнимом с длиной волны электромагнитного излучения, называются фотонными кристаллами и в настоящее время являются объектом исследований перспективного направления не только оптики, но и физики твёрдого тела. Сущность электродинамики в таких структурах такова. На границе двух слоёв (1 и 2) с разной  $\chi$  выполняется условие равенства нормальной составляющей вектора электрического смещения:

$$\chi_1 E_1 = \chi_2 E_2. \quad (1)$$

Согласно вышеприведённому уравнению (1) электроны, переходя из области с большей диэлектрической проницаемостью в область с меньшей  $\chi$ , попадают в область с более сильным полем и приобретают большую скорость. Для электронного потока имеет место уравнение непрерывности:

$$n_1 v_1 = n_2 v_2. \quad (2)$$

Из уравнения непрерывности (2) следует, что в области с большей скоростью концентрация электронов уменьшается и таким образом возникает группировка электронного потока. Внешним напряжением можно управлять этой группировкой, уменьшая или увеличивая градиент концентрации электро-



нов, что представляет несомненный интерес при разработках полупроводниковых приборов с управляемой концентрационной неоднородностью [6]. Выявленные условия существования КР и группировки электронов позволяют применить к задаче гидродинамический подход, в котором применяется приближение эффективной массы, взаимодействие с решёткой учитывается с помощью эффективных частот столкновений, поток носителей представляется потоком заряженной жидкости и т.д. Кроме того, поскольку скорости электронов не сильно различаются, то применение гидродинамического подхода для описания КБ переноса представляется в данном случае более адекватным, так как позволяет получить информацию о широком интервале изменений параметров более простым способом, чем в случае кинетического подхода [7].

Рассмотрим движение электронов в области  $x > 0$ , причём плоскость  $x = 0$  является инжектирующей, и концентрация электронов в ней равна  $n_0$ , концентрацию положительных ионов будем считать постоянной и равной  $n_i$ . Величина электрического поля зависит от пространственного распределения электронов, ионов, диэлектрической проницаемости структуры, которая изменяется по закону:

$$\chi = \chi_i - \chi_i^1 \sin(k_0 x) = \chi_i (1 - h \sin(k_0 x)), \quad (3)$$

где  $\chi_i$  – постоянная составляющая диэлектрической проницаемости,  $\chi_i^1$ ,  $k_0$  – амплитуда и масштаб диэлектрической неоднородности,  $h = \chi_i^1 / \chi_i$  – малая величина параметра неоднородности.

В стационарном случае уравнение непрерывности имеет вид

$$n v = n_0 v_0. \quad (4)$$

Уравнение движения электронов в гидродинамическом приближении запишется следующим образом:

$$v \frac{dv}{dx} = -\frac{e}{m} E - \varphi \cdot v - \frac{v_T^2}{n} \frac{dn}{dx}, \quad (5)$$

где  $m$  – эффективная масса электрона,  $\varphi$  – частота столкновений.

Уравнение поля примет вид

$$d(E\chi)/dx = -4\pi e(n - n_i). \quad (6)$$

Используем следующую нормировку:

$$\begin{aligned} \gamma &= n_i / n_0, \quad N = n / n_0, \quad V = v / v_0, \\ \varepsilon &= E / E_0, \quad V_T = v_T / v_0, \quad E_0 = 4\pi e n_0 / \chi k_p, \\ \omega_p^2 &= 4\pi e^2 n_0 / m \chi, \quad \eta = \varphi / \omega_p, \\ k_p &= \omega_p / v_0, \quad y = k_p x. \end{aligned}$$

Обозначим следующий параметр:  $r = k_0 / k_p$  – нормированный масштаб неоднородности.

С учётом нормировки уравнения (4)–(6) примут вид

$$N V = 1, \quad (7)$$

$$(V^2 - V_T^2) dV/dy = -\varepsilon V - \eta V^2, \quad (8)$$

$$V(d\varepsilon(1 - h \sin(ry))/dy) = -1 + \gamma V. \quad (9)$$

Рассмотрим сначала однородный случай, когда  $h = 0$ . Это соответствует автономной системе уравнений

$$\frac{d\varepsilon}{dy} V = -1 + \gamma V, \quad (10)$$

$$(V^2 - V_T^2) \frac{dV}{dy} = -\varepsilon V - \eta V^2. \quad (11)$$

Равновесное решение этой системы при условии равенства нулю производных от  $\varepsilon$  и  $V$  по  $dy$  имеет вид

$$V^{(p)} = \gamma^{-1}, \quad N^{(p)} = \gamma, \quad \varepsilon^{(p)} = -\eta V^{(p)}. \quad (12)$$

Рассмотрим бесстолкновительный предел, при котором  $\eta = 0$ , а также случай, когда тепловая скорость пренебрежимо мала ( $V_T \approx 0$ ). Тогда решения примут следующий вид:

$$V^{(p)} = \gamma^{-1}, \quad N^{(p)} = \gamma, \quad \varepsilon^{(p)} = 0. \quad (13)$$

В формулах (12) и (13) верхний индекс  $p$  означает равновесное значение. Решение системы дифференциальных уравнений (4)–(6) при условии  $V_T = h = \eta = 0$  проведём с помощью метода разделения переменных, а константы интегрирования можно определить из граничных условий: при  $y = 0$   $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $N = 1$ ,  $V = 1$ .

Окончательно получим:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \gamma^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \varepsilon_0^2 + \gamma(1 - \gamma^{-1})^2 - \gamma(V - \gamma^{-1})^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \varepsilon_0 \right] - y \gamma^{\frac{3}{2}} = \\ = \arcsin \frac{\gamma(1 - \gamma^{-1})}{\left( \gamma(\varepsilon_0^2 + \gamma(1 - \gamma^{-1})^2) \right)^{\frac{1}{2}}} - \\ - \arcsin \frac{\gamma(V - \gamma^{-1})}{\left( \gamma(\varepsilon_0^2 + \gamma(1 - \gamma^{-1})^2) \right)^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned} \quad (14)$$



Рассмотрим случай, когда  $\gamma = 1$ , тогда уравнение (14) примет вид

$$V = 1 + \varepsilon_0 \sin \left( y - \frac{\varepsilon_0}{2} + \frac{(\varepsilon_0^2 - (V-1)^2)^{\frac{1}{2}}}{2} \right). \quad (15)$$

Решаем уравнение (15) методом итерации. Пусть  $\varepsilon_0 = 0$ , тогда  $V^{(0)} = 1$ . Подставим эти значения в правую часть формулы (14), в результате получим:

$$V^{(1)} = 1 + \varepsilon_0 \sin y. \quad (16)$$

С учётом первого приближения получили

$$V = V^{(0)} + V^{(1)} = 2 + \varepsilon_0 \sin y. \quad (17)$$

Допустим, что  $\gamma \neq 1$ , и решим уравнение (14), подставляя значение  $V^{(0)} = 1$  в левую часть указанного уравнения:

$$\frac{\gamma(V - \gamma^{-1})}{\left( \gamma(\varepsilon_0^2 + \gamma(1 - \gamma^{-1})^2) \right)^{\frac{1}{2}}} = \quad (18)$$

$$= \sin \left( y\gamma^{\frac{3}{2}} + \arcsin \frac{\gamma(1 - \gamma^{-1})}{\left( \gamma(\varepsilon_0^2 + \gamma(1 - \gamma^{-1})^2) \right)^{\frac{1}{2}}} \right).$$

С учётом первого приближения имеем:

$$V = 1 + \gamma^{-1} + \gamma^{-\frac{1}{2}} (\varepsilon_0^2 + \gamma(1 - \gamma^{-1})^2)^{\frac{1}{2}} \times \quad (19)$$

$$\times \sin \left( y\gamma^{\frac{3}{2}} + \arcsin \frac{\gamma(1 - \gamma^{-1})}{\left( \gamma(\varepsilon_0^2 + \gamma(1 - \gamma^{-1})^2) \right)^{\frac{1}{2}}} \right).$$

Как видно из формулы (19), пространственно-периодические решения для скорости определяются значениями  $\varepsilon_0$  и  $\gamma$  и совпадают с результатами работы [5] для случая однородного распределения примеси.

Продифференцируем уравнение (8):

$$2V \frac{dV}{dy} + (V^2 - V_T^2) \frac{d^2V}{dy^2} = \quad (20)$$

$$= -\frac{d\varepsilon}{dy} V - \varepsilon \frac{dV}{dy} - 2\eta V \frac{dV}{dy} - \eta V^2.$$

Выразим  $\varepsilon$  из уравнения (8):

$$\varepsilon = -\frac{V^2 - V_T^2}{V} \frac{dV}{dy} - \eta V. \quad (21)$$

С учётом уравнений (9), (21) решение уравнения (20) ищем в виде суммы однородной составляющей скорости, равной  $1/\gamma$ , и

малой величины неоднородной составляющей скорости  $V^1$ , зависящей от координаты. Тогда получаем уравнение

$$(1 - \gamma^2 V_T^2) \frac{d^2V^1}{dy^2} + \quad (22)$$

$$+ \gamma(2 + 3\eta - rh \cos(ry)) / \gamma \frac{dV^1}{dy} +$$

$$+ \gamma V^1 (\gamma^2 - 2\eta rh \cos(ry)) = \eta rh \cos ry.$$

Известно, что при низких температурах выполняется условие  $\gamma^2 V_T^2 < 1$ , тогда уравнение (22) является нелинейным неоднородным дифференциальным уравнением, вынуждающая сила которого имеет пространственный период воздействия, равный  $2\pi/r$ . Выясним условия, при которых данное уравнение линеаризуется. Так как  $|\cos ry| \leq 1$ , то для того чтобы коэффициент при  $V^1$  был положительным, необходимо выполнение условия

$$\gamma^2 > 2hr\eta. \quad (23)$$

С учётом вышерассмотренных условий уравнение (22) примет вид

$$\frac{d^2V^1}{dy^2} + \gamma(2 + 3\eta - 1/2\eta) \frac{dV^1}{dy} + \gamma^3 V^1 = \quad (24)$$

$$= \eta rh \cos ry.$$

Введём стандартные обозначения:  $2\delta = \gamma(2 + 3\eta - 1/2\eta)$  – параметр, характеризующий затухание;  $\omega_0^2 = \gamma^3$  – квадрат частоты собственных пространственных колебаний;  $y_0 = hr\eta$  – амплитуда вынуждающей силы.

С учётом вновь сделанных обозначений уравнение (24) принимает вид

$$\frac{d^2V^1}{dy^2} + 2\delta \frac{dV^1}{dy} + \omega_0^2 V^1 = \quad (25)$$

$$= y_0 \cos ry.$$

Решение этого уравнения равно сумме общего решения однородного и частного решения неоднородного дифференциального уравнения. Однако слагаемое, определяющее общее решение, играет существенную роль только на начальной стадии процесса. Нас интересует пространственный процесс, который является аналогом установившегося временного процесса, поэтому ищем решение в виде

$$V^1 = A \cos(ry - \theta), \quad (26)$$



где

$$A = \frac{y_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - r^2)^2 + 4\delta^2 r^2}}, \quad (27)$$

$$\theta = \arctg \frac{2\delta \cdot r}{\omega_0^2 - r^2}. \quad (28)$$

В данном режиме колебания могут стать резонансными. Определим резонансную величину  $r$ , при которой амплитуда колебаний  $A$  становится максимальной. Для этого продифференцируем уравнение (16), приравняем производную нулю и найдём решение получившегося уравнения, имеющее физический смысл:

$$r_{\max} = (\omega_0^2 - 2\delta^2)^{1/2}. \quad (29)$$

При слабом затухании ( $\delta^2 \ll \omega_0^2$ ) получаем значение  $r_{\max} = \omega_0$ . Подставляя формулу (29) в формулу (27), получим:

$$Ar = y_0 / 2\delta(\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2}. \quad (30)$$

Если  $\delta \rightarrow 0$ ,  $Ar$  резко возрастает по величине и сдвигается в область больших значений  $r$ . Если  $r \rightarrow 0$ , то все кривые достигают значения статического отклонения  $\Delta = y_0 / \omega_0^2$ . С учётом обозначений получим:

$$\Delta = hr\eta / \gamma^3. \quad (31)$$

Из формулы (31) следует, что это отклонение определяется параметрами неоднородности. При слабом затухании резонансная амплитуда принимает вид

$$|Ar| \approx 2hr\eta^2 / \gamma^{5/2} (6\eta^2 + 4\eta - 1). \quad (32)$$

Анализируя полученную формулу (32), можно заключить, что при слабом затухании, характерном для КР, изменения частоты столкновений слабо влияют на амплитуду резонанса, а резонансные свойства ППС определяются масштабом и амплитудой неоднородности распределения диэлектрической проницаемости в полупроводниках, увеличение которых приводит к возрастанию градиента диэлектрической проницаемости и, как следствие, к увеличению резонансной амплитуды. Частота собственных колебаний влияет на положение резонансной частоты, а соотношение между концентрациями положительных ионов и электронов влияет на резонанс тем больше, чем меньше эта величина, так как большой объёмный положительный заряд затрудняет образование ППС.

Следует отметить, что КР находит всё большее применение при разработке полупроводниковых приборов нового типа. К их числу относится дефлектор инфракрасного излучения [8], в котором используется градиент статической диэлектрической проницаемости, рассмотренный в данной работе, и градиент концентрации электронов для управления оптическим излучением. Другой механизм (с использованием эффекта Шоттки) используется в БР для создания коммутирующих устройств [9]. Немаловажной причиной, привлёкшей внимание к БР в полупроводниках, стал эффект всплеска скорости, который позволил значительно увеличить быстродействие полупроводниковых приборов [10]. Таким образом, использование БР и КР в полупроводниках позволяет создавать приборы, которые являются аналогами оптических призм и линз и обладают лучшими параметрами по сравнению с обычными полупроводниковыми устройствами, работающими в дрейфовом режиме.

*Автор выражает благодарность Д.А.Усанову за внимание и интерес к этой работе.*

#### Список литературы

1. Николас Р., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. 407 с.
2. Рыжий В.И., Баннов Н.А., Федирко В.А. Баллистический и квазibalлистический транспорт в полупроводниковых структурах // ФТП. 1984. Т.18, №5. С.769–785.
3. Вул Б.М., Шотов А.П. Ударная ионизация в полупроводниках // Проблемы современной физики. Л.: Знание, 1980. С.93–100.
4. Баннов Н.А., Лейман В.Г., Рыжий В.И. О протекании тока через полупроводниковые слои субмикронной толщины в квазibalлистическом режиме // Радиотехника и электроника. 1981. Т.26, №12. С. 2635–2639.
5. Ермолаев Ю.А., Санин А.Л. Волны резонансных структур в плазме // 6-я Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Л.: Знание, 1983. С.375–377.
6. Антонов В.В., Кузнецов В.А. Взаимодействие лазерного излучения инфракрасного диапазона с управляемой концентрационной неоднородностью // Радиотехника и связь: Межвуз. науч. сб. / Сарат. гос. техн. ун-т. Саратов, 2009. С.305–314.
7. Shur M., Eastman L. Ballistic transport in semiconductors // IEEE Trans. Electron Devices. 1979. Vol.26, №11. P.12–30.
8. Антонов В.В., Кузнецов В.А. // Пат. 85234 РФ. МКИ G01N 21/00. Дефлектор инфракрасного излучения. Оpubl. 27.07.2009. Бюл. № 21. С.54–57.
9. Шик А.Я. Физика низкоразмерных систем. СПб.: Наука. Санкт-Петербург. отд-ние, 2001. 160 с.
10. Шур М. Современные приборы на основе арсенида галлия. М.: Мир, 1991. 632 с.



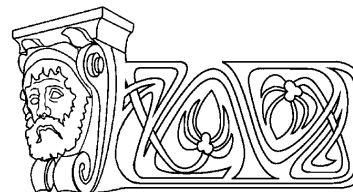


УДК 535.417, 544.034.23

## МЕТОД ЛАЗЕРНОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ В ИССЛЕДОВАНИИ ПРОЦЕССА ДИФфуЗИИ В СИСТЕМЕ ГЛИЦЕРИН–ВОДА

А.Ю. Абрамов, В.П. Рябухо, А.Б. Шиповская

Саратовский государственный университет  
E-mail: AbramovAY85@mail.ru



Методом лазерной интерферометрии изучен процесс взаимодействия в системе *глицерин–вода*. Представлены описания оптических схемных решений, методики проведения эксперимента с использованием многолучевого лазерного микроинтерферометра и методики обработки цифровых интерферограмм. Определена кинетика пространственного распределения показателя преломления среды в процессе массопереноса, определены коэффициенты диффузии.

**Ключевые слова:** лазерная интерферометрия, интерферометр, многолучевая интерференция, глицерин, диффузия.

**Laser Interferometry for Study of the Diffusion Process in Glycerol–Water System**

A.Yu. Abramov, V.P. Ryabukho, A.B. Shipovskaya

Mutual diffusion process in *glycerol–water* system was studied by laser interferometry technique. Descriptions of optical schemes, experimental technique using multi-beam laser microinterferometer and method of digital interferogram processing are presented. Kinetics of spatial distribution of the refractive index of a medium during mass transfer process is determined and diffusion coefficients are found.

**Key words:** laser interferometry, interferometer, multi-beam interference, glycerol, diffusion.

### Введение

Изучение диффузионных характеристик бинарных жидких систем имеет большое практическое значение. В частности, данная информация позволяет составлять оптимальные технологические регламенты при производстве лекарственных средств, косметики, лакокрасочных материалов, а также дает возможность моделировать различные физико-химические процессы.

В настоящее время для исследования процессов диффузии разработано достаточно большое число физико-химических методов. Среди них наиболее точными являются оптические методы, в частности интерференционные с применением лазерных источников света [1–3].

Для изучения диффузионных процессов применяется широкий круг интерферометров, в том числе и голографических [4–8].

Несмотря на это, изучение диффузионных процессов в прозрачных системах связано с рядом трудностей. Так, возникновение в системе большого градиента показателя преломления и формирование, как следствие, интерференционной картины с малым периодом полос существенно затрудняет исследование процесса диффузии и требует применения оптических систем, обладающих высоким пространственным разрешением.

В данной работе обсуждаются результаты применения метода интерференционной лазерной микроскопии для исследования процесса диффузии в системе *глицерин–вода*.

Выбор данной системы в качестве объекта исследования обусловлен тем, что в настоящее время глицерин используется в более чем 2000 отраслях производства, науки, техники, медицины и быта [9]. В частности, смеси глицерина с водой довольно широко применяются при производстве фармацевтических препаратов, косметических средств и бытовой химии. В связи с этим большое значение имеет исследование физико-химических характеристик данной системы, и в частности диффузионных. Изучению диффузии глицерина в воде посвящено достаточно большое количество работ [10–13], однако методы исследования, рассмотренные в данных работах, довольно сложны в реализации по сравнению с обсуждаемым в данной работе методом лазерной многолучевой интерферометрии с использованием микроскопа.

**Многолучевая интерференционная микроскопия  
сред с высоким градиентом оптической плотности**

В настоящей работе использовали глицерин классификации ч.д.а. и дистиллированную воду. Исследования проводили на лазерном многолучевом интерферометре на



основе прямого микроскопа (рис. 1) с микрообъективами кратностью  $3.5\times$  и  $8\times$ . Источником света служил He–Ne лазер ГН-2П (ОАО «Плазма») с длиной волны излучения  $\lambda \approx 0.63$  мкм. Использовали сборные клиновидные кюветы, состоящие из специального фиксатора и двух плоскопараллельных стеклянных пластинок, внутренние стороны которых покрыты слоем алюминия или хрома (коэффициент отражения 60–70%). Для создания оптического клина, необходимого для формирования опорных интерференционных полос [3], использовали калиброванные металлические спейсеры диаметром 100 мкм; угол клина составлял  $\alpha \approx 0.3^\circ$ . Равномерность освещения кюветы достигалась использованием рассеивателя – матового стекла в осветительной части микроскопа. Возникающий при этом спекл-эффект в изображении [14] подавляли в ходе эксперимента путем вращения матового стекла с достаточно большой угловой скоростью, необходимой для усреднения спекл-структуры. В изображении зазора кюветы (в изображении клина) формировалась картина интерференционных полос средней интенсивности, период которых  $\Lambda$  определяется углом клина,  $\Lambda \approx \lambda/n\alpha$ , где  $n$  – показатель преломления клина (среды в зазоре кюветы). Для регистрации экспериментальных цифровых интерферограмм использовали цифровую камеру для микроскопа DCM-300 (размер матрицы  $2048 \times 1536$  пикселей). Величины показателей преломления жидкостей в индивидуальном состоянии определяли на рефрактометре ИРФ-22. Эксперименты проводили при  $25^\circ\text{C}$  и нормальном атмосферном давлении.

На одно из стекол кюветы помещали 5 мкл глицерина, устанавливали спейсер и второе стекло. Таким образом полученную кювету помещали на предметный столик микроскопа и производили фокусировку микроскопа на зазор кюветы на границу раздела *глицерин–воздух*, перпендикулярную ребру клина (рис. 1). Затем в воздушный зазор кюветы заливали растворитель – дистиллированную воду. Процесс диффузии, отражающийся в изменяющейся интерференционной картине, регистрировали на цифровой

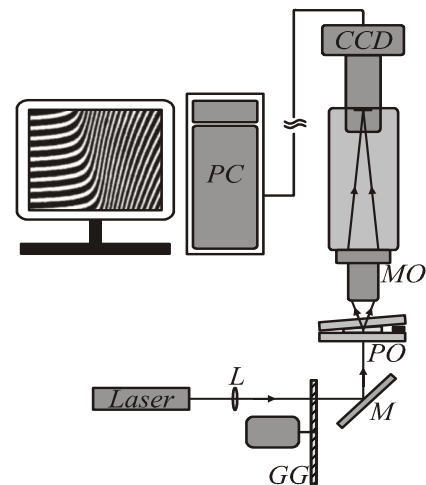


Рис. 1. Схема многолучевого микроинтерферометра на основе микроскопа: *Laser* – газовый He–Ne лазер; *L* – линза-расширитель лазерного пучка; *GG* – вращающееся матовое стекло; *M* – поворотное зеркало; *PO* – кювета с изучаемым фазовым объектом; *MO* – микрообъектив; *CCD* – цифровая камера; *PC* – компьютер

камеру для последующей цифровой обработки с целью извлечения данных о параметрах процесса взаимодиффузии глицерин ↔ вода.

#### Формирование интерференционных картин и обработка цифровых интерферограмм

На рис. 2 представлены экспериментальные интерферограммы, полученные в ходе процесса взаимодиффузии в системе *глицерин–вода* в различные моменты времени.

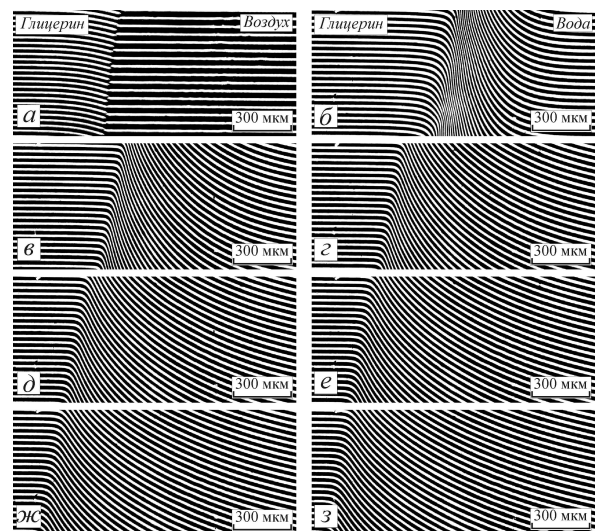


Рис. 2. Интерферограммы, полученные в процессе массопереноса в системе *глицерин–вода* за 0 мин (а), 8 с (б), 1 мин 50 с (в), 3 мин 32 с (г), 5 мин 14 с (д), 6 мин 56 с (е), 8 мин 38 с (ж), 10 мин 20 с (з)



В областях глицерина и воздуха (рис. 2, а) наблюдаются практически горизонтальные опорные полосы постоянного периода, образованные оптическими клиньями с глицерином (слева) и воздухом (справа), свидетельствующие о постоянном показателе преломления сред. При введении в воздушную часть кюветы воды в области контакта двух жидкостей имеет место скачок, а в последующие моменты времени – большой градиент показателя преломления среды и наблюдается резкий изгиб интерференционных полос и образование системы пространственно высокочастотных в горизонтальном направлении интерференционных полос (рис. 2, б). В области взаимодиффузии происходит непрерывное изменение показателя преломления (рис. 2, б–з), что свидетельствует о формировании растворов глицерина в воде. Во времени наблюдается расширение зоны взаимодиффузии как следствие расширения области изгиба интерференционных полос и смещение максимума градиента показателя преломления в сторону глицерина (рис. 2, б–з).

В рассматриваемом интерференционном методе с применением рассеивателя, выполняющего роль вторичного пространственно некогерентного источника света, формируется пространственно локализованная интерференционная картина, образующаяся в области рядом с изображением клина [15]. В силу использования клина с достаточно высокими коэффициентами отражения его граней интерференционная картина имеет многолучевой характер [15, 16]. Количество лучей  $N$ , участвующих в формировании интерференционных полос, ограничивается, как мы полагаем, конечной разрешающей способностью микроскопа, собирающего лучи света в каждую точку изображения от достаточно протяженной области клина, определяемой областью разрешения микроскопа. При многолучевой интерференции для распределения интенсивности в интерференционной картине приближенно можно использовать формулу Эйри [15, 16], полученную для конечного числа отражений  $2N$  в клине в пределах области разрешения микроскопа, без учета поглощения и возможных фазовых сдвигов волн при отражении от металлических поверхностей клина:

$$I(x, y) = I_0(1 - R^2) \frac{[1 + R^{2N} - 2R^N \cos N\Delta\Psi(x, y)]}{1 + R^2 - 2R \cos \Delta\Psi(x, y)}, \quad (1)$$

где  $I_0$  – интенсивность оптического поля, освещающего кювету,  $R$  – коэффициент отражения света от поверхностей клина,  $\Delta\Psi(x, y)$  – разность фаз между лучами света, 3- и 1-кратно, 5- и 3-кратно и т.д. прошедшими через клинообразную кювету:

$$\Delta\Psi(x, y) \approx \frac{2\pi}{\lambda} 2d(y)n(x) \approx \frac{2\pi}{\lambda} 2\alpha y n(x), \quad (2)$$

где  $d(y) \approx \alpha y$  – локальная толщина клина, линейно изменяющаяся в направлении вертикальной оси  $Y$ , перпендикулярной ребру клина,  $\alpha$  – угол клина,  $n(x)$  – локальное значение показателя преломления среды внутри кюветы, которое изменяется в направлении горизонтальной оси  $X$  (вдоль ребра клина) (рис. 3).

В пространственном распределении интенсивности  $I(x, y)$ , определяемой уравнением (1), при достаточно большом коэффициенте отражения  $R \approx 0.6-0.7$  и не очень большом числе интерферирующих лучей  $N \approx 10$  возникают относительно острые локальные

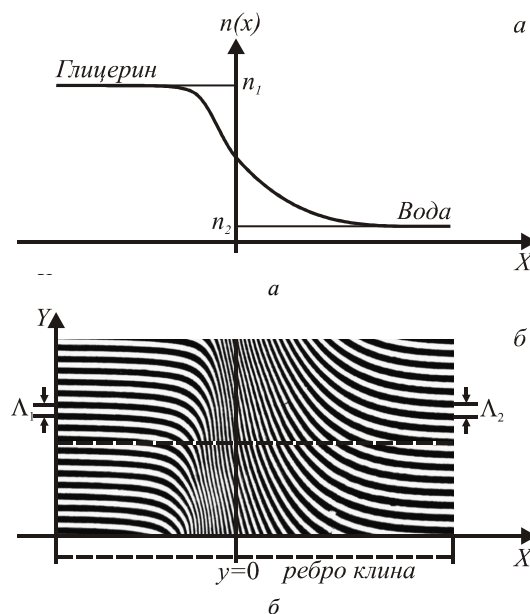


Рис. 3. Изменение показателя преломления в области взаимодиффузии в системе глицерин–вода (а) и соответствующая картина интерференционных полос, наблюдаемая в клинообразной кювете с жидкостями (б):  $n_1$  – показатель преломления глицерина,  $n_2$  – показатель преломления воды,  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  – периоды полос в области глицерина и воды



максимумы – светлые интерференционные полосы при  $\Delta\Psi(x, y) = 2\pi m$  и более широкие минимумы – темные полосы при  $\Delta\Psi(x, y) = (2m + 1)\pi$  (рис. 4).

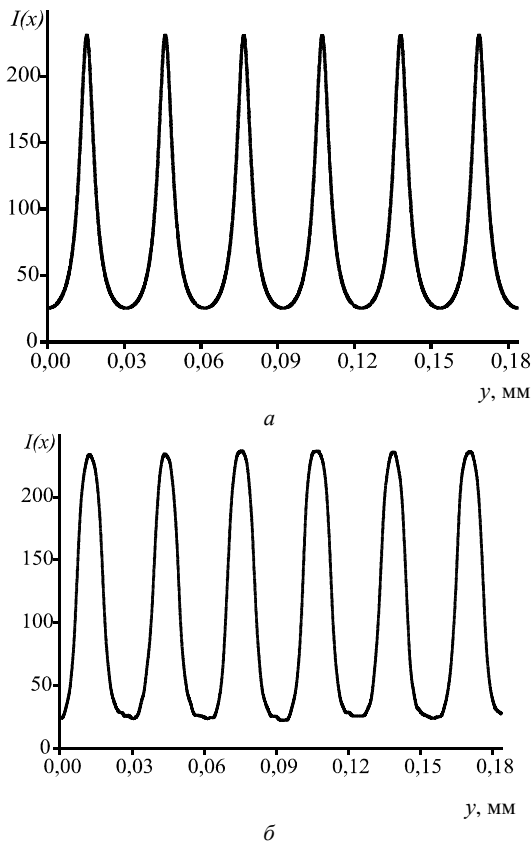


Рис. 4. Распределение интенсивности (в единицах градаций серого цвета) опорных полос вдоль вертикального направления  $y$ :  $a$  – рассчитанное с использованием формулы (1) при  $R=0.6$ ,  $N=10$ ;  $b$  – восстановленное по экспериментальной картине интерференционных полос в области глицерина

По полученным интерферограммам «ручным» способом восстанавливали профиль показателя преломления системы *глицерин – вода* в процессе массопереноса. Для количественной обработки интерферограмм использовали подход, предложенный в работе [3] и развитый нами в [7]. Проводится прямая  $y = \text{const}$  (так называемая линия равной геометрической толщины клина) (см. рис. 3, б), которая пересекает  $M$  светлых или темных полос, количество которых определяется разностью показателей преломления глицерина и воды  $n_1 - n_2$ . Следуя работе [3], удобно ввести инкремент показателя преломления:

$$N(y) = \frac{n_1 - n_2}{M}, \quad (3)$$

который используется для определения по интерферограмме профиля показателя преломления  $n(x)$  в области взаимодействия веществ. Разность фаз интерферирующих волн  $\Delta\Psi(x)$ , изменяющуюся в направлении оси  $X$  вследствие изменения показателя преломления  $n(x)$ , можно представить в виде  $\Delta\Psi(x) = \Delta\Psi_1 - 2\pi m(x)$ , где  $\Delta\Psi_1$  – начальная разность фаз в области чистого глицерина,  $m(x)$  – число полос, пересекаемых прямой  $y = \text{const}$  в направлении от чистого глицерина до точки с текущей координатой  $X$ . Тогда для расчета по интерферограмме значений  $n(x)$  получим:

$$n(x) = n_1 - m(x)N(y), \quad (4)$$

где  $m(x)$  может быть дробным, если отсчет пересечений прямой  $y = \text{const}$  и полос ведется с точностью до долей их периода  $\Lambda_x$  в направлении оси  $X$ .

Для обработки цифровых интерференционных картин нами использовалась программа ImageJ (National Institute of Mental Health, Bethesda, Maryland, USA) и специально разработанное программное дополнение, упрощающее процедуру анализа интерференционных полос. Данное дополнение позволяет анализировать растровое изображение в режиме градаций серого цвета и определять распределение интенсивности по шкале серого цвета вдоль выбранного направления. На рис. 5 в качестве примера приведен участок интерференционной картины и соответствующее распределение интенсивности, восстановленное вдоль горизонтального отрезка  $ab$  прямой  $y = \text{const}$ .

По экспериментальным интерферограммам (см. рис. 2) с использованием выражения (4) определяли дискретные значения показателя преломления вдоль оси  $X$   $n(x_j) = n_1 - m(x_j)N(y)$  для каждой записанной интерферограммы, соответствующей определенному моменту времени  $t_k$  процесса взаимодействия (рис. 6).

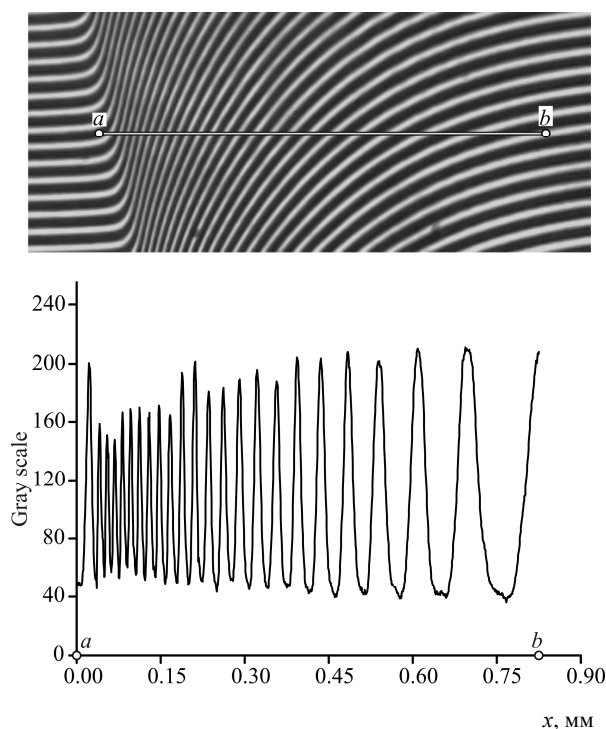


Рис. 5. Участок экспериментальной интерференционной картины и соответствующее распределение интенсивности по шкале серого, восстановленное вдоль отрезка *ab*

По экспериментальным интерферограммам (см. рис. 2) с использованием выражения (4) определяли дискретные значения показателя преломления вдоль оси *X*  $n(x_j) = n_1 - m(x_j)N(y)$  для каждой записанной интерферограммы, соответствующей определенному моменту времени  $t_k$  процесса взаимодиффузии (рис. 6).

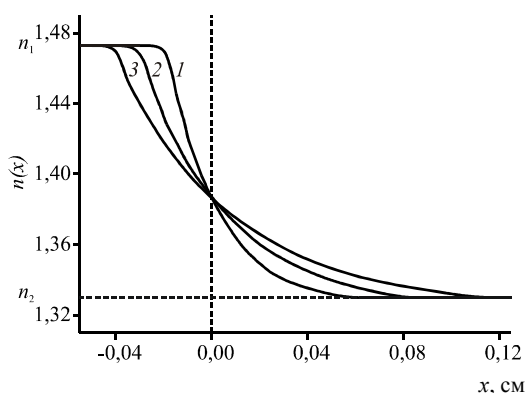


Рис. 6. Профили показателя преломления  $n(x)$  в системе *глицерин–вода* в различные моменты времени процесса взаимодиффузии: 1 –  $t=40$  с, 2 –  $t=2$  мин, 3 –  $t=4$  мин

Из рис. 6 видно, что в зоне взаимодиффузии наблюдается непрерывное изменение показателя преломления при переходе от одного компонента к другому, обусловленное их смешением и образованием раствора с промежуточными значениями концентрации и, как следствие, показателя преломления. С течением времени размеры области изменения профиля распределения показателя преломления  $n(x)$  увеличиваются.

#### Расчет коэффициентов диффузии

Поскольку показатель преломления в данной системе линейно зависит от концентрации, то концентрационный профиль полностью совпадает с профилем показателя преломления.

Коэффициенты массопереноса компонентов в системе *глицерин–вода* рассчитывали по теории Матано–Больцмана [3], в которой используется второй закон Фика для одномерной диффузии вещества (5) при следующих начальных (6) и граничных (7) условиях:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c}{\partial x} \right), \quad (5)$$

$$t = 0: c = 1 \text{ при } x < 0 \text{ и } c = 0 \text{ при } x > 0, \quad (6)$$

$$\frac{dc}{dx} = 0 \text{ при } x = \pm\infty, \quad (7)$$

где  $c$  – концентрация глицерина,  $D$  – коэффициент диффузии.

На рис. 7 приведена экспериментальная зависимость коэффициентов диффузии  $D$  системы *глицерин–вода* от концентрации глицерина в смеси (кривая, построенная по маркерам 5). С увеличением концентрации глицерина в системе наблюдается уменьшение коэффициента диффузии. Там же приведены экспериментальные данные, полученные различными оптическими методами другими исследователями. Значения 1 получены в [10] интерференционным микродиффузионным методом, 2 – получены в [11] на интерферометре Жамена, 3 – получены в [12] с использованием поляризационно-интерференционного метода, (4) получены в [13] методом лазерной голографической интерферометрии.

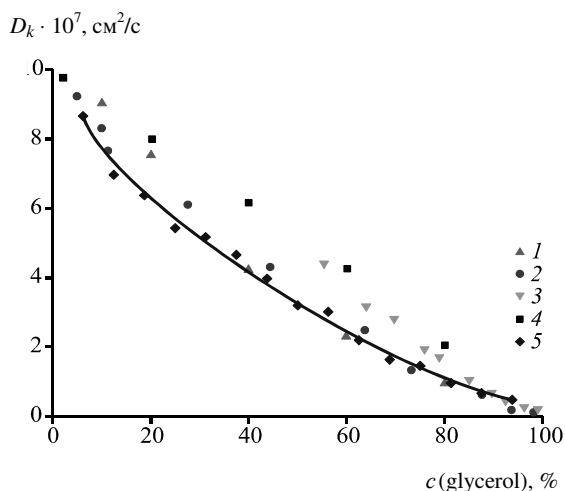


Рис. 7. Концентрационная зависимость коэффициентов диффузии: 1 – данные работы [10], 2 – [11], 3 – [12], 4 – [13]; 5 – экспериментальные данные настоящего исследования

Стоит отметить, что все данные достаточно хорошо согласуются между собой, несмотря на различия в методах исследования и в методиках обработки экспериментальной информации. Однако большинство методов довольно сложны в реализации, поскольку связаны с дополнительными процедурами подготовки и проведения эксперимента. Например, в работе [13] применяется метод голографической интерферометрии реального времени [17, 18], в котором используются голографические фотопластинки, требующие проявки и закрепления в специальных реагентах, а также существуют сложности с точным позиционированием проявленной фотопластинки в плече интерферометра для реализации метода голографической интерферометрии реального времени. Помимо специфических процедур, связанных с проведением экспериментов, для реализации многих методов обязательным является отсутствие вибраций. К преимуществам экспериментальной установки, приведенной в данной работе, стоит отнести простоту юстировки, компактность установки, устойчивость к вибрациям и другим внешним возмущениям.

#### Заключение

Экспериментальные результаты, полученные в настоящей работе, и анализ литературных данных позволяют сделать вывод о

том, что метод многолучевой лазерной интерферометрии с использованием микроскопа, специальной клиновидной кюветы, рассеянного освещающего лазерного излучения и цифровой записи интерферограмм позволяет исследовать процессы диффузии в бинарных жидких системах в режиме реального времени и получать достоверную информацию о диффузионных характеристиках исследуемых систем. Применение специального программного обеспечения для обработки и расчета параметров экспериментальных цифровых интерферограмм существенно облегчает и ускоряет ход диффузионного анализа, увеличивает точность определения профилей показателя преломления. Использование микроскопа позволяет исследовать процессы с высоким градиентом показателя преломления изучаемой среды, в частности, в начальные моменты времени процесса диффузии, когда концентрационный профиль имеет большую крутизну в области соприкосновения веществ.

Исследование диффузионных процессов методом лазерной интерферометрии позволяет не только рассчитывать различные диффузионные параметры исследуемых систем, но и прогнозировать диффузионное поведение веществ при создании различных материалов и изделий что имеет важное практическое значение для целого ряда современных технологий.

*Работа выполнена при финансовой поддержке грантов целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы».*

#### Список литературы

1. Иоффе Б.В. Рефрактометрические методы в химии. Л.: Химия. Ленингр. отд-ние, 1983. 352 с.
2. Чалых А.Е., Васенин Р.М. Оптические методы изучения диффузии // Науч. тр. МТИЛП. 1964. Т.30. С.192–199.
3. Малкин А.Я., Чалых А.Е. Диффузия и вязкость полимеров. Методы измерения. М.: Химия, 1979. 303 с.
4. Хасбиуллин Р.Р., Бухтеев А.Е. Микроинтерференция в исследовании взаимодиффузии в полимерных системах // Структура и динамика молекулярных систем. Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2004. Вып. XI, ч. I. С.81–86.
5. Abramov A., Dikov O., Ryabukho V., Shipovskaya A. Laser interferometry for study of mutual diffusion in polymer-solvent system // Proc. SPIE. 2006. Vol.6165. P.61650F-1–61650F-8.



6. *Абрамов А.Ю., Рябухо В.П., Шиповская А.Б.* Исследование процессов растворимости и диффузии полимера методом лазерной интерферометрии // Журн. техн. физики. 2007. Т.77, вып.12. С.45–50.
7. *Абрамов А.Ю., Диков О.В., Рябухо В.П., Шиповская А.Б.* Исследование процессов взаимодиффузии в тонких прозрачных средах методами лазерной интерферометрии // Компьютерная оптика. 2008. Т.32, №3. С.253–264.
8. *Ганжерли Н.М., Маурер И.А., Гранский П.В.* Исследование массопереноса белков методом голографической интерферометрии реального времени // Журн. техн. физики. 2004. Т.74, вып.1. С.68–71.
9. *Рахманкулов Р.Р., Кимсамов К.К., Чаньшев Ч.Ч.* Физические и химические свойства глицерина. М.: Химия, 2003. 100 с.
10. *Nishijima Y., Oster G.* Diffusion in glycerol-water mixture // Bull. Chem.Soc. Jpn. 1960. Vol.33. P.1649–1651.
11. *Garner F.H., Marchant P.J.M.* Diffusivities of associated compounds in Water // Trans. Instn. Chem. Eng. 1961. Vol.39. P.397–408.
12. *Маринин В.А.* Коэффициент диффузии некоторых веществ в смеси глицерин–вода // Журн. физ. химии. 1955. Т.29. С.1564–1568.
13. *Ternström G., Sjöstrand A., Aly G., Jernqvist Å.* Mutual Diffusion Coefficients of Water + Ethylene Glycol and Water + Glycerol Mixtures // J. Chem. Eng. Data. 1996. Vol.41. P.876–879.
14. *Франсон М.* Оптика спеклов / Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 171с.
15. *Борн Э., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 760 с.
16. *Скоков И.В.* Многолучевые интерферометры в измерительной технике. М.: Машиностроение, 1989. 256 с.
17. *Вест Ч.* Голографическая интерферометрия / Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 504 с.
18. *Бекетова А.К., Белозеров А.Ф., Березин А.Н. и др.* Голографическая интерферометрия фазовых объектов. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1979. 232 с.

УДК 238.3

## МОДУЛИРУЮЩЕЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТОКСИЧНОСТЬ СЕРОВОДОРОДА

С.И. Баулин, В.Н. Карцев, А.В. Шантроха

Саратовский государственный университет  
E-mail: Somov@info.sgu.ru.

Проведены экспериментальные исследования по изучению влияния высокочастотного электромагнитного излучения малой интенсивности на токсические свойства сероводорода. Токсичность сероводорода при облучении снижается в 5–6 раз. Снижение токсических свойств связано, очевидно, с образованием димеров молекул газа.

**Ключевые слова:** сероводород, токсичность, электромагнитное излучение, ингаляция.

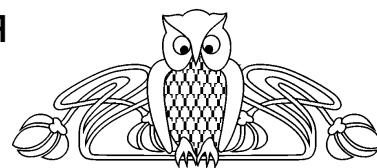
**Modulating Effect of High-Frequency Electromagnetic Radiation on Hydrogen Sulfide Toxicity**

S.I. Baulin, V.N. Kartsev, A.V. Shantrokha

On the basis of experimental investigation it is determined that high-frequency electromagnetic radiation of low intensity has a significant effect on the development of hydrogen sulfide toxicity during the inhalation process. Toxicity parameters reduce by 5–6 times if hydrogen sulfide is exposed to rays. The reduction of gas toxicity is obviously connected with appearance of quasi-stable intermolecular bonds that is the reason of dimer formations.

**Key words:** hydrogen sulfide, toxicity, electromagnetic radiation, inhalation.

Развитие химической и нефтеперерабатывающей промышленности неминуемо приводит к увеличению вероятности попадания целого ряда высокотоксичных соедине-



ний в окружающую среду, к появлению множества районов с повышенной вероятностью неконтролируемого выброса веществ - загрязнителей. Указанная опасность еще более повышается в современных условиях при угрозе проведения различного рода террористических актов.

Особого пристального внимания заслуживают массивные выбросы сероводорода, который относится к высокотоксичным нервным ядам. Значительное количество яда может поступить в окружающую среду из устья скважин (давление до 500 атм.) и трубопроводов, осуществляющих транспорт газа на газоперерабатывающий завод (давление до 200 атм.) Высокое содержание сероводорода в пластовом газе (до 30%) даже при незначительной аварии может вызвать в первые секунды образование облака размером до 100–200 кв.м с концентрацией сероводорода 15–20 г/куб.м, при этом в атмосферу может поступить до 200 т сероводорода [1].



Сероводород вызывает быстрое развитие необратимых нарушений в организме за счет прямого связывания с железосодержащими цитохромами, обеспечивающими перенос электронов в системе тканевого дыхания [2]. Гибель при смертельных концентрациях указанного ксенобиотика, составляющих 1.0 мг/л и выше, наступает в течение нескольких минут, что в значительной степени затрудняет проведение лечебно-эвакуационных мероприятий и оказание срочной медицинской помощи, особенно при массовых случаях поражения. Последствиями перенесенного несмертельного острого отравления сероводородом являются нарушения вегетативных реакций организма, снижение интеллекта, вплоть до слабоумия и психоза, параличи, хронический менингит, желудочно-кишечные заболевания, заболевания легочной системы, дистрофия миокарда и т.д. Другими словами, отравление приводит к стойкой инвалидизации и потери трудоспособности даже при отсутствии летального исхода.

Не менее опасными являются и хронические поражения при многократном поступлении в организм яда. Опасность такого рода поражений возрастает вследствие развития привыкания к запаху сероводорода.

Таким образом, исследования, направленные на разработку систем мониторинга состояния внешней среды и снижения токсического воздействия на организм серосодержащих сильнодействующих ядовитых веществ, являются актуальными, имеют важное экологическое и токсикологическое значение.

Экспериментальными исследованиями по изучению линий вращательного спектра сероводорода в диапазоне частот 100–300 ГГц при нормальных условиях были определены значения полуширины и интегральной интенсивности линий резонансного поглощения сероводорода, а также эффективные радиусы столкновений молекул сероводорода между собой и с газами, входящими в состав атмосферы [1]. На рис. 1 представлена зависимость коэффициента поглощения смеси сероводород–воздух в пределах резонансных частот 158–178 ГГц.

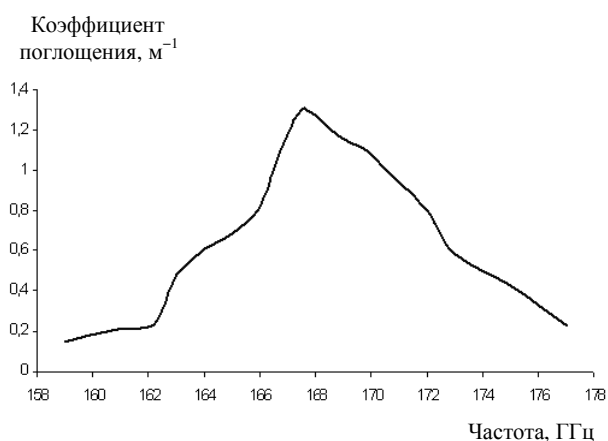


Рис. 1. Зависимость коэффициента поглощения газовой смеси сероводород–воздух от частоты ЭМП облучения

Из представленных результатов следует, что контур линии ассиметричен. С возрастанием концентрации прослеживается тенденция сдвига резонансной частоты в сторону меньших частот. Причиной красного сдвига, по-видимому, является то, что средняя энергия взаимодействия молекул на больших расстояниях меньше нуля и в этих условиях происходит образование квазиустойчивых соединений молекул сероводорода (например, димеров). Возможность образования квазиустойчивых соединений объясняется тем, что при столкновении двух одинаковых молекул, одна из которых находится в возбужденном состоянии, возможна резонансная передача энергии возбуждения, причем эффективные сечения таких столкновений достаточно велики, особенно с возрастанием энергии возбуждения, что имеет место в субмиллиметровом диапазоне длин волн.

Таким образом, на основании проведенных экспериментально-теоретических исследований установлено, что для сероводорода, вне зависимости от процентного его содержания в составе воздушной среды, существует вполне определенная максимальная частота поглощения в миллиметровом диапазоне электромагнитного излучения. В то же время при резонансном поглощении газами электромагнитных колебаний миллиметрового диапазона возможно образование димеров и полимеров молекул газа. Установленные закономерности позволили разработать и обосновать методы экологического мониторинга состояния воздушной среды.





Всё вышеуказанное послужило основанием для проведения комплексных экспериментальных исследований по оценке токсических свойств сероводорода при облучении газа электромагнитными полями различной длины ММ-диапазона. При этом частоты электромагнитного диапазона были выбраны в пределах частот максимума резонансного поглощения.

Исследования проводились в лабораторных условиях при температуре окружающей среды 18–20°C, относительной влажности 40–80%, при статической ингаляционной заправке. В опытах использовались половозрелые беспородные белые крысы массой тела 180–220 г в равном соотношении половой принадлежности. Сероводород получали из генератора, в котором без доступа кислорода из окружающей среды протекало взаимодействие парафина с кристаллической серой. Полученный газ, предварительно подвергшийся воздействию электромагнитного поля различной частоты в течение 1.5 ч, в необходимом объеме подавался в герметичную камеру объемом 24.0 л с содержащимися в ней подопытными животными. В качестве источника миллиметрового излучения использовался генератор Г4-142. Уровень мощности регулировался встроенным аттенуатором, измерялся термисторной головкой М5-50 и измерительным мостом М4-3. Максимальная мощность генератора (положение 100 внутреннего аттенуатора) в рабочей полосе частот составляла 12 мВт при плотности потока энергии 120 мкВт/кв.см.

Параметры токсичности оценивались расчетным методом с учетом времени наступления индивидуального летального исхода.

Результаты исследований представлены в таблице.

**Ингаляционная токсичность сероводорода, подвергшегося воздействию ЭМП для белых крыс**

Частота ЭМП, ГГц	St 50, мг·мин·л <sup>-1</sup>
Контроль	16.0 (13.3... 19.2)
130.0	17.3 (14.4... 20.8)
144.0	30.4 (25.3...36.5)
151.9	60.8 (50.7...73.0)
161.1	58.0 (48.3...69.6)
167.1	72.6 (60.5...87.1)
174.0	56.0 (46.7...67.2)
178.0	30.0 (25.0...36.0)

Как следует из данных, представленных в таблице, параметры токсичности сероводорода в значительной степени зависят от воздействия ЭМП, в частности, от его частотных характеристик. При этом токсичность газа снижается при предварительном его облучении в диапазоне от 130 ГГц и достигает своего минимального значения при частоте 167.1 ГГц. Снижение токсичности достигает 4.5 раза по отношению к контролю. Дальнейшее увеличение частоты облучения приводит к усилению токсических свойств.

Следует также отметить, что частотные характеристики максимума резонансного поглощения молекул сероводорода и частотные характеристики минимального проявления токсических свойств газа практически совпадают. Это наглядно следует из графика, представленного на рис. 2.

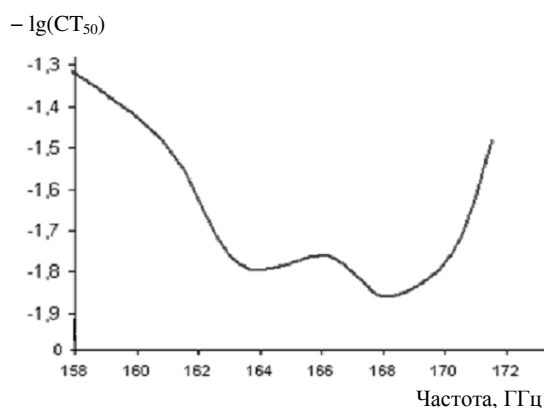


Рис. 2. Частотные характеристики минимального проявления токсических свойств сероводорода

Таким образом, на основании проведенных экспериментальных исследований установлено, что высокочастотное электромагнитное облучение миллиметрового диапазона оказывает существенное влияние на проявление токсических свойств сероводорода для млекопитающих и приводит к снижению токсичности.

#### Список литературы

1. Николаев В.В. Взаимодействие СВЧ излучения с газами на резонансных частотах молекул и возможность радиолокационного мониторинга химического состава нижних слоев атмосферы: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Саратов, 2000. 119 с.
2. Вредные вещества в промышленности: В 3 т. / Под ред. Н.В. Лазарева. Л.: Химия, Ленингр. отд-ние, 1977. Т.3. С.49–67.



УДК 517.9

## К ВОПРОСУ О ПОЛНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННЫХ СИСТЕМАХ

Р.А. Филатов, О.И. Москаленко

Саратовский государственный университет  
E-mail: slattern@nonlin.sgu.ru, moskalenko@nonlin.sgu.ru

Обнаружено явление полной хаотической синхронизации в однонаправленно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током. Показано, что в этом случае порог возникновения синхронного режима превосходит аналогичное значение параметра связи в случае взаимной связи между системами примерно в два раза.

**Ключевые слова:** полная хаотическая синхронизация, пучково-плазменные системы, диод Пирса, однонаправленная связь.

### On the Problem of Complete Synchronization in Beam-Plasma Systems

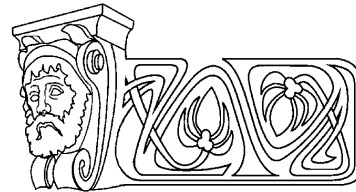
R.A. Filatov, O.I. Moskalenko

Complete chaotic synchronization phenomenon in the unidirectionally coupled beam-plasma systems with overcritical current has been found. The boundary value of the synchronous regime onset in this case is shown to exceed the analogous value of the coupling parameter in the case of the mutual type of coupling in approximately two times.

**Key words:** complete chaotic synchronization, beam-plasma systems, Pierce diode, unidirectional coupling.

Исследование синхронизации хаотических колебаний в системах различной природы представляется в настоящее время одним из важнейших направлений нелинейной динамики и радиофизики [1, 2]. Режимы хаотической синхронизации наблюдаются для целого ряда связанных физических, химических, биологических, физиологических систем [3–7]. Они находят широкое применение при разработке способов скрытой передачи информации [8–10] и управления хаосом в системах СВЧ диапазона [11–14].

В настоящее время различают несколько типов синхронного поведения однонаправленно и взаимно связанных хаотических систем, каждый из которых характеризуется своими принципиальными особенностями. Это фазовая синхронизация [15], обобщенная синхронизация [16], синхронизация с запаздыванием (lag-синхронизация) [17], полная синхронизация [18], синхронизация временных масштабов [19] и др. Большинство из них наблюдается как в сосредоточенных, так



и распределенных системах. В то же время исследований хаотической синхронизации в системах с малым числом степеней свободы оказывается значительно больше. Известные работы по хаотической синхронизации в распределенных системах посвящены, в первую очередь, изучению этого явления в эталонных моделях (цепочках и решетках связанных нелинейных хаотических осцилляторов [20, 21], связанных уравнений Гинзбурга–Ландау [22, 23], Курамото–Сивашинского [24] и др.). Значительно меньше работ направлено на анализ различных типов синхронного поведения в пучково-плазменных системах [11, 25–28]. Подобные исследования касаются режимов фазовой, полной, обобщенной синхронизации, а также синхронизации временных масштабов, но даже для полной синхронизации пучково-плазменных систем ряд вопросов остается до сих пор не выясненным. В частности, в работах [25, 26] показана возможность установления режима полной синхронизации в двух взаимно связанных диодах Пирса. Однако однонаправленный тип связи используется на практике значительно чаще. Модели однонаправленно связанных пучково-плазменных систем могут найти применение при реализации способов передачи информации на основе полной хаотической синхронизации [10].

Настоящая работа посвящена исследованию возможности установления полной хаотической синхронизации в однонаправленно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током и его сравнению с аналогичным режимом, имеющим место при взаимной связи. В качестве моделей пучково-плазменных систем по аналогии с [25, 26], выберем гидродинамические модели диода Пирса.

Рассмотрим два однонаправленно связанных диода Пирса, которые в рамках гид-



родинамического приближения описываются самосогласованной системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона [29]:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{d,r}}{\partial x^2} = \alpha_{d,r}^2 (\rho_{d,r} - 1), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_{d,r}}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho_{d,r} v_{d,r})}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_{d,r}}{\partial t} = -v_{d,r} \frac{\partial v_{d,r}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{d,r}}{\partial x}, \quad (3)$$

с граничными условиями:

$$v_{d,r}(0, t) = 1, \quad \rho_{d,r}(0, t) = 1, \quad \varphi_{d,r}(0, t) = 0, \quad (4)$$

где  $\varphi$  – безразмерный потенциал поля пространственного заряда,  $\rho$  – безразмерная плотность заряда,  $v$  – безразмерная плотность потока,  $x$  – безразмерная координата и  $t$  – безразмерное время. Индексы  $d$  и  $r$  отвечают ведущей и ведомой пучково-плазменным системам соответственно. Единственным управляющим параметром, характеризующим динамику системы, является параметр Пирса  $\alpha$  – невозмущенный угол пролета электронов по плазменной частоте. Для ведущей системы выберем его равным  $\alpha_d = 2.859\pi$ , а аналогичный параметр ведомой системы будем менять в диапазоне  $\alpha_r \in [2.855; 2.863]$ , чтобы задать расстройку между взаимодействующими системами.

Однонаправленная связь между системами осуществляется с помощью изменения значения безразмерного потенциала на правой границе ведомой системы, в то время как потенциал на правой границе ведущей системы остается неизменным:

$$\begin{cases} \varphi_d(1, t) = 0, \\ \varphi_r(1, t) = \varepsilon(\rho_r(x=1, t) - \rho_d(x=1, t)). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $\varepsilon$  – коэффициент связи между системами,  $\rho_{d,r}(x=1, t)$  – колебания безразмерной плотности пространственного заряда, регистрируемые на выходе каждой из систем. Таким образом, ведущая система находится в режиме автономных колебаний, воздействуя на ведомую систему.

Под полной синхронизацией понимается режим, при котором взаимодействующие системы демонстрируют идентичную (или близкую к идентичной) динамику [18]. Для

характеристики близости колебаний в однонаправленно связанных гидродинамических моделях диода Пирса по аналогии с работой [25] воспользуемся расчетом меры идентичности пространственно-временных колебаний:

$$\Delta = \langle |\rho_d(x, t) - \rho_r(x, t)| + |v_d(x, t) - v_r(x, t)| + |\varphi_d(x, t) - \varphi_r(x, t)| \rangle, \quad (6)$$

где  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по времени и пространству, и проанализируем ее зависимость от параметра связи  $\varepsilon$  при различных значениях параметра  $\alpha_r$ . На рис. 1 приведены вышеупомянутые зависимости. Видно, что, как и в случае взаимной связи между системами мера идентичности быстро падает с ростом связи, однако остается не равной нулю, как в случае малых ( $\alpha_r = 2.860$ , кривая 1), так и в случае больших ( $\alpha_r = 2.855$ , кривая 2) расстроек. В то же самое время в случае малых расстроек спад происходит значительно быстрее. Значения параметра связи  $\varepsilon$ , при которых в системе связанных пучково-плазменных систем наблюдаются практически идентичные колебания, а  $\Delta < 0.04$ , будем считать соответствующими режиму полной хаотической синхронизации в системе однонаправленно связанных диодов Пирса.

Проанализируем зависимость порогового значения параметра связи  $\varepsilon$  от величины расстройки между системами. На рис. 2 приведена граница области полной хаотической синхронизации в системе однонаправленно

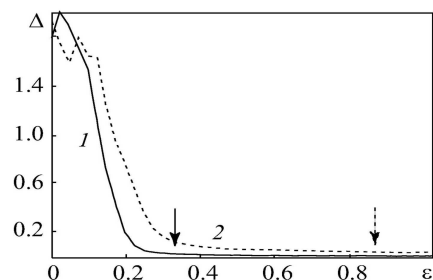


Рис. 1. Зависимость меры идентичности хаотических пространственно-временных колебаний от величины параметра связи  $\varepsilon$  для малой  $\alpha_r = 2.860$  (кривая 1) и большой  $\alpha_r = 2.855$  (кривая 2) расстройки управляющих параметров. Значения параметра связи, соответствующие установлению синхронных режимов, показаны стрелками



связанных диодов Пирса на плоскости управляющих параметров  $(\alpha_r, \epsilon)$ . Значение управляющего параметра ведущей системы  $\alpha_r$  показано стрелкой. Из рисунка видно, что с ростом параметра связи при различных значениях расстройки управляющих параметров взаимодействующих систем наблюдается режим полной хаотической синхронизации. Минимальные значения параметров связи  $\epsilon$ , при которых наблюдается установление полной синхронизации в распределенных пучково-плазменных системах, так же, как и в случае взаимной связи, имеют место при малой расстройке ведущей и ведомой систем.

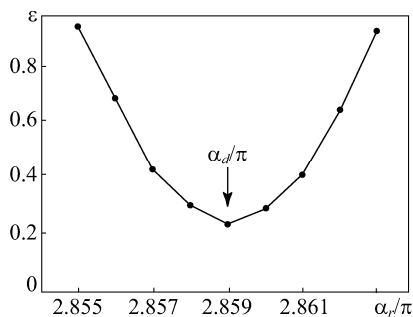


Рис. 2. Плоскость управляющих параметров  $(\alpha_r, \epsilon)$  при значении  $\alpha_r = 2.859$  (показано стрелкой). Линией показана граница возникновения режима полной хаотической синхронизации однонаправленно связанных распределенных пучково-плазменных систем

Интересным представляется вопрос о соотношении пороговых значений возникновения режима полной хаотической синхронизации в пучково-плазменных системах в случае однонаправленной и взаимной связи между ними. В частности, известно, что в системах с сосредоточенными параметрами указанные величины соотносятся как 2 : 1, то есть в случае однонаправленной связи между системами синхронный режим возникает примерно в два раза позже, чем в случае взаимной связи [30]. Проведенные исследования в совокупности с результатами работы [25] позволяют утверждать, что аналогичная ситуация имеет место и в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током (ср. рис. 1 с рис. 2 в [25], где приведена аналогичная граница в двух взаимно связанных дио-

дах Пирса с близкими значениями управляющих параметров), то есть в однонаправленно связанных диодах Пирса режим полной хаотической синхронизации возникает примерно в два раза позже, чем в аналогичных системах со взаимным типом связи.

Таким образом, в настоящей работе показана возможность установления полной хаотической синхронизации в однонаправленно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током. Установлено, что синхронный режим в данном случае возникает примерно в два раза позже, чем в аналогичных системах, связанных взаимно.

*Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.*

#### Список литературы

1. Boccaletti S., Kurths J., Osipov G.V., Valladarcs D.L., Zhou C.S. The synchronization of chaotic systems // Phys. Rep. 2002. Vol.366. P.1–101.
2. Пиковский А.С., Розенблюм М.Г., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
3. Glass L. Synchronization and rhythmic processes in physiology // Nature (London). 2001. Vol.410. P.277–284.
4. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Synchronization approach to analysis of biological systems // Fluctuation and Noise Letters. 2004. Vol.4, №1. P.L53–L62.
5. Mosekilde E., Maistrenko Y., Postnov D.E. Chaotic synchronization, applications to living systems. Singapore: World Scientific, 2002.
6. Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Gridnev V.I., Bodrov M.B., Bespyatov A.B. Synchronization between main rhythmic processes in the human cardiovascular system // Phys. Rev. E. 2003. Vol.68. P.041913.
7. Parmananda P. Generalized synchronization of spatiotemporal chemical chaos // Phys. Rev. E. 1997. Vol.56. P.1595–1598.
8. Roy R. Chaos down the line // Nature. 2005. Vol.438. P.298–299.
9. Jaeger H., Haas H. Harnessing nonlinearity: Predicting chaotic systems and saving energy in wireless communication // Science. 2008. Vol.304. P.78–80.
10. Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // Успехи физических наук. 2009. Т.179, №12. С.1281–1310.
11. Rosa E., Pardo W.B., Ticos C.M., Walkenstein J.A., Monti M. Phase synchronization of chaos in a plasma discharge tube // Intern. J. Bifurcation and Chaos. 2000. Vol.10, №11. P.2551–2563.



12. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. О синхронизации хаотических автоколебаний в распределенной системе «винтовой электронный поток – встречная электромагнитная волна» // Радиотехника и электроника. 2003. Т.48, №1. С.116–124.
13. Трубецков Д.И., Короновский А.А., Храмов А.Е. Синхронизация распределенных электронно-волновых автоколебательных систем с обратной волной // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т.XLVII, №5–6. С.343–372.
14. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V., Rempen I.S. Chaotic synchronization of coupled electron-wave systems with backward waves // Chaos. 2005. Vol.15, №1. P.013705.
15. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol.76, №11. P.1804–1807.
16. Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 1995. Vol.51, №2. P.980–994.
17. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol.78, №22. P.4193–4196.
18. Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol.64, №8. P.821–824.
19. Hramov A.E., Koronovskii A.A. An approach to chaotic synchronization // Chaos. 2004. Vol.14, №3. P.603–610.
20. Афраймович В.С., Некоркин В.И., Оситов Г.В., Шалфеев В.Д. Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / ИПФ АН СССР. Горький, 1989.
21. Kocarev L., Tasev Z., Stojanovski T., Parlitz U. Synchronizing spatiotemporal chaos // Chaos. 1997. Vol.7, №4. P.635–643.
22. Bragard J., Arecchi F.T., Boccaletti S. Characterization of synchronized spatiotemporal states in coupled non-identical complex Ginzburg–Landau equations // Intern. J. Bifurcation and Chaos. 2000. Vol.10. P.2381.
23. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Обобщенная хаотическая синхронизация в связанных уравнениях Гинзбурга–Ландау // ЖЭТФ. 2006. Т.130, №4(10). С.748–764.
24. Tasev Z., Kocarev L., Junge L., Parlitz U. Synchronization of Kuramoto–Sivashinsky equations using spatial local coupling // Intern. J. Bifurcation and Chaos. 2000. Vol.10, №4. P.869–873.
25. Попов П.В., Филатов Р.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Синхронизация пространственно-временного хаоса в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током // Письма в ЖТФ. 2005. Т.31, №6. С.9–16.
26. Filatov R.A., Hramov A.E., Koronovskii A.A. Chaotic synchronization in coupled spatially extended beam-plasma systems // Phys. Lett. A. 2006. Vol.358. P.301–308.
27. Fukuyama T., Kozakov R., Tcstrich H., Wilke C. Spatiotemporal synchronization of coupled oscillators in a laboratory plasma // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol.96. P.024101.
28. Короновский А.А., Филатов Р.А., Храмов А.Е. Хаотическая синхронизация в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током // Радиотехника и электроника. 2007. Т.52, №3. С.362–372.
29. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. М.: Физматлит, 2003.
30. Hramov A.E., Khramova A.E., Koronovskii A.A., Boccaletti S. Synchronization in networks of slightly nonidentical elements // ПЖС. 2008. Vol.18, №3. P.258–264.

УДК 621.384.63

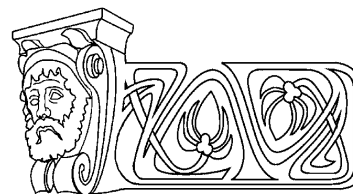
## ПЕРСПЕКТИВЫ УЛУЧШЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАЛОГАБАРИТНОГО МИКРОТРОНА ТРЕХСАНТИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

А.А. Бондусь, В.П. Горбачев, В.П. Степанчук,  
Р.В. Максимов, Д.В. Мутасов

Саратовский государственный университет  
E-mail: vag55@rambler.ru

В работе представлены результаты расчета высокочастотной и магнитной систем трехсантиметрового микротрона. Высокочастотную систему предполагается выполнить на основе моноблока магнетрон-ускоряющий резонатор. Приведены результаты анализа стационарных и переходных процессов в такой системе. Определены требования к параметрам устройства связи анодного блока магнетрона с ускоряющим резонатором. Представлены результаты расчета магнитной системы трехсантиметрового микротрона на 5 МэВ на основе постоянных магнитов. Магнитная система на постоянных магнитах микротрона той же энергии имеет вдвое меньшую массу и более высокую однородность поля.

**Ключевые слова:** микротрон, магнетрон, ускоряющий резонатор, магнитная система.



### Prospects of Perfecting the Parameters Small-Dimensioned X-Band Microtron

A.A. Bondus, V.P. Gorbachev, V.P. Stepanchuk,  
R.V. Maximov, D.V. Mutasov

In paper presented results of the calculation of microwave and magnetic systems X-band microtron. Microwave system is expected to run for the base monoblock monoblock magnetron-accelerating cavity. The results of the analysis of stationary processes and transients in such system are presented. The requirements to parameters of coupling element in of the magnetron's anode block with accelerating cavity are determined. The calculations of magnetic system for 5 MeV X-band microtron on the base permanent magnets are executed. Permanent magnet for the microtron same energy has double smaller mass and more high homogeneity of magnetic field.

**Key words:** microtron, magnetron, accelerating cavity, magnetic system.



## Введение

После первой публикации, где была описана идея микротрона [1], были предложены и реализованы эффективные способы инжекции электронов в такой ускоритель [2] и эффективные режимы ускорения [3]. После чего началось применение этих машин для решения фундаментальных и прикладных задач. Освоение трехсантиметрового диапазона с целью создания малогабаритных, транспортабельных микротронов было затруднено из-за ограниченной электрической прочности ускоряющего резонатора. В СГУ был предложен и реализован режим ускорения с малым приростом энергии за оборот (300 кэВ  $\Omega = 0.62$ ) [4], который используется во всех действующих микротронах трехсантиметрового диапазона. Дальнейшее развитие микротронного направления в СГУ описано в [5].

Одним из возможных путей улучшения массогабаритных характеристик классических микротронов является создание совмещенных систем СВЧ генератор – ускоряющий резонатор, в которых ускоряющий резонатор является частью анодного блока генератора либо связан с ним непосредственно.

В настоящей работе представлены результаты исследования высокочастотной системы компактного микротрона на основе моноблока магнетрон-ускоряющий резонатор и результаты исследования магнитной системы.

Во всех существующих классических микротронах ведущее магнитное поле создается электромагнитами броневое типа, как было предложено еще в [2]. Их главные недостатки – большой вес, затраты мощности для питания, необходимость стабилизации тока, необходимость охлаждения водой или сжатым воздухом. Постоянные магниты лишены указанных недостатков и выгодно отличаются высокой надежностью. В настоящее время существуют магнитные материалы на основе редкоземельных металлов, такие как Ne-Fe-B и Sm-Co. Они обладают высокими энергетическими показателями: остаточной индукцией (до 1.41 Т) и значением энергетического произведения ВНмакс (до 360 кДж/м<sup>3</sup>). На основе таких материа-

лов были созданы рециркуляторы разрезных микротронов [6, 7]. С помощью программы Poisson были проведены расчеты магнитной системы микротрона трехсантиметрового диапазона на основе постоянных магнитов, выполненных из Ne-Fe-B. Они показали, что минимально возможное расстояние между внешней стенкой обратного магнитопровода и областью однородного ведущего магнитного поля микротрона порядка 20 мм. Это примерно половина длины волны в трехсантиметровом диапазоне. Далее будем рассматривать соединение анодного блока магнетрона и ускоряющего резонатора микротрона устройством связи, длина которого не короче половины длины волны колебаний.

## СВЧ-система

СВЧ-система микротрона работает в узкой полосе частот. Колебательные процессы в ней вполне удовлетворительно описываются с помощью эквивалентных схем с сосредоточенными параметрами. В качестве модели ускоряющего резонатора и магнетронного генератора используем одиночные колебательные контуры с сосредоточенными постоянными, к ним присоединены длинные линии. Высокочастотное напряжение на контурах представлено как сумма напряжений падающей и отраженной волн. Эквивалентная схема СВЧ-системы микротрона содержит протяженный элемент связи, в котором распространяются падающие и отраженные волны (рис. 1). Устройство связи анодного блока магнетрона с ускоряющим резонатором здесь показано в виде четырехполюсника. Модуль его коэффициента передачи  $S_{12} = S_{21}$ , а электрическая длина  $\theta_{12} = \theta_{21} = 2\pi l_{12}/\Lambda$ , где  $l_{12}$  – геометрическая длина устройства связи, а  $\Lambda$  – длина волны колебаний в нем.

Индексом 1 отмечены параметры контура магнетрона, напряжение на контуре магнетрона, а также падающая и отраженная от него волны.  $I_e, I_n$  – ток, наведенный электронным потоком магнетрона в его замедляющей системе, и шумовой ток. Индексом 2 отмечены параметры контура ускоряющего резонатора, напряжение на контуре ускоря-

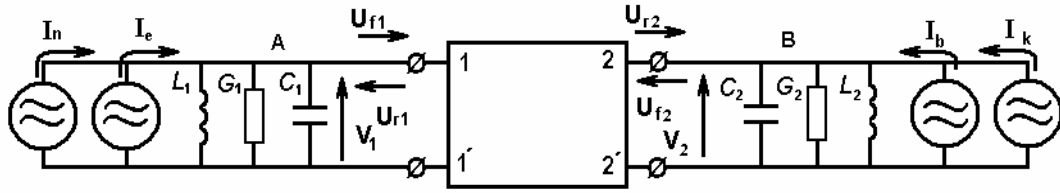


Рис. 1. Эквивалентная схема моноблока магнетрон-ускоряющий резонатор микротрона

ющего резонатора, а также падающая и отраженная от него волны.  $I_k$ ,  $I_b$  – нагружающие резонатор ток катода и ток пучка ускоренных электронов со всех орбит. Напряжения падающих и отраженных волн связаны с напряжением на контурах соотношениями:  $v_1 = u_{1f} + u_{1r}$ ,  $v_2 = u_{2f} + u_{2r}$ . Рассматривается взаимодействие пучка и ускоряющего резонатора только на первой гармонике тока. Используем известную модель электронного пучка микротрона с запаздыванием «релейного» типа [8]. Ток пучка в момент времени  $t$  определяется амплитудой поля в момент времени  $t - t_e$ , где  $t_e$  – время пролета электрона от первой до последней орбиты. Ток зависит от амплитуды колебаний в резонаторе нелинейно и существует только в ограниченном диапазоне нормированных амплитуд  $1 < v_2 < 1.25$ .

В контуре магнетрона также течет ток, наведенный его электронным потоком. Рассматривается взаимодействие на первой гармонике тока. Для его описания удобно ввести электронную проводимость. Используемая зависимость электронной проводимости магнетрона от высокочастотного и анодного напряжений соответствует жесткому характеру возбуждения [9].

Уравнения колебаний в магнетроне и ускоряющем резонаторе записаны на основе первого закона Кирхгофа для узлов А и В. После применения символического метода, метода медленно меняющихся амплитуд, введения безразмерного времени и преобразований они примут вид

$$\begin{cases} \frac{dU_{1f}}{d\tau} + A_1 U_{1f} + \frac{dU_{1r}}{d\tau} + B_1 U_{1r} = 0, \\ \frac{dV_2}{d\tau} + A_2 V_2 = (A_2 - B_2) U_{2r}. \end{cases} \quad (1)$$

В (1) приняты следующие обозначения:

$$A_1 = \alpha_1 - G_{e1} + j(\Delta v_1 - B_{e1}),$$

$$\alpha_1 = 0.5(1/Q_{01} + 1/Q_{E1})\omega_{01}/\omega_s, \quad \Delta v_1 = \frac{\omega_{01}}{\omega_s} - 1,$$

$$B_1 = \gamma_1 - G_{e1} + j(\Delta v_1 - B_{e1}),$$

$$\gamma_1 = 0.5(1/Q_{01} - 1/Q_{E1})\omega_{01}/\omega_s,$$

$$A_2 = \alpha_2 + \sigma_2(\eta_{e2} + \frac{db_{e2}}{d\tau} + j(\Delta v_2 + b_{e2} - \frac{d\eta_{e2}}{d\tau})),$$

$$\alpha_2 = 0.5(1/Q_{02} + 1/Q_{E2})\omega_{02}/\omega_s, \quad \Delta v_2 = \frac{\omega_{02}}{\omega_s} - 1,$$

$$B_2 = \gamma_2 + \sigma_2(\eta_{e2} + \frac{db_e}{d\tau} + j(\Delta v_2 + b_{e2} - \frac{d\eta_{e2}}{d\tau})),$$

$$\gamma_2 = 0.5(1/Q_{02} - 1/Q_{E2})\omega_{02}/\omega_s, \quad \sigma_2 = 0.5/Q_{02},$$

где  $G_{e1}, B_{e1}$  – компоненты электронной проводимости магнетрона,  $\eta_{e2}, b_{e2}$  – компоненты относительной проводимости (мощности) пучка ускоренных электронов [2],  $\omega_{01}, \omega_{02}$  – резонансные частоты анодного блока магнетрона и резонатора,  $Q_{01}, Q_{02}$  – собственные добротности анодного блока магнетрона и ускоряющего резонатора,  $Q_{E1}, Q_{E2}$  – внешние добротности анодного блока магнетрона и ускоряющего резонатора,  $Q_{L1}, Q_{L2}$  – нагруженные добротности анодного блока и ускоряющего резонатора. Падающие и отраженные волны на выходах (входах) устройства связи анодного блока магнетрона и резонатора связаны соотношениями

$$\begin{cases} U_{2r} = S_{12} U_{1f}(\tau - \tau_{12}), \\ U_{2f} = V_2 - S_{12} U_{1r}(\tau - \tau_{21}), \\ U_{1r} = S_{21} U_{2f}(\tau - \tau_{21}). \end{cases} \quad (2)$$

в которых  $S_{12} = S_{21} = S_{12} e^{j\theta_{12}}$  – коэффициент передачи устройства связи,  $\tau_{12} = \tau_{21}$  – запаздывание в нем. Все векторы, входящие в систему (1) и соотношения (2), комплексные.



Для численного решения системы из уравнений выделяются действительные и мнимые части. Таким образом, колебания в моноблоке описываются системой из 4-х уравнений: два уравнения относительно медленно меняющихся амплитуд и два – относительно медленно меняющихся фаз колебаний. Если положить  $\omega_s = \omega_{02}$ , то величина  $\frac{d\phi_1}{d\tau}$  будет показывать отклонение частоты колебаний от резонансной частоты ускоряющего резонатора, не нагруженного электронным пучком.

Установившиеся процессы в моноблоке магнетрон-ускоряющий резонатор микротрона были исследованы в [10, 11]. При  $\theta_{12} \leq 6\pi$  в нем возможно существование колебаний с 3–5 частотами. Устойчивым состояниям соответствуют только три из них. Одна из этих частот близка к резонансной частоте ускоряющего резонатора. Ее будем называть основной, остальные дополнительные (паразитные). Дополнительные частоты соответствуют устойчивым состояниям анодного блока, нагруженного устройством связи при коротко замкнутом резонаторе. Для того чтобы понять, какое из этих состояний реализуется, и выяснить длительность процесса установления, необходимо исследование переходных процессов.

Для расчетов переходных процессов использовалась программа, которая интегрирует систему дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом методом Рунге–Кутты. ВЧ-напряжения нормируются на ВЧ-напряжение, соответствующее номинальной мощности магнетрона. Расчеты показали, что при длинах устройства связи 0.5–3 длины волны колебаний в системе возможно возбуждение колебаний на рабочей частоте. При этом к таким параметрам, как начальная расстройка анодного блока и ускоряющего резонатора, электрической длине устройства связи и затуханию в нем предъявляются достаточно жесткие требования. На рис. 2 представлены переходные процессы при коэффициенте передачи устройства связи  $S_{12} = 0.75$  для нулевой начальной расстройки (рис. 2, *a*) и расстройки  $-1/05$  полосы пропускания ре-

зонатора (рис. 2, *b*). На рис. 2, *a* видно, что при  $\tau = 2000$  в системе устанавливаются колебания с частотой, близкой к резонансной ускоряющего резонатора  $\left(\frac{d\phi_1}{d\tau} \approx 0.0006\right)$ . При

$\tau = 2700$  устанавливается амплитуда колебаний в резонаторе, соответствующая существованию пучка ускоренных электронов. Его формирование вызывает возрастание резонансной частоты ускоряющего резонатора и частоты генерируемых колебаний. На рис. 2, *b* частота колебаний при  $\tau \leq 2700$  ниже рабочей частоты  $\left(\frac{d\phi_1}{d\tau} \leq -0.04\right)$ . Частота, близкая к рабочей, устанавливается только при  $\tau \approx 3100$ . Длительность процесса установления колебаний в резонаторе увеличилась, импульс тока пучка задержан до  $\tau \approx 3700$ . На рис. 2, *b* частота колебаний менее эффективно следует (вверх) за резонансной частотой ускоряющего резонатора, нагруженного пучком. Величина тока пучка здесь тоже меньше (примерно на 14%). Дальнейшее увеличение начальной расстройки приводит к возбуждению колебаний на нижней дополнительной (паразитной) частоте.

Интервал начальных расстроек, в котором возбуждаются колебания на рабочей частоте, более протяженный в положительную сторону (в 2–3 раза). Это связано с тем, что выбег частоты магнетрона при переходных процессах происходит вниз. При  $\omega_{01} \geq \omega_{02}$  создаются лучшие условия для захвата и удержания частоты генерируемых колебаний ускоряющим резонатором, чем при  $\omega_{01} \leq \omega_{02}$ . Увеличение коэффициента передачи устройства связи или его электрической длины ведет к уменьшению интервала начальных расстроек, в котором возбуждаются колебания на рабочей частоте. Зависимости ширины интервалов отклонений электрической длины устройства связи от целого числа полуволн и начальных расстроек от коэффициента передачи устройства связи были получены после анализа результатов расчетов переходных процессов. Такие зависимости для  $\theta_{12} = 3\pi$  представлены на рис. 3. Уменьшение затухания в устройстве



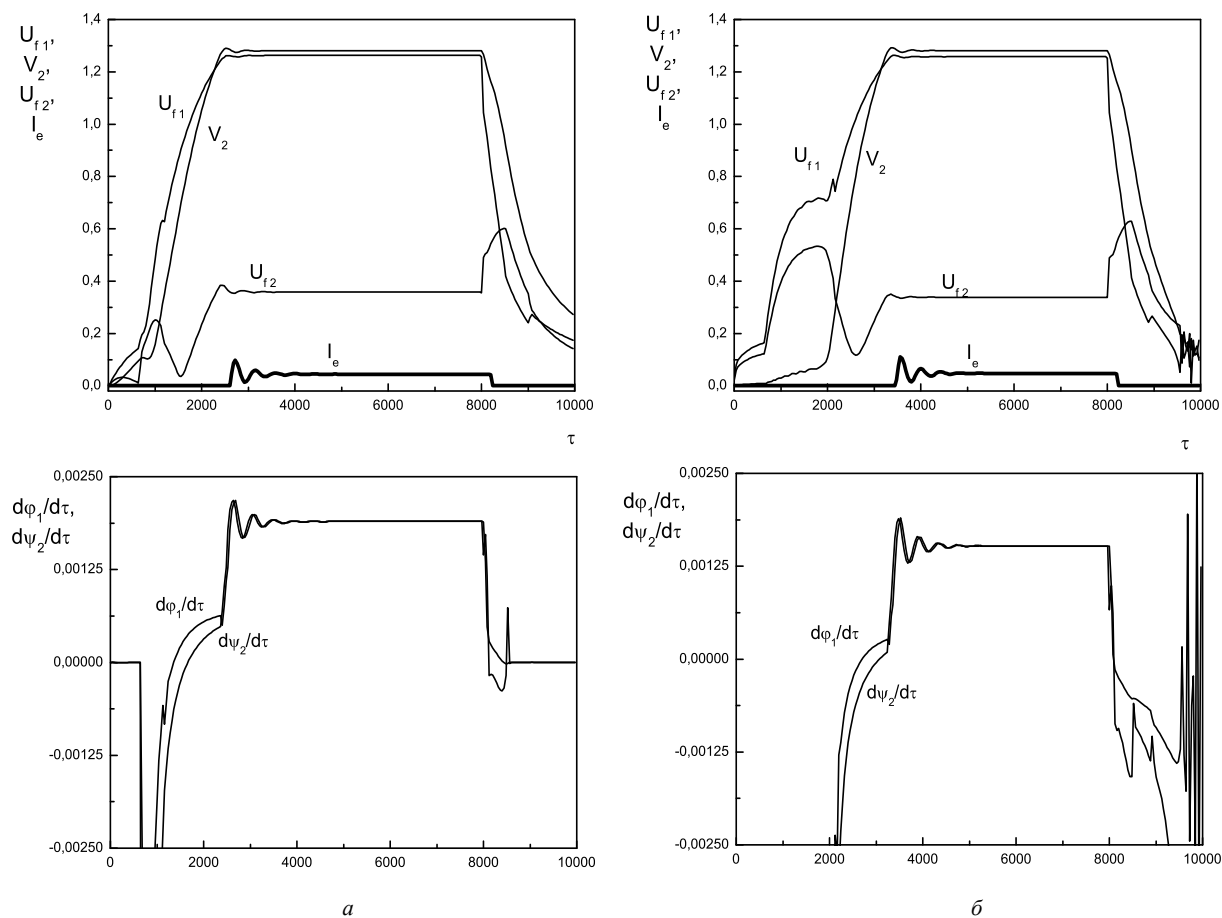


Рис. 2. Переходные процессы при двух значениях расстройки ускоряющего резонатора при  $\theta_{12} = 2\pi$ ,  $S_{12} = 0.75$ : *a* –  $\Delta f = 0$ , *б* –  $\Delta f = -1.05$  полосы пропускания.  $U_{f1}$  – амплитуда волны на выходе магнетрона;  $V_2$  – амплитуда колебаний в ускоряющем резонаторе;  $U_{f2}$  – амплитуда волны, отраженной от резонатора;  $I_e$  – ток электронного пучка;  $d\phi_1/d\tau$  – частота колебаний на выходе магнетрона;  $d\psi_2/d\tau$  – частота колебаний в резонаторе

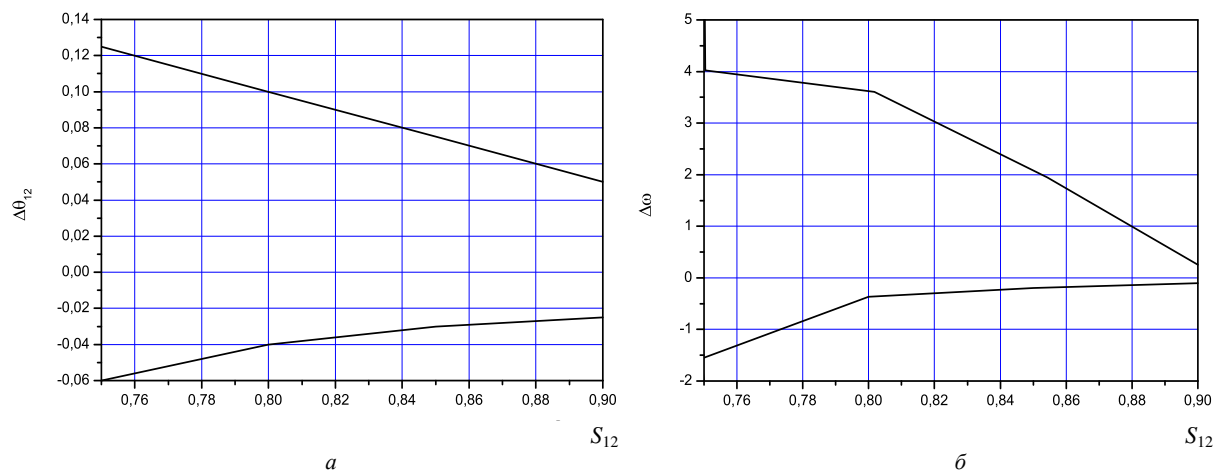


Рис. 3. Зависимости ширины области отклонений электрической длины устройства связи, в которой возбуждаются колебания на рабочей частоте при различных значениях от затухания в устройстве связи при  $\theta_{12} = 3\pi$ : *a* – от целого числа полу-волн; *б* – от начальных расстроек

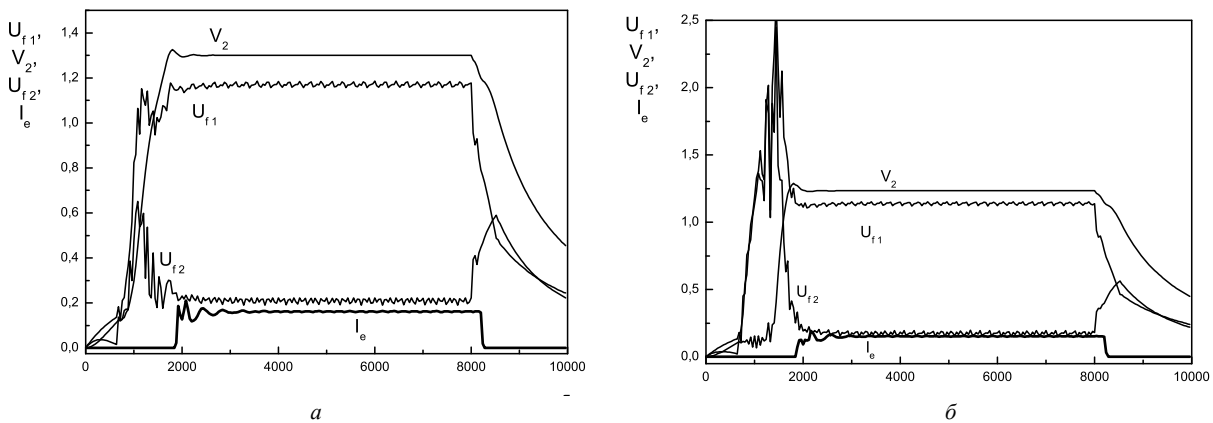


Рис. 4. Переходные процессы при различных значениях отношения нагруженной добротности ускоряющего резонатора к нагруженной добротности анодного блока магнетрона и  $\Delta f = 0$ . Обозначения см. на рис. 1, 2.  $\theta_{12} = 2\pi$ ,  $S_{12} = 0.9$  при величине отношения  $Q_{L2}/Q_{L1}$ : а – 8.5; б – 10

связи ведет к необходимости более точного совпадения резонансных частот анодного блока магнетрона и ускоряющего резонатора, а электрической длины устройства связи с целым числом полуволн. На рис. 4 показано влияние соотношения добротностей магнетрона и ускоряющего резонатора на переходные процессы в системе. При росте нагруженной добротности резонатора увеличивается его постоянная времени. Это приводит к большему времени установления колебаний в резонаторе, возрастанию амплитуды и длительности отражений от него на переднем фронте импульса. В этот временной интервал частота колебаний в системе близка к нижней дополнительной  $\left( \frac{d\varphi_1}{d\tau} \approx -0.06 \right)$ , а амплитуда колебаний в магнетроне возрастает.

Таким образом, создаются благоприятные условия для установления колебаний с нижней дополнительной частотой, перенапряжений и пробоев в магнетроне. При отношении нагруженных добротностей ускоряющего резонатора и магнетрона, превышающем 10, и  $\theta_{12} = 2\pi$  в моноблоке возбуждаются и устанавливаются колебания на дополнительных частотах, преимущественно на нижней. Увеличение  $\theta_{12}$  затрудняет возбуждение колебаний на рабочей частоте, облегчает возбуждение на дополнительных частотах и приводит к необходимости еще большего снижения нагруженной добротности ускоряющего резонатора.

На основе вышеизложенного и результатов, полученных в [12], могут быть сделаны следующие выводы.

1. Для возбуждения колебаний на частоте, близкой к резонансной частоте ускоряющего резонатора, необходимо обеспечить начальную расстройку анодного блока магнетрона и ускоряющего резонатора, зависящую от потерь в устройстве связи. Электрическая длина устройства связи должна быть равна целому числу полуволн. Допустимые отклонения от него также зависят от потерь в устройстве связи. Такие зависимости для длины устройства связи  $1.5\lambda$  ( $\theta_{12} = 3\pi$ ) показаны на рис. 3. При невыполнении этих требований возбуждаются колебания с дополнительными частотами, что ведет к перенапряжениям и, по-видимому, к пробоям в магнетроне.

2. Потери мощности в устройстве связи должны быть не менее 10%, а его длина не более  $1.5\lambda$ . Увеличение потерь облегчает возбуждение колебаний с рабочей частотой и снижает требования к начальной расстройке и отклонению электрической длины устройства связи от целого числа полуволн.

3. Для устойчивого возбуждения колебаний на рабочей частоте величина отношения нагруженной добротности ускоряющего резонатора к нагруженной добротности магнетрона должна быть не более 10 при длине устройства связи не более  $\lambda$ . При увеличении длины устройства связи отношение доб-



ротностей должно быть уменьшено. При возбуждении колебаний на рабочей частоте и величине тока инжекции, близкой к оптимальной, в резонаторе устанавливается амплитуда колебаний, соответствующая режиму ускорения, и формируется электронный пучок, которому передается мощность.

#### Магнитная система

Величина индукции ведущего магнитного поля микротрона трехсантиметрового диапазона (для режима с приростом 0.31 энергии покоя электрона [4]) в 3 раза меньше рабочих значений поля серийных магнетронов. Оно не может использоваться как рабочее для серийного магнетрона. Увеличение ведущего магнитного поля (при увеличении прироста энергии) ограничивается недостаточной электрической прочностью ускоряющего резонатора. Поэтому анодный блок магнетрона целесообразно разместить за внешней стенкой обратного магнитопровода и связать с резонатором устройством связи, длина которого соизмерима с длиной волны колебаний.

С помощью программы Poisson [13] были проведены расчеты магнитной системы микротрона на основе постоянных магнитов [14, 15], выполненных из редкоземельных материалов (например, Nd-Fe-B), обладающих остаточной индукцией до 1.41 Т. Основные параметры магнитной системы на постоянных магнитах соответствуют параметрам электромагнита микротрона, созданного в СГУ [16]. Межполюсный зазор 32 мм, диаметр полюса 220 мм, рабочее значение индукции магнитного поля 0.21 Тл. При расчетах контролировалась неоднородность поля, приемлемой считалась величина, не превышающая 0.22%, полученная в электромагните микротрона [16]. Магнитная система состоит из двух симметричных относительно медианной плоскости частей. Одна такая часть показана на рис. 5. Основными ее элементами являются: магнитопровод, два полюса, два полюсных магнита и два кольцевых магнита (охватывающих полюса). Кольцевые магниты необходимы для усиления магнитного поля и предотвращения замыкания магнитных силовых линий с полюса на

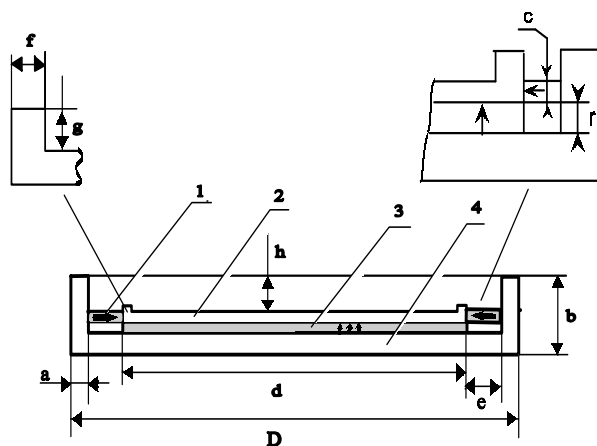


Рис. 5. Магнитная система микротрона на постоянном магните: 1 – кольцевой магнит, 2 – полюс, 3 – основной магнит, 4 – магнитопровод

внутреннюю поверхность обратного магнитопровода. Если считать, что полюса параллельны, то неоднородность поля определяется в основном магнитным сопротивлением полюсов, однородностью намагниченности магнитных элементов и краевыми эффектами на полюсе [2]. Для компенсации рассеяния и увеличения области однородного поля использованы кольцевые краевые шиммы, размеры которых постоянно варьировались для получения максимально возможной однородности поля. Ширина кольцевых магнитов тоже варьировалась при расчетах.

Некоторые результаты оптимизации магнитной системы представлены на рис. 6. Видно, что, начиная с определенного значения ( $e = 0.8$  см), уменьшение параметра  $e$  ведет к сильному возрастанию неоднородности поля. Увеличение этого параметра (сверх 0.8 см) не приводит к значительному повышению однородности поля. Ширина кольцевых магнитов влияет и на массу магнитной системы. При ее уменьшении падает напряженность поля в рабочем зазоре и необходимо увеличение толщины полюсных магнитов. Зависимость массы магнитной системы от ширины кольцевых магнитов также представлена на рис. 6. При оптимальных параметрах системы неоднородность поля не превышает 0.08%. Толщина полюсного магнита при этом 0.0055 м. Некоторые результаты расчетов представлены в таблице. Расчетное распределение поля вдоль главного диаметра исследуемой системы представлено на



рис. 2, там же показано аналогичное распределение в электромагните микротрона [16]]. В электромагните поле возрастает к краю полюса, а в исследуемой системе медленно убывает. Такое распределение поля способствует увеличению захвата электронов в ускорение [2] и повышению эффективности микротрона.

Масса электромагнита микротрона [16] равна 38 кг, а неоднородность поля 0.22%. Такая величина неоднородности вполне приемлема.

Расчетное значение неоднородности поля в электромагните хорошо совпадает с измеренным. Из таблицы видно, что оптимальным является вариант 8, но шимма для этого случая должна быть сделана с особой точностью.

Результаты расчета магнитной системы

Номер варианта	$e$ , см	$f$ , см	$g$ , см	Неоднородность, %
1	1	0.5	0.1	0.9
2	1	0.5	0.15	1
3	1	0.5	0.2	0.2
4	1	0.5	0.2	12
5	2	0.5	0.1	5
6	2	0.5	0.15	0.28
7	2	0.5	0.18	0.09
8	2	0.5	0.185	0.08
9	2	0.3	0.185	0.3
10	2	0.1	0.185	1
11	2	0.5	0.19	0.9
12	2	0.5	0.2	0.95
Электромагнит	–	–	–	0.22

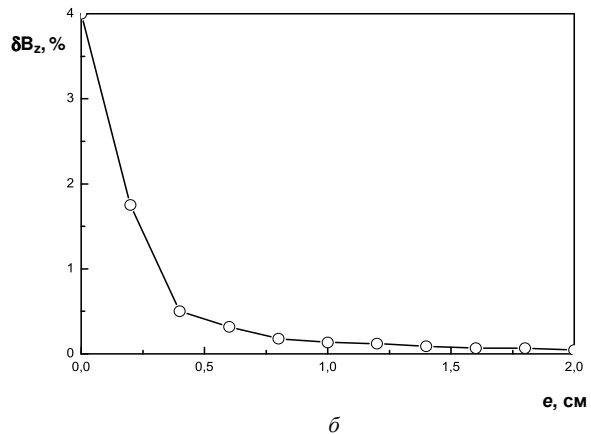
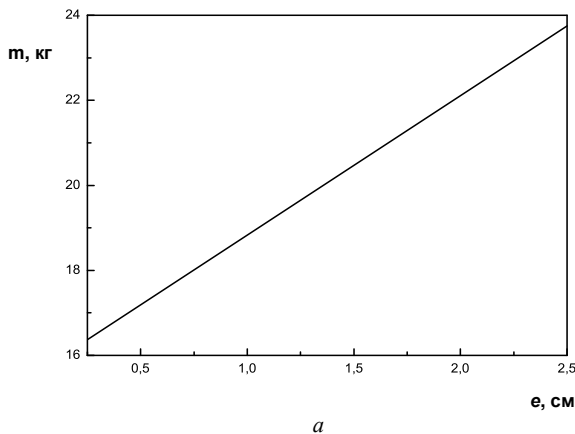


Рис. 6. Зависимость массы магнитной системы  $m$  (а) и неоднородности магнитного поля  $\delta B_z$  (б) в рабочей области от ширины кольцевых магнитов  $e$

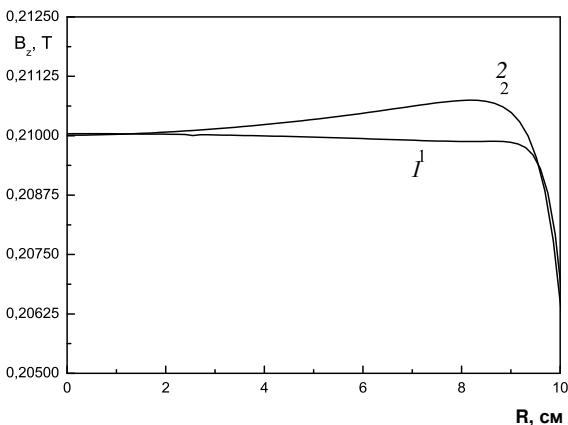


Рис. 7. Распределение индукции магнитного поля вдоль главного диаметра магнитной системы: 1 – магнитная система на постоянных магнитах, 2 – электромагнит микротрона [16]

Вариант 4 (нулевое намагничивание кольцевого магнита) дает самую высокую неоднородность поля и достаточно большой вес системы. Это говорит о необходимости применения кольцевого магнита. Расчеты дали следующие размеры магнитной системы:  $a = 10$  мм,  $b = 35$  мм,  $c = 5$  мм,  $d = 220$  мм,  $D = 280$  мм,  $e = 20$  мм,  $f = 5$  мм,  $g = 1.85$  мм,  $h = 16$  мм. Вес магнитной системы равен 20 кг. Полученные данные показывают целесообразность применения в малогабаритном микротроне магнитной системы на основе постоянных магнитов.



### Заключение

Создание объединенной СВЧ-системы и магнитной системы на основе постоянных магнитов позволит уменьшить вес, размеры и стоимость трехсантиметрового микротрона. Моноблок магнетрон-ускоряющий резонатор предполагается создать на основе магнетрона МИ-505. Это позволит уменьшить объем излучающего блока трехсантиметрового диапазона микротрона с энергией 5 МэВ более чем в три раза. Например, у микротрона [16] размеры излучающего блока уменьшатся с  $845 \times 420 \times 552$  до  $420 \times 420 \times 320$  мм<sup>3</sup>. При этом повысятся электрическая прочность и надежность СВЧ-системы, упростится управление ускорителем и его обслуживание.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №07-02-01288-а).

### Список литературы

1. Векслер В.И. Новый метод ускорения релятивистских частиц // Докл. АН СССР. 1944. Т.43. С.346.
2. Капица С.П., Мелехин В.Н. Микроотрон. М.: Наука, 1969. 210 с.
3. Мелехин В.Н. Эффективные режимы микротрона // Электроника больших мощностей. М.: Наука, 1968. №5. С.228–237.
4. Родионов Ф.В., Степанчук В.П. Об одном режиме ускорения в микроотроне // ЖТФ. 1971. Т.41, №5. С.999–1001.
5. Алексеев И.В., Балаев А.Ю., Горбачев В.П., Степанчук В.П. Развитие микроотронного направления в Саратовском университете // Проблемы современной физики / ОИЯИ. Дубна, 2000. С.22–31.

6. Shvedunov V.I., Barday R.A., Gorbachev V.P. et al. A Race-Track Microtron with High Brightness Beams // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 2004. Vol.531, №3. P.346–366.
7. Shvedunov V.I., Ermakov A.N., Gribov I.V. et al. A 70 MeV Race-Track Microtron // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 2005. Vol.550, №1–2. P.39–53.
8. Косарев Е.Л. Процессы установления и предельный ток в микроотроне // ЖТФ. 1972. Т. XLII, вып.10. С.2239–2246.
9. Заворотыло В.Н., Милованов О.С. Модель магнетронного генератора для расчета переходных процессов // Ускорители. М.: Атомиздат, 1977. №16. С.34–37.
10. Бондусь А.А., Горбачев В.П., Степанчук В.П. СВЧ-система малогабаритного микротрона // The Thirteenth Intern. Workshop Beam Dynamics & Optimization: Program and Abstracts. Saint-Petersburg, 2006. P.28.
11. Бондусь А.А., Горбачев В.П., Степанчук В.П. Совместная СВЧ система микротрона // The Fourteenth Intern. Workshop Beam Dynamics & Optimization. Saint-Petersburg, 2007. P.13.
12. Бондусь А.А., Горбачев В.П., Степанчук В.П. Переходные процессы в моноблоке магнетрон ускоряющий резонатор микротрона // Вестн. СПбГУ. Сер.10. 2008. №3.
13. Billen I.H., Young L.M. POISSON SUPERFISH Documentation, LA-UR-96-1834. Los-Alamos, 1996.
14. Максимов Р.В., Степанчук В.П., Шведун В.И. Магнит малогабаритного микротрона // The Thirteenth Intern. Workshop Beam Dynamics & Optimization: Program and Abstracts. Saint-Petersburg, 2006. P.41.
15. Максимов Р.В., Мутасов Д.В., Степанчук В.П. Магнитная система моноблока магнетрон-ускоряющий резонатор микротрона // The Fourteenth Intern. Workshop Beam Dynamics & Optimization: Program and Abstracts. Saint-Petersburg, 2007. P.32.
16. Бондусь А.А., Горбачев В.П., Степанчук В.П. Малогабаритный микроотрон трехсантиметрового диапазона для дефектоскопии // Сб. докл. 11-го Междунар. совещ. по применению ускорителей заряженных частиц в промышленности и медицине. СПб., 2005. С.19–22.

УДК 621.382.029.6

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТОНКИХ СДВИГОВ УРОВНЕЙ ЭНЕРГИИ В ВОДОРОДОПОДОБНЫХ АТОМАХ С ТОЧНОСТЬЮ ДО $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$ МЕТОДОМ КВАЗИПОТЕНЦИАЛА

Н.А. Бойкова, О.А. Бойкова, Ю.Н. Тюхтяев

Саратовский государственный университет  
E-mail: na\_boikova@mail.ru

Показано, что хотя количество логарифмических вкладов в тонкий сдвиг уровней энергии в квазипотенциальном подходе возрастает, суммарная поправка  $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$  оказывается равной нулю.

Рассчитана часть вкладов высшего порядка по  $\alpha$ .

**Ключевые слова:** связанное состояние, тонкий сдвиг, уровень энергии, водородоподобный атом, кулоновское взаимодействие, квазипотенциальный подход, логарифмический вклад, техника Фелла.



### The Investigation of the Fine Shift to the Energy Levels in the Hydrogen-Like Atoms with Accuracy $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$ by Quasipotential Method

N.A. Boikova, O.A. Boikova, Yu.N. Tyukhtyayev

In the quasipotential approach the quantity of Logarithmic corrections to the fine shift increased but the sum result of  $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$  is equal zero. The part of high order to  $\alpha$  corrections is calculated.

**Key words:** bound state, fine shift, energy level, hydrogen-like atom, Coulomb interaction, quasipotential approach, logarithmic contribution, Fella technics.



Эффективным методом исследования спектров водородоподобных атомов является квазипотенциальный подход, позволяющий последовательно и полно получить тонкую структуру и величины тонких сдвигов с точностью до четвертого и пятого порядка по  $\alpha$ .

Основное уравнение квазипотенциального подхода имеет вид

$$F^{-1}(E)\Psi_E(\bar{p}) = V(\bar{p}, \bar{q}, E)\Psi_E(\bar{p}), \quad (1)$$

где  $E$  – собственное значение полной энергии,  $\Psi_E(\bar{p})$  – описывающая систему волновая функция,  $F = \overline{G_0}(\bar{p}, \bar{q}, E)$ ,  $G_0$  – функция Грина двух невзаимодействующих фермионов, верхняя черта означает интегрирование по относительным энергиям. Квазипотенциал  $V(\bar{p}, \bar{q}, E)$  выражается через амплитуду рассеяния  $T$ :

$$V = T_+(1 + FT_+)^{-1}, \quad (2)$$

операция  $(\dots)_+ = u_1^* u_2^* \gamma_{10} \gamma_{20} (\dots) u_1 u_2$  означает проектирование на состояния с положительными энергиями с помощью дираковских биспиноров  $u_i$  ( $i=1,2$ ),

$$u_i = N_i \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\sigma \bar{p}}{M_{ip}} \end{pmatrix},$$

$$M_{ip} = \varepsilon_{ip} + m_i, \quad N_i = \sqrt{\frac{M_{ip}}{2\varepsilon_{ip}}}, \quad \varepsilon_{ip} = \sqrt{m_i^2 + p^2}.$$

Сдвиги уровней энергии определяются при решении квазипотенциального уравнения (1) по теории возмущений. С точностью до второго порядка поправка к кулоновским уровням энергии равна

$$\Delta E_c = \langle \phi_c | V_{kin} + \Delta V_{1\gamma} + \Delta V_{2\gamma} + \Delta V_{1\gamma} + V_{kin} \rangle \frac{|m\rangle \langle m|}{E_n - E_m} (\Delta V_{1\gamma} + V_{kin}) | \phi_c \rangle, \quad (3)$$

где  $\phi_c$  – кулоновская волновая функция,  $\Delta V_{1\gamma} = V_{1\gamma} - v_c$ ,  $v_c$  – кулоновский потенциал,  $V_{1\gamma}$  и  $V_{2\gamma}$  – квазипотенциалы одно- и двух-фотонного обменов соответственно,

$$V_{kin} = (-2\pi)^3 \delta^3(\bar{p} - \bar{q}) \frac{p^4}{2} \left( \frac{1}{m_1 M_{1p}^2} + \frac{1}{m_2 M_{2p}^2} \right).$$

При исследовании тонкого сдвига в водородоподобном атоме, где основным взаимодействием является кулоновское, удобно использовать кулоновскую калибровку фотонного пропагатора.

$$\Delta V_{1\gamma} = (K_c)_+ - v_c + (K_T)_+, \quad (4)$$

где ядра  $(K_c)_+$  и  $(K_T)_+$  описывают обмен одним кулоновским и одним поперечным фотонами соответственно. Ограничиваясь обменами двумя кулоновским и поперечным фотонами, для величины тонкого сдвига получаем

$$\Delta E = \langle \phi_c | (K_T)_+ + (\overline{K_c G_0 K_T})_+ - v_c F (K_T)_+ + (\overline{K_T G_0 K_c})_+ - (K_T)_+ F v_c + (K_{cT})_+ + V_{kin} F (K_T)_+ + (K_T)_+ F V_{kin} | \phi_c \rangle. \quad (5)$$

Ядро  $K_{cT}$  соответствует перекрестному обмену кулоновским и поперечным фотонами.

При исследовании кулоновского взаимодействия [1–3] было выяснено, что использование  $\delta$ -приближения кулоновских волновых функций

$$\phi_c(\bar{p}) = (2\pi)^3 \delta^3(\bar{p}) \phi_c(0) \quad (6)$$

устраняет зависимость от внешних импульсов и позволяет определить только поправки порядков  $\alpha^4$  и  $\alpha^5$ . В  $\delta$ -приближении не учитываются зависимости квазипотенциала от внешних импульсов [4], что приводит к появлению расходимостей. Поэтому возникает необходимость введения параметра обрезания и в суммарном выражении расходимости устраняются. Повышение точности теоретических расчетов требует учета зависимости квазипотенциала от импульсов  $\bar{p}$ ,  $\bar{q}$  и энергии  $E$ .

$$V = V(\bar{p}, \bar{q}, E). \quad (7)$$

Анализ полученных выражений показывает, что соответствующие квазипотенциальные выражения не содержат расходимостей ни в ультрафиолетовой, ни в инфракрасной областях.

Проблема логарифмических вкладов в шестом порядке по  $\alpha$  исследовалась многократно с применением различных методов и подходов. Значительный успех в этом направлении связан с работами Фелла и группы



Хрипловича. Техника вычислений, которую предложил Фелл, оказалась наиболее проста и продуктивна. В таблице работы [5] приведены результаты вычислений логарифмических вкладов шестого порядка по  $\alpha$  в тонкий сдвиг уровней энергии позитрония. Если исключить из одного из рассматриваемых в таблице интегралов вклады шестого по  $\alpha$  порядка, то получим

$$J_F = \int \frac{d\bar{p}}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)} \int \frac{d\bar{q}}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)} \frac{1}{(\bar{p} - \bar{q})^2} = 4\pi^4 \ln \alpha^{-1}. \quad (8)$$

Этот интеграл, который можно назвать интегралом Фелла, расходится, как впрочем и все остальные в таблице, но его вклад берется в особом «логарифмическом» промежутке. Имеем точный результат:

$$\int \frac{d\bar{q}}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)} \frac{1}{(\bar{p} - \bar{q})^2} = \frac{2\pi^2}{p} \operatorname{arctg} \frac{p}{\alpha\mu}. \quad (9)$$

Таким образом, интеграл Фелла приводится к виду

$$J_F = 8\pi^3 \int_0^\mu \frac{p dp}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)} \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\alpha\mu}{p} \right). \quad (10)$$

Логарифмическую поправку дает его расходящаяся часть в пределах  $\mu\alpha^2 < p \leq \mu$ . Поэтому с логарифмической точностью имеем

$$J_F = \int \frac{d\bar{p}}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)} \int \frac{d\bar{q}}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)} \frac{1}{(\bar{p} - \bar{q})^2} = 4\pi^4 \int_{\mu\alpha^2}^\mu \frac{p dp}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)} = 2\pi^4 \ln \frac{\mu}{\mu\alpha^2} = 4\pi^4 \ln \alpha^{-1}. \quad (11)$$

Решение задачи о логарифмических по  $\alpha$  вкладах метод квазипотенциала позволяет сделать наиболее полно [6]. Проанализируем вначале выражение для тонкого сдвига уровней энергии атома от обмена одним поперечным фотоном:

$$\begin{aligned} \Delta E_T &= \langle \Phi_c^*(\bar{p}) | (K_T(\bar{p}, \bar{q}))_+ | \Phi_c(\bar{q}) \rangle = \\ &= \frac{4\alpha^6 \mu^5}{\pi^4} \int \frac{N_p d^3 p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \\ &\times \int \frac{N_q d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \frac{[\bar{p}\bar{q}]^2}{(\bar{p} - \bar{q})^4} \left( \frac{1}{M_{1p}} + \frac{1}{M_{1q}} \right) \left( \frac{1}{M_{2p}} + \frac{1}{M_{2q}} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Выполняя интегрирование по угловым переменным и выделяя члены порядка  $\frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2}$ , получим

$$\begin{aligned} \Delta E_T &= \frac{64\alpha^6 \mu^5}{\pi^2 m_2} \int_0^\infty \frac{N_p p^2 dp}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{N_q q^2 dq}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \frac{1}{M_{1q}} \left( 1 + \frac{(p^2 + q^2)}{2pq} \ln \frac{|p - q|}{p + q} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Логарифмический вклад обеспечивает интеграл вида

$$J_{\ln} = \int_0^\infty \frac{p dp}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)} \int_0^\infty \frac{q dq}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)} \frac{1}{\varepsilon_{1q}^2} \ln \frac{|p - q|}{p + q}. \quad (14)$$

Для его выделения в выражении (13) требуется наличие при  $\ln \frac{|p - q|}{p + q}$  фактора  $(p^2 q^2)$ .

Дополнительную степень  $q^2$  можно получить с помощью преобразования

$$\frac{1}{M_{1q}} = \frac{1}{2m_1} \left( 1 - \frac{q^2}{M_{1q}^2} \right) \Rightarrow -\frac{q^2}{8m_1 \varepsilon_{1q}^2}.$$

Тогда, полагая  $N_p N_q = 1$ , получим следующее аналитическое выражение для логарифмической поправки

$$\begin{aligned} \Delta E_T^1(\alpha^6 \ln \alpha) &= -\frac{4\alpha^6 \mu^5}{\pi^2 m_1 m_2} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \frac{pq}{\varepsilon_{1q}^2} \ln \frac{|p - q|}{p + q}. \end{aligned} \quad (15)$$

Вычисления приводят к результату

$$\Delta E_T^1 = -\frac{4\alpha^6 \mu^5}{\pi^2 m_1 m_2} J_{\ln} = 2 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \frac{\alpha^{-1}}{2}. \quad (16)$$

Однако полученный логарифмический вклад не является полным. Дополнительные степени  $p^2$  и  $q^2$  выделяются также из нормировочных множителей. Учитывая, что

$$\begin{aligned} N_p N_q &= 1 - \frac{p^2}{2\varepsilon_{1p} M_{1p} (1 + N_p)} - \frac{q^2}{2\varepsilon_{1q} M_{1q} (1 + N_q)} + \\ &+ \frac{p^2 q^2}{4\varepsilon_{1p} \varepsilon_{1q} M_{1p} M_{1q} (1 + N_p)(1 + N_q)}, \\ N_p N_q &\Rightarrow -\frac{p^2}{8\varepsilon_{1p}^2} - \frac{q^2}{8\varepsilon_{1q}^2}, \end{aligned}$$



получаем аналогичный (16) логарифмический вклад

$$\Delta E_T^2 = 2 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \frac{\alpha^{-1}}{2}. \quad (17)$$

Итак, суммарный результат от однофотонного взаимодействия оказывается следующим:

$$\begin{aligned} \Delta E_T(\alpha^6 \ln \alpha) &= \Delta E_T^1(N_p N_q = 1) + \\ &+ \Delta E_T^2(N_p N_q \neq 1) = 4 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}. \end{aligned} \quad (18)$$

Анализ однофотонного взаимодействия базируется на логарифмическом интеграле (14), который является аналогом интервала Фелла и приводится к нему с помощью преобразования

$$\begin{aligned} J_{\ln} &= -\frac{1}{8\pi^2} \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)} \times \\ &\times \int \frac{d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)} \frac{1}{(\bar{p} - \bar{q})^2 (q^2 + m_1^2)} \end{aligned} \quad (19)$$

и последующей замены  $q^2 + m_1^2 \rightarrow m_1^2$ , устраняющей вклады порядка  $\alpha^6$ . Поэтому с точностью до членов  $\alpha^6 \ln \alpha$

$$J_{\ln} = -\frac{1}{8\pi^2 m_1^2} J_F. \quad (20)$$

Хотя интеграл Фелла в отличие от  $J_{\ln}$  не являются сходящимся, но содержит только искомого логарифмическую поправку без дополнительных членов  $\alpha^6$ . Поэтому при расчетах с логарифмической точностью его использование более целесообразно. Однако при повышении точности расчетов до  $\alpha^6$  интеграла  $J_F$  оказывается недостаточно.

В работах других авторов [7–9] всюду полагается  $N_p N_q = 1$ . Часть вклада (18)  $\Delta E_T^1(N_p N_q = 1)$  компенсируется в сумме с поправкой от обмена двумя поперечными фотонами. Другая же часть в технике Фелла и Хрипловича уничтожиться не может, так что корректность квазипотенциального подхода к исследованию величины тонкого сдвига уровней энергии зависит от разработки специфической теории возмущений, учитывающей отличие нормировочного множителя дираковского биспинора от единицы. Такая

теория возмущения показывает, что зависимость итерационных членов в выражении (5) от величины нормировочного множителя дираковского биспинора различна

$$\begin{aligned} \Delta E^3 &= -\langle \varphi_c | (K_T)_+ F v_c | \varphi_c \rangle = -\frac{2\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1} \\ &\text{при } N_p N_q \neq 1, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Delta E^4 &= \langle \varphi_c | (K_T)_+ F V_{kin} | \varphi_c \rangle = -\frac{2\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1} \\ &\text{при } N_p N_q = 1. \end{aligned} \quad (22)$$

Отсюда следует, что часть вклада (18) при  $N_p N_q \neq 1$  компенсируется в сумме с величиной (21). Однако существует симметричный итерационный член

$$\begin{aligned} \Delta E^5 &= -\langle \varphi_c | v_c F (K_T)_+ | \varphi_c \rangle = -\frac{2\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1} \\ &\text{при } N_p N_q \neq 1. \end{aligned} \quad (23)$$

Для анализа этой поправки, возникающей из-за отличия нормировочного множителя от единицы, необходимо рассмотреть двухфотонные обмены в выражении (5).

Опуская члены, не имеющие непосредственного отношения к рассматриваемой проблеме, для величины сдвига от параллельного обмена кулоновским и поперечным фотонами имеем:

$$\begin{aligned} \Delta E_{CT} &= -\frac{\alpha^7 \mu^5}{\pi^6 m_2} \int \frac{N_p d\bar{p}}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{N_q d\bar{q}}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \\ &\times \int \frac{d\bar{k}}{(\bar{k} - \bar{p})^2 (\bar{k} - \bar{q})^2 (k^2 + \alpha^2 \mu^2)} \frac{M_{1k}}{\epsilon_{1k}} \times \\ &\times [f_1(\bar{k}) + f_2(\bar{p}, \bar{k}) + f_3(\bar{q}, \bar{k})], \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} f_1(\bar{k}) &= \frac{k^2}{2} \left( 3 + \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \right) - \frac{(\epsilon_{1k} - \epsilon_{1q})(\epsilon_{2k} - \epsilon_{2q})}{(\bar{k} - \bar{q})^2} \times \\ &\times \left( 2m_2 M_{1k} + \frac{k^2}{2} \left( \frac{M_{1k}}{2m_2} + \frac{2m_2}{M_{1q}} \right) \right), \\ f_2(\bar{p}, \bar{k}) &= \bar{p}\bar{k} \left( \frac{k^2}{M_{1p} M_{1k}} - \frac{(k^2 - q^2)^2}{(\bar{k} - \bar{q})^2} \times \right. \\ &\times \left. \left( \frac{M_{1k}}{2m_2^2 (\epsilon_{1k} + \epsilon_{1q})} + \frac{1}{M_{1p} (\epsilon_{1k} + \epsilon_{1q})} \right) \right), \end{aligned}$$





$$f_3(\bar{q}, \bar{k}) = \frac{q^2}{2} \left( 1 + 3 \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \right) - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \right) (\bar{k} - \bar{q})^2 + \frac{1}{2} (k^2 - q^2)^2 \left( \frac{M_{1k}}{2m_2} + \frac{2m_2}{M_{1q}} \right) \left( \frac{1}{2m_2(\epsilon_{1k} + \epsilon_{1q})} - \frac{q^2(k^2 - q^2)^2}{2(\bar{k} - \bar{q})^2 2m_2(\epsilon_{1k} + \epsilon_{1q})} \left( \frac{M_{1k}}{2m_2} + \frac{2m_2}{M_{1q}} \right) \right).$$

Поправка от блока  $f_1(\bar{k})$  представляется выражением

$$\Delta E(f_1) = -\frac{\alpha^7 \mu^5}{\pi^6 m_2} \int \frac{N_p d\bar{p}}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \int \frac{N_q d\bar{q}}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d\bar{k}}{(\bar{k} - \bar{p})^2 (\bar{k} - \bar{q})^2 (k^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \left[ \frac{M_{1k}}{\epsilon_{1k}} \left[ \frac{k^2}{2} \left( 3 + \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \right) - \frac{(k^2 - q^2)^2}{k_q^2 (\epsilon_{1q} + \epsilon_{1k})} \left( M_{1k} + \frac{k^2}{2M_{1q}} \right) \right] \right]. \quad (25)$$

Последний член, пропорциональный  $\frac{(k^2 - q^2)^2 k^2}{(\bar{k} - \bar{q})^4}$ , не приводится к интегралу

Фелла, так как интегрирование по угловым переменным обеспечивает результат

$$\int \frac{(k^2 - q^2)^2 d\Omega}{(\bar{k} - \bar{q})^4} \cong 4\pi,$$

и множитель  $(k^2 + \alpha^2 \mu^2)^{-1}$ , необходимый для  $J_F$ , исчезает. В оставшемся выражении требуется выделить степень  $q^2$  для погашения фактора  $(q^2 + \alpha^2 \mu^2)$ , что достигается преобразованием

$$\frac{M_{1k}}{\epsilon_{1k}} \left( 3 + \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \right) = 8 - \frac{2q^2}{M_{1q}^2} \approx 8 - \frac{q^2}{2m_1^2}.$$

Тогда получаем

$$\Delta E_{ct}^1 = -\frac{\alpha^7 \mu^5}{2\pi^6 m_2} \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \int \frac{d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 k}{(\bar{k} - \bar{p})^2 (k^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \left[ \frac{N_p N_q}{(\bar{k} - \bar{q})^2} \left( 8k^2 - \frac{k^2 q^2}{2m_1} \right) - 4N_p \right]. \quad (26)$$

Выражение, пропорциональное  $k^2 q^2 / (\bar{k} - \bar{q})^2$ , обеспечивает логарифмический вклад при  $N_p N_q = 1$ .

$$\Delta E_{ct}^1(N_p N_q = 1) = \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}. \quad (27)$$

В остальных членах для выделения вклада  $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$  требуется учесть нормировочные множители более детально.

$$N_p = 1 - \frac{p^2}{2\epsilon_{1p}(1 + N_p)M_{1p}} \Rightarrow -\frac{p^2}{8m_1^2}.$$

Поэтому произведение нормировочных множителей  $N_p N_q$  с учетом симметрии подынтегрального выражения по  $\bar{p}$  и  $\bar{q}$  обеспечивает требуемый для интеграла Фелла фактор:

$$N_p N_q = 1 - 2(1 - N_p) + (1 - N_p)(1 - N_q) \Rightarrow -\frac{p^2}{4m_1^2}.$$

Итак, детальный учет факторов  $N_p$  и  $N_q$  обеспечивает весьма существенную логарифмическую поправку, которая оказывается в три раза больше предыдущей.

$$\Delta E_{ct}^1(N_p N_q \neq 1) = 3 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}. \quad (28)$$

В отличие от  $f_1$  функция  $f_2$  в выражении (24) содержит зависимость от внешнего импульса  $\bar{p}$ .

$$\Delta E_{ct}^2 = -\frac{\alpha^7 \mu^5}{\pi^6 m_2} \int \frac{N_p d\bar{p}}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{N_q d\bar{q}}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \int \frac{d\bar{k}}{(\bar{k} - \bar{p})^2 (\bar{k} - \bar{q})^2 (k^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \frac{M_{1k}}{\epsilon_{1k}} f_2(\bar{p}, \bar{k}). \quad (29)$$

Преобразуя матричную структуру  $f_2$ , выделяем члены, пропорциональные  $q^2(\bar{p}\bar{k})$ , которые обеспечивают вклады порядка  $\alpha^7$ . В оставшемся выражении выполняя интегрирование по  $\bar{q}$ , получаем фактор  $1/\alpha$ .

$$\Delta E_{ct}^2 = -\frac{2\alpha^6 \mu^4}{\pi^4 m_2} \int \frac{N_p d^3 p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \int \frac{(\bar{p}\bar{k}) d^3 k}{(\bar{p} - \bar{k})^2 (k^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \frac{1}{M_{1k} M_{1p}} \times \left( \frac{k^2}{(k^2 + \alpha^2 \mu^2)} - 1 \right). \quad (30)$$



Заметим, что

$$\alpha\mu = \frac{\alpha m_1 m_2}{m_1 + m_2} \equiv \alpha\beta m_2,$$

где  $\beta = m_1/m_2$ . Следовательно, подынтегральное выражение зависит от двух малых параметров  $\alpha$  и  $\beta$ . Выполняя замены  $p' = m_1 p$ ,  $q' = m_1 q$ ,  $k' = m_1 k$ , исключим зависимость от параметра  $\beta$  и далее исследуем зависимость от параметра  $\alpha' = \frac{\alpha}{1+\beta}$ .

$$\Delta E_{CT}^2 = -\frac{\alpha^8 \mu^3}{4\pi^4 m_2 m_1} \int \frac{N'_p d^3 p}{(p^2 + \alpha'^2)^2} \times \int \frac{(\bar{p}\bar{k}) d^3 k}{(\bar{p}-\bar{k})^2 (k^2 + \alpha'^2)^2} \frac{1}{M'_k M'_p}, \quad (31)$$

где  $M'_k = \varepsilon'_k + 1$ ,  $\varepsilon'_k = \sqrt{k^2 + 1}$ ,  $N'_p = \sqrt{\frac{M'_p}{2\varepsilon'_p}}$ .

Рассмотрим «базовый» интеграл выражения  $\Delta E_{CT}^2$ :

$$J_{pk} = \alpha^8 \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha'^2)^2} \int \frac{d^3 k}{(k^2 + \alpha'^2)^2} \frac{(\bar{p}\bar{k})}{(\bar{p}-\bar{k})^2}. \quad (32)$$

С учетом симметрии его можно представить в виде

$$J_{pk} = \alpha^8 \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha'^2)^2} \times \int \frac{d^3 k}{(k^2 + \alpha'^2)^2} \left( \frac{p^2}{(\bar{p}-\bar{k})^2} - \frac{1}{2} \right). \quad (33)$$

Несмотря на высокую степень коэффициента,  $J_{pk}$  приводит к вкладу порядка  $\alpha^6$ ,

$$J_{pk} = \frac{\pi^4}{4} \alpha^6. \quad (34)$$

Учет фактора  $\frac{1}{M'_k M'_p}$  в подынтегральном выражении эквивалентен введению в интеграл дополнительного множителя типа  $\frac{p^2}{M_p'^2}$ .

$$J'_{pk} = \alpha^8 \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha'^2)^2} \int \frac{d^3 k}{(k^2 + \alpha'^2)^2} \times \left( \frac{p^2}{(\bar{p}-\bar{k})^2} - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{p^2}{M_p'^2} + \frac{k^2}{M_k'^2} \right) =$$

$$= \alpha^8 \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha'^2)^2} \int \frac{d^3 k}{(k^2 + \alpha'^2)^2} \times \left[ \frac{1}{(\bar{p}-\bar{k})^2} \left( \frac{p^4}{M_p'^2} + \frac{p^2 k^2}{M_k'^2} \right) - \frac{p^2}{M_p'^2} \right]. \quad (35)$$

Последний член, не содержащий кулоновского фактора  $(\bar{p}-\bar{k})^2$ , приводит в вкладу порядка  $\alpha^7$ . Первый член вследствие наличия множителя  $p^4$  устраняет фактор  $(p^2 + \alpha'^2)^{-2}$  и также обеспечивает вклад порядка  $\alpha^7$  без логарифма  $\alpha$ . Наличие фактора  $p^2 k^2$  повышает порядок вклада до  $\alpha^8$ , но, согласно интегралу Фелла, обеспечивает логарифмическую зависимость по  $\alpha$ . Итак, выражение  $\Delta E_{CT}^2$  не дает логарифмических поправок порядка  $\alpha^6$ . Его наибольший вклад составляет

$$\Delta E_{CT}^2 = -\frac{1}{16} \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2}. \quad (36)$$

В блоке  $\Delta E_{CT}^3$ , содержащем функцию  $f_3$ , после выделения в матричном выражении членов порядка  $\alpha^6$ , содержащих  $q^2$  и  $k^2$ , получим

$$\Delta E_{CT}^3 = -\frac{\alpha^6 \mu^4}{2\pi^4 m_2} \int \frac{N_q d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \int \frac{M_{1k} d^3 k}{(\bar{p}-\bar{k})^2 (k^2 + \alpha^2 \mu^2)^2 \varepsilon_{1k}} \times \left[ q^2 \left( 1 + 3 \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \right) - 2 \frac{k^2 q^2}{M_{1q} (\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{1q})} \right]. \quad (37)$$

В последнем члене, пропорциональном  $k^2 q^2$ , имеются все необходимые элементы для выделения логарифмического интеграла Фелла. В первом же члене требуется выделить дополнительную степень  $k^2$ , что достигается преобразованием

$$\left( 1 + 3 \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \right) \frac{M_{1k}}{\varepsilon_{1k}} = 8 + \frac{6k^2}{M_{1k} M_{1q}} - \frac{4k^2}{\varepsilon_{1k} M_{1k}} \Rightarrow -\frac{k^2}{2m_1^2}.$$

Учет нормировочного множителя  $N_q$  не изменяет логарифмической поправки  $\Delta E_{CT}^3$



$$\Delta E_{cT}^3 = -\frac{\alpha^6 \mu^4}{2\pi^4 m_2 m_1^2} \int \frac{q^2 d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \times \quad (38)$$

$$\times \int \frac{k^2 d^3 k}{(\bar{p} - \bar{k})^2 (k^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} = 2 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_2 m_1} \ln \alpha^{-1}.$$

Тогда логарифмический вклад выражения (24) оказывается следующим:

$$\Delta E_{cT} = \Delta E_{cT}^1 + \Delta E_{cT}^2 + \Delta E_{cT}^3 = \quad (39)$$

$$= \Delta E_{cT}(N_p N_q = 1) + \Delta E_{cT}(N_p N_q \neq 1),$$

где

$$\Delta E_{cT}(N_p N_q = 1) = 3 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1},$$

$$\Delta E_{cT}(N_p N_q \neq 1) = 3 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}.$$

Итак, учитывая выражения (18), (21)–(23), (39), для суммарного логарифмического вклада в величину тонкого сдвига от обмена кулоновским и поперечным фотонами получаем результат

$$\Delta E = 2 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}, \quad (40)$$

который компенсируется учетом вклада от обмена двумя поперечными фотонами [10].

Следовательно, возникающая в однофотонном обмене дополнительная поправка, связанная с учетом отличия нормировочных множителей от единицы, уничтожается в сумме диаграмм, следующих из квазипотенциальной теории возмущений. Таким образом, в наших работах продемонстрирована возможность квазипотенциального метода рассчитать поправки к тонкому сдвигу в высших порядках по  $\alpha$ .

#### Список литературы

1. *Boikova N.A., Boikova O.A., Kleshchevskaya S.V., Tyukhtyaev Yu.N.* On the possibility of precise calculations of the contribution to the fine energy shifts of hydrogen-like atoms due to the motion of the nucleus // *Laser Physics and Photonics, Spectroscopy and Molecular Modeling VII*, SPIE 2007. Vol.6537. P.6537–19–1–6537–19–8.
2. *Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н.* К вопросу о новых вкладах в тонкий сдвиг энергии водородоподобных атомов с точностью до шестого порядка по константе тонкой структуры // *Теоретическая физика*. 2007. Т.8. С.124–130.
3. *Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н.* Исследование поправок к известному значению тонкого сдвига в высших порядках теории возмущений // *Проблемы оптической физики: Материалы 11-й Междунар. молодежной науч. школы по оптике, лазерной физике и биофизике*. Саратов, 2008. С.145–151.
4. *Ньюнок Н.Е., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.* Влияние движения ядра на тонкую структуру водорода / *Сообщение ОИЯИ Р2–7493*. Дубна, 1973. 16 с.
5. *Fell R.N.* Single transverse photon correction to the 2S energy levels of positronium / *Preprint BUW 01742*. Massachusetts, 1992. 40 p.
6. *Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.* Техника Фелла и возможности ее обобщения при расчетах тонких сдвигов методом квазипотенциала // *Тез. докл. Всерос. совещ. по квантовой метрологии и фундаментальным физическим константам / Государственный научный центр РФ. Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева*. СПб., 2008. 30 с.
7. *Khriplovich I.B., Milstein A.I., Yelkhovsky A.S.* Corrections of  $(\alpha^6 \ln \alpha)$  in two-body QED problem // *Phys. Lett. B*. 1992. Vol.282. P.237–242.
8. *Khriplovich I.B., Milstein A.I., Yelkhovsky A.S.* Logarithmic corrections in the two-body QED problem // *Physica Scripta*. 1993. Vol.146. P.252–260.
9. *Fell R.N., Khriplovich I.B., Milstein A.I., Yelkhovsky A.S.* On the recoil corrections in hydrogen // *Phys. Lett. A*. 1993. Vol.181. P.172–174.
10. *Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н.* Исследование аномально больших логарифмических вкладов при решении задачи об отдаче ядра квазипотенциальным методом // *Проблемы оптической физики и биофотоники: Материалы 12-й Междунар. молодежной науч. школы по оптике, лазерной физике и биофизике*. Саратов, 2009. С.118–124.



## ХРОНИКА

УДК 535.1:372.853+1.113

### КРУГЛЫЙ СТОЛ «Человек и свет в естественно-научной и художественной картине мира. II»

**Модератор:** Медведев Борис Абрамович

доцент кафедры общей физики СГУ, канд. физ.-мат. наук

Представлена работа круглого стола «Человек и свет в естественно-научной картине мира» на секции по истории, методологии и философии оптического образования XII Международной школы для молодых ученых и студентов по оптике, лазерной физике и биофотонике, прошедшей в Саратове 23–26 сентября 2008 года.

**Ключевые слова:** оптическое образование, методология, философия.

**Round Table «Man and Light in Natural and Treatment of the Universe. II»**

**Moderator: Medvedev Boris A.**

Represented work of Round Table «Man and Light in natural and treatment of the universe» on Workshop – History, Methodology and Philosophy of the Optical Education of XII International School for Young Scientists and Students on Optics, Laser Physics and Biophotonics, which was of September 23–26, 2008, Saratov, Russia.

**Key words:** optical education, methodology, philosophy.

**Участники:**

Заведующий кафедрой оптики и биофотоники Саратовского государственного университета (СГУ), профессор, д-р физ.-мат. наук Тучин Валерий Викторович;

Заведующий кафедрой геометрии СГУ, профессор, д-р физ.-мат. наук Розен Виктор Владимирович;

Заведующий кафедрой философии и методологии науки СГУ, профессор, д-р филос. наук Позднева Светлана Павловна;

Профессор кафедры культурологии СГТУ, д-р филос. наук Дуплинская Юлия Михайловна;

Профессор кафедры оптики и биомедицинской физики СГУ, д-р физ.-мат. наук Рябухо Владимир Петрович;

Заведующий кафедрой лазерной и компьютерной физики СГУ, профессор, д-р физ.-мат. наук Мельников Леонид Аркадьевич;

Заведующий кафедрой теоретической и ядерной физики СГУ, профессор, д-р физ.-мат. наук Дербов Владимир Леонардович;

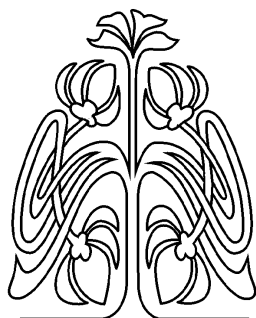
Профессор кафедры физики полупроводников СГУ, д-р физ.-мат. наук Роках Александр Григорьевич;

Профессор кафедры общей и теоретической физики Самарского государственного университета, д-р физ.-мат. наук Горохов Александр Викторович;

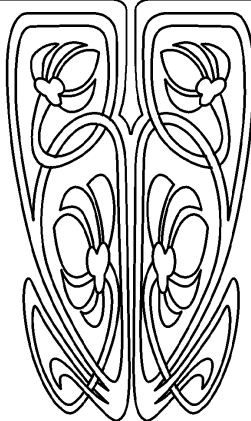
Профессор кафедры общей физики и волновых процессов Московского государственного университета, д-р физ.-мат. наук Приезжев Александр Васильевич;

Профессор кафедры теоретической и математической физики СГУ, д-р физ.-мат. наук Бабков Лев Михайлович;

Профессор кафедры истории российской цивилизации Института истории и международных отношений СГУ, д-р филос. наук Михель Дмитрий Викторович.



**ПРИЛОЖЕНИЯ**





**Б.А. Медведев**  
**ГУМАНИСТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ**  
**ФИЗИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

*«Стремиться к образованию» – значит с любовью и рвением искать бытийного участия во всем и причастности ко всему, что есть в природе и истории от сущности мира... – вот что означает по «Фаусту» Гете желание быть микрокосмом.*

Макс Шелер

Проблема гуманизации естественно-научного знания непосредственно связана, на наш взгляд, с проблемой будущности нашей цивилизации. И если еще Ф. Шиллер говорил о деперсонализации и дегуманизации человека своего времени, то что же можно сказать о нашем веке? Духовно-нравственный кризис настолько поразили техногенную цивилизацию, что, говоря словами Луи де Бройля, «единственная проблема современности заключается в том, сумеет ли человек пережить свои собственные изобретения». Не происходит ли уже (по опасению Ортега-и-Гассета) «капитуляция Университета перед насущными человеческими потребностями»? Как не хочется соглашаться с ним в том, что он назвал «чудовищным фактом» – «в Европе Университет перестал быть духовной мощью».

На наш взгляд, развитие интеллекта в физическом образовании и его гуманизация пересекаются на границе разума и чувства. И именно в той области, где физическое познание погружается в переживание хрупкости человеческого бытия, где глубина творчества – в невысказанном, где произведение искусства, так же, как и научное открытие нередко возвышены нашим собственным недопониманием. Там, искусство картинами Леонардо и Рафаэля пишется символами нашего «Я», там этюды мыслей – в полутонах переживаний. Согласимся с Бердяевым – «бесстрастного познания не могло быть, и никогда не было у настоящих философов» и, добавим мы, у настоящих физиков. Тонкость восприятия мира роднит ученого с художником, «мысль не есть исчисление, мысль рождается из душевного потрясения» (М. Мамардашвили), и истина приоткрывается под субъективным углом зрения: «стихослагающее существо мышления хранит силу истины бытия» (М. Хайдеггер) или, словами Эдгара По, «поэтическое чутье – критерий истины».

Если, таким образом, в понятие интеллекта нами включаются смыслы ощущения и восприятия природы, то можно говорить об иррациональной составляющей интеллекта и, тем самым, о единстве естественно-научной и художественной картины мира в пространстве переживаний и мыслей познающего субъекта. «В высокоодаренных умах... явления, отделенные в действительности друг от друга огромными пространственными и временными промежутками, объединяются в таких умах мгновенно... Гении отличаются от обыкновенных умов необычайным развитием способности к ассоциациям по сходству» (У. Джеймс). В этом контексте, представляется интересной трансляция идей от тезиса: «Природа экономна» Аристотеля к «бритве» Оккама и далее к принципам наименьшего действия Лагранжа и Гамильтона и, наконец, к принципу наименьшей насильственности и наибольшей восприимчивости Вячеслава Иванова – «теургическому принципу в искусстве», ведущих, по нашему мнению, к сближению двух культур.

В целом проект программы гуманитаризации физического образования представляется нами в расширении формата образовательного государственного стандарта курса «История и методология физики» за счет введения новых факультативных курсов и, в частности, чтения курса «Физика в хронике мировой культуры эпох Античности, Ренессанса, Просвещения, Нового времени». Содержание лекций этого курса, наряду с хронологией открытий в области физики и достижений в области мировой культуры, может по выбору включать следующие темы.

1. Физика гармонии. Симметрия в природе и мироощущениях;
2. Физическая и художественная картина мира;
3. Влияние искусства на развитие личности ученого;
4. Моральные основания научного знания и художественного творчества;
5. Метафоричность в поэзии и символизм в науке;
6. Абстракции в физической науке и в искусстве;
7. Принцип дополнительности Нильса Бора в приложении к научному и художественному творчеству;



8. Пространство и время в научном и художественном познании мира;

9. Представления о красоте физических теорий и произведений искусств;

10. Портреты великих физиков;

11. Физическая наука и общечеловеческие ценности;

12. Проблема синтеза двух культур.

Этический и нравственный аспект реализации этой программы позволяет надеяться на воспитание наших выпускников с понятиями по Владимиру Далю об «истине, доблести и долге».

**В.В. Тучин**

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ  
ЦЕНТР ОПТИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ  
В ПРОМЫШЛЕННОСТИ И МЕДИЦИНЕ  
(МНОЦ «ФОТОНИКА»): ДОСТИЖЕНИЯ  
И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ**

Международный научно-образовательный центр оптических технологий в промышленности и медицине (МНОЦ «Фотоника») был организован в 2007 г. в рамках Инновационной образовательной программы СГУ с целью комплексного развития научных исследований и образовательных программ в области оптических информационных технологий, нано- и биофотоники для решения практических задач Саратовского региона, а также интегрирования региональной промышленности и здравоохранения в международное пространство оптических технологий для обеспечения конкурентности выпускаемой продукции и предоставляемых медицинских услуг.

Главная миссия МНОЦ «Фотоника», как она видится организаторам, состоит в разработке и внедрении в учебный процесс новых образовательных технологий; повышении качества образования специалистов, магистров и аспирантов по ряду ведущих направлений физических и междисциплинарных наук – физике оптических явлений, медицинской физике и биофизике; в обеспечении потребности Саратовской области в специалистах мирового уровня по направлениям: лазерные и оптические биомедицинские технологии, нанобиотехнологии, оптические биосенсоры, оптические информационно-телекоммуникационные системы, фотонно-кристаллические световоды и системы на их основе.

МНОЦ «Фотоника» создан на базе физического факультета СГУ. В его состав входят: ка-

федра оптики и биофотоники; кафедра биомедицинской физики, кафедра компьютерной и лазерной физики, кафедра теоретической и ядерной физики, а также Научно-образовательный институт оптики и биофотоники СГУ и Интегрированная образовательная структура (ИОС) – «Научно-образовательного центра по оптике, лазерным измерениям и биофотонике» СГУ и Института проблем точной механики и управления РАН (ИП-ТМУ РАН). МНОЦ «Фотоника» хорошо интегрирован в структуру СГУ и активно сотрудничает со многими подразделениями в плане проведения совместных исследований, использования оборудования, проведения конференций и научных школ. Среди таких подразделений НОЦ «Нелинейная динамика и биофизика», Институт естественных наук, факультет нелинейных процессов, факультет нано- и биомедицинских технологий и образовательно-научный центр нанотехнологий, биологический и химический факультеты, а также международный отдел СГУ.

МНОЦ «Фотоника» обеспечивает: 1) участие СГУ в международных научно-образовательных программах, таких как CRDF, FP7, EPS, NATO, SPIE, OSA, МНТЦ и др.; 2) систему непрерывного образования (студент – аспирант – докторант) и переподготовку специалистов высшей школы в области оптики, лазерной физики и биофотоники.

Одно из главных достижений МНОЦ «Фотоника» – это существенный вклад коллектива в развитие мировой системы оптического образования. Сотрудниками МНОЦ за последние годы выполнен целый ряд крупных проектов по публикации монографий, учебных пособий с грифом Минобразования. Все опубликованные монографии и учебники широко используются в Российской Федерации и в мире при подготовке специалистов по биомедицинской оптике и биофотонике. Являясь мировыми лидерами в написании монографий и учебников по биофотонике, мы видим свою миссию в обеспечении русскоязычной аудитории современными монографиями по биомедицинской оптике и биофотонике.

МНОЦ «Фотоника» имеет более 20 текущих проектов различного ранга с общим объемом финансирования около 45 млн рублей. Работы выполняются по различным программам Российской Федерации и международным программам, таким как программа Президента РФ «Поддержка веду-



щих научных школ», Аналитическая ведомственная целевая программа «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 гг.)» (3 проекта), программа «Участник молодежного научно-инновационного конкурса – У.М.Н.И.К», РФФИ, международная программа РФФИ, Европейская рамочная программа FP7, программа CRDF Biomedical Research и др.

Институт оптики и биофотоники СГУ как структурное подразделение МНОЦ «Фотоника» является ассоциированным партнером международного центра по биофотонике (Center of Biophotonics Science and Technology (США) and Canadian Institute for Photonics Innovation (Канада) <http://www.biophotonicsworld.org/>), Национального центра биомедицинской фотоники Болгарской Академии наук и Ирландской национальной платформы по биофотонике. МНОЦ имеет более двадцати партнеров в РФ, в том числе Институт прикладной физики РАН, Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН, Международный лазерный центр МГУ, Лазерный центр Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики, а также более пятидесяти зарубежных партнеров, включая университеты США, Канады, Великобритании, Финляндии, Португалии, Ирландии, Германии, КНР, Японии и Сингапура, зарубежные высокотехнологичные компании и инновационные центры (США – Palomar Medical Technologies Inc., Burlington; Dentalphotonics, LLC; Photothera, LLC; Канада – Lumerical Solutions, Vancouver, BC; MJC Optical Technology; Израиль – ELFI-TECH, Park Hamada; Nehora Photonics Ltd.; Франция – Международный российско-французский центр инноваций и трансфера технологий при Правительстве Франции в России).

**Д.В. Михель**

#### **К СОЦИАЛЬНОЙ ИСТОРИИ ИЗОБРЕТЕНИЯ ТЕЛЕСКОПА**

В XVI веке новость о производстве в Голландии «зрительных труб» быстро распространилась по всей Европе. Уже в апреле 1609 г. в Париже в лавках торговцев очками появились первые подзорные трубы, дававшие трехкратное увеличение. Четыре месяца спустя такие же трубы уже продавались в Италии.

По-видимому, первым, кто попытался создать свой собственный телескоп, был англичанин

Томас Хэрриот (1560–1621), выпускник Оксфордского университета. С 1609 по 1613 г. он занимался телескопическими наблюдениями, но результаты не публиковал. В частности, в августе 1609 г. с помощью трехкратного телескопа он наблюдал Луну, о чем свидетельствуют его многочисленные рисунки и рукописи, ставшие известными только три века спустя.

Гораздо больший успех сопутствовал итальянцу Галилею (1564–1642), тогда занимавшему скромный пост профессора математики в Падуанском университете. С июня по июль 1609 г. он изготовил три трубы, дававшие трехкратное увеличение, а в августе представил в сенат Венеции инструмент с шестикратным увеличением. С октября по ноябрь Галилей сумел изготовить трубу с двадцатикратным увеличением, и это позволило ему наблюдать лунные горы и спутники у Юпитера. Однако Галилей сразу же столкнулся с проблемой: полученные им новые знания крайне сложно было сделать достоянием научного сообщества. В отличие от астрономических наблюдений, которые велись в обсерваториях того времени, телескопические наблюдения имели не публичный, а частный характер. Следовало придать им огласку.

Галилей пошел сразу двумя путями. Во-первых, он начал предлагать всем желающим воспользоваться своим телескопом и через него наблюдать светила. Но если сенаторы Венеции и другие знатные граждане восхищались его изобретением, то ученые Болонского университета отнеслись к его предложению с неохотой. Во-вторых, он решил опубликовать результаты своей работы, и в марте 1610 г. вышел в свет его знаменитый «Звездный вестник». Однако отношение ученых к книге было сдержанным. Иоганн Кеплер после прочтения этого труда предпочел воздержаться от суждений о ценности «зрительной трубы». Главная проблема, пожалуй, состояла в том, что весной 1610 г. в Европе еще ни у кого не было телескопа аналогичного тому, каким располагал Галилей, поэтому никто из ученых не мог достоверно подтвердить ценность его научных исследований.

В этом случае успех всего предприятия Галилея мог зависеть от того, как отнесутся к его свидетельствам сильные мира. В случае с телескопическими наблюдениями покровительство



ему оказал Великий Герцог Тосканский Козимо Медичи, его бывший ученик в Падуе. Галилей предложил герцогу наблюдать за светилами в телескоп, и, как показывает Марио Биаджоли, неискушенный в философской схоластике Медичи с большим энтузиазмом отнесся к наблюдению за светилами через «зрительную трубу». Полученное у Медичи покровительство сыграло решающую роль в судьбе Галилея. Его социальный статус быстро повысился. Галилей стал придворным философом и математиком при дворе Медичи, а заодно получил должность профессора философии в Пизанском университете. С 1610 г. Галилей с большим основанием мог заявлять о ценности своей «Новой науки» и роли телескопических исследований, поскольку его положение было социально защищено патронажем Медичи. Кроме того, быстро усилился авторитет математики, а также авторитет астрономии – как составной части тогдашней системы квадривиума, поскольку Галилей в качестве философа продолжал настаивать на ценности своих наблюдений для натуральной философии.

Активность, которую развил Галилей в качестве придворного, вывела его из тени и сделала предметом всеобщего интереса и ревности. У него появились как многочисленные сторонники, так и противники. Двор Медичи стал местом публичных диспутов, в ходе которых Галилей не только оттачивал свое красноречие, но и предпринимал все новые шаги по распространению новых знаний. Его телескоп стал одним из предметов всеобщего внимания, как и сам Галилей. Такая ситуация не могла уже не повлиять на научное сообщество того времени, тесно связанное узами патронажа с государями всей Европы.

В августе–сентябре 1610 г. Кеплер пишет свою «Диоптрику» и излагает в ней свое восхищение астрономическими открытиями Галилея. В 1611 г. его книга выходит в свет и содержит не только похвалу итальянцу, но и математическое обоснование теории подзорной трубы. Вслед за Кеплером, хотя далеко не сразу, роль открытий Галилея начнут признавать и другие ученые. Однако приходится констатировать, что на первом этапе становления телескопических наблюдений решающая поддержка им была оказана не столько научным сообществом, сколько светской властью.

**Б.А. Медведев**

#### **К ПРОБЛЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ УМА И СЕРДЦА (к докладам В.В. Тучина и Д.В. Михеля)**

При всех впечатляющих успехах фундаментальная проблема университетского физического образования и, в частности, оптического, – не только в формировании профессионала, но и в воспитании человека, гражданина с понятиями по В. Далю об «истине, доблести и долге». Сейчас дискутируется вопрос об университетах нового поколения. По нашему мнению, это те университеты, которые, занимая достаточно высокий рейтинг, могут демонстрировать не только результаты своей успешной научной деятельности в виде высокотехнологичной продукции, но и будут являться проводниками гуманистических идей, выпуская специалистов с развитым чувством ответственности за результаты научных исследований, с культурой потребностей и нравственно ориентированным общественным поведением. Миссия университетов нового поколения, в том числе и Саратовского университета, представляется нам в образовании ума и сердца – в конвергенции образования и воспитания. Очевидно, в противном случае мы не можем ожидать приостановки «утечки мозгов» из России и соответственно приращения интеллектуального потенциала отечественной науки.

Что же касается блестящего доклада Д.В. Михеля, то говорить о роли власти в поддержке научных исследований интересно не только в историческом аспекте, но, как никогда, – на современном этапе развития инновационного общества.

**А.В. Горохов**

#### **РОЛЬ ПРИНЦИПОВ СИММЕТРИИ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ И СОВРЕМЕННОЙ КВАНТОВОЙ ОПТИКЕ**

*Если вы хотите узнать природу и оценить ее красоту, то нужно понять язык, на котором она разговаривает. Она дает информацию лишь в одной форме, и мы не вправе требовать от нее, чтобы она изменила свой язык, чтобы привлечь наше внимание.*

Р. Фейнман

Значение принципов симметрии в современной физике трудно переоценить. Симметрию понимают как инвариантность (неизменность) свойств объекта по отношению к выполняемым над ним операциям (преобразованиям). При этом под «объектом» могут пониматься не только ма-





териальные тела (геометрические фигуры, атомы, молекулы, поля), но и математические формулы и уравнения. Более глубокое понимание симметрий связано с законами сохранения, отражающими фундаментальные свойства пространства-времени (теорема Нетер). Так, симметрия уравнения Ньютона относительно произвольного сдвига во времени приводит к закону сохранения энергии для замкнутых систем. Симметрии относительно пространственных сдвигов и пространственных поворотов связаны с сохранениями импульса и углового момента соответственно. В результате осмысления таких связей принципы симметрии и их математический аппарат – теория групп и теория представлений групп – давно заняли почетное место в теоретической физике. Идея симметрии, возникнув в античности как синоним «гармонии» и «красоты», стала одним из самых важных руководящих принципов в современной физике.

При изложении курсов электродинамики принципы симметрии, как правило, используются в более утилитарном аспекте – как проявления симметрии распределений электрических зарядов и (или) токов, позволяющих более просто искать решения электродинамических уравнений. Приятным исключением являются, пожалуй, всемирно известный II том курса теоретической физики Ландау и Лифшица и прекрасные учебники по электродинамике, написанные сотрудниками СПбГТУ (В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин и др.), а также учебные пособия Б.В. Медведева «Начала теоретической физики» и Ю.В. Новожилова и Ю.А. Яппы «Электродинамика». В них микроскопическая электродинамика с самого начала излагается как последовательно релятивистская теория и используется математический аппарат четырехмерного пространства-времени Минковского и групп Лоренца и Пуанкаре. Это позволяет показать релятивистскую ковариантность уравнений Максвелла, дать релятивистское обобщение динамики частиц во внешних электромагнитных полях и достаточно просто получить трансформационные свойства физических величин. Сами уравнения Максвелла в ковариантном виде (для электромагнитного поля в вакууме) обладают неоспоримой красотой.

Важно, что Максвелл гениально предвосхитил специальную теорию относительности почти

за 50 лет до ее появления – ковариантные уравнения полностью эквивалентны обычной (трехмерной) записи уравнений и не содержат новой физики. Тем не менее, переход к ковариантной записи принципиально важен, так как именно в ней очевидна релятивистская инвариантность электродинамики (уравнения Максвелла имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета).

Автором рассмотрены применения принципов симметрии в преподавании курсов «электродинамика» и «квантовая оптика». В частности, рассматриваются приложения динамических групп к исследованию создания и разрушения квантовой когерентности, запутанных фотонных и атомных состояний. Заслуживают также особого рассмотрения возможные обобщения В.П. Карасевым концепции динамических симметрий (супералгебры и супергруппы Ли, ассоциативные алгебры...).

В целом, следует отметить, что принципы симметрии являются одной из ключевых идей современной физики и методы теории групп находят широкое применение при установлении самых общих свойств физических систем.

Есть еще огромное поле деятельности как для будущих исследователей, так и преподавателей!

Л.М. Бабков

#### КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СПЕКТРЫ, МИКРОСТРУКТУРА И СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Исследования микроструктуры вещества – одно из важных направлений в современном естествознании. Вопрос: «Из чего состоит и как устроено?» – возникает одним из первых при изучении динамики и физико-химических свойств молекул и веществ в различных конденсированных состояниях. Результаты этих исследований, стимулированных в основном поисками новых веществ с заданными свойствами, всегда имели большое значение и для фундаментальной науки.

Среди трех групп физических методов исследования структуры молекул и кристаллов (спектроскопические, дифракционные и другие) я выделяю первую, в которую входят методы колебательной спектроскопии: инфракрасной (ИК) и комбинационного рассеяния (КР) света – наиболее распространенные, доступные и близкие мне. Данные о геометрии квантового объекта (молеку-



лы или элементарной ячейки) напрямую этими методами не могут быть получены, но о его симметрии (свойство, характеризующее особенность строения объекта) их получить можно. При изучении динамики тяжелой подсистемы кантового объекта методы колебательной спектроскопии признаны основными.

Вся необходимая для исследователя информация заключена в излучении, прошедшем через вещество или рассеянном веществом. Она содержит результат электромагнитного взаимодействия двух форм материи: вещества (система электрических зарядов – квантовый объект) с электромагнитным полем (излучением с длинами волн, в сотни и тысячи раз превосходящими размер квантового объекта).

Из прошедшего через вещество ИК излучения или рассеянного веществом света получают информацию о динамике тяжелой подсистемы квантового объекта, которая определяется взаимодействием частиц подсистемы (атомов) и их взаимным расположением (геометрией). В теории геометрические параметры и параметры, определяющие взаимодействие, являются исходными: они должны быть заданы. Их берут из данных, получаемых дифракционными методами. Но они, наряду с электрооптическими параметрами, могут быть найдены из решения квантово-химической задачи. Далее решается уравнение Лагранжа о системе связанных осцилляторов (механическая задача): находятся собственные частоты (частоты нормальных колебаний) в гармоническом приближении и соответствующие им решения (формы колебаний) – параметры, характеризующие динамику тяжелой подсистемы. Возможен учет ангармонизма. Затем в дипольном приближении может быть решена электрооптическая задача о распределении интенсивности по нормальным колебаниям в ИК спектре или сечения рассеяния в спектре КР. На основе сравнения данных теории и эксперимента измеренные спектры интерпретируются. Дается отнесение наблюдаемых полос поглощения ИК спектров и линий в спектре КР, делаются выводы о строении исследуемого образца и особенностях внутри- и межмолекулярного взаимодействий, которыми определяются его свойства.

Вот некоторые фундаментальные проблемы, для решения которых используются методы коле-

бательной спектроскопии: таутомерия и конформационная мобильность в молекулах, проявление водородной связи и специфических межмолекулярных взаимодействий других типов, полиморфизм конформационный и упаковочный, фазовые переходы и т.д.

**Б.А. Медведев**

**ТО, ЧТО НЕ МНОЖИТ СУЩНОСТИ...**

(комментарий к выступлениям А.В. Горохова и Л.М. Бабкова)

*Всё в мире неизменный связует строй,  
Подобье Бога он придаёт вселенной...*

Данте

Фундаментальная роль приложения понятия симметрии в естественно-научном познании является, на наш взгляд, отражением содержания принципа Оккама: «Сущности не следует умножать без необходимости». Действительно, если в искусстве, например, метафора как художественное выражение единства бытия не множит сущности, то в науке, особенно в трансдисциплинарных исследованиях, – аналогия как рациональная составляющая мышления наводит мосты от одной области знания к другой. И, конечно же, не множит сущности – созвучие, гармония и симметрия. Симметрия заложена в само основание мироздания в представлениях античных философов о космосе...

**Ю.М. Дуплинская**

**ИСТИНА И (ИЛИ?) ПРОСТОТА**

Философ-неопозитивист Р. Карнап отмечает неизбежный момент произвольности, который содержится в любой точной науке. Например, элемент двусмысленности присутствует в любой ситуации, когда мы измеряем нечто. Измерить – означает сопоставить с неким эталоном: эталоном длины, если речь идет об измерении пространства; с периодическим (например, колебательным) процессом, если речь идет об измерении времени, и т.д. При этом, конечно, считается, что эталон должен оставаться неизменным. Но проблема в следующем: если мы выбираем что-либо в качестве эталона, это означает, что мы способны заметить в мире все, что угодно, кроме изменений самого эталона. И если в качестве самого первого эталона времени мы выберем частоту собственного пульса, то у нас не будет никакой возможности заметить, что частота пульса меняется. Но это не означает, что мы не заметим ничего. Кое-что



интересное мы все же заметим. Мы заметим, что каждый раз, когда мы бегаем или когда нас лихорадит, все процессы в мире почему-то начинают замедляться. И будет построена физика, объясняющая, почему так происходит. Причем такая физика, замечает Р. Карнап, не была бы, как это ни смешно, ни противоречивой, ни «ложной». Единственным ее недостатком, по сравнению с нашей физикой, была бы ее большая сложность. Преимущество нашего способа описания лишь в том, что он приводит к более простым законам. Итак, речь идет не столько об истине, сколько о простоте описания реальности. Но если так, то кто может поручиться, что существует только один наиболее оптимальный способ построения физики, а не две, не три и не множество равноправных «физик»?

На то, что в физике существует возможность альтернативных способов описания реальности, в свое время указывал А. Пуанкаре. Если в качестве эталона прямой, мы, по-прежнему, считаем путь светового луча, то тогда придется описывать реальность в искривленном пространстве Лобачевского или Римана. Если же в качестве эталона мы будем рассматривать прямые пространства Эвклида, то тогда придется вводить новые законы оптики, объясняющие отклонение лучей света от евклидовых прямых. Первый путь связан с усложнением геометрического описания мира, но законы физики в нем проще. Второй путь связан с усложнением физических законов, но с сохранением более простой эвклидовой геометрии. Иногда это иллюстрируется при помощи модели, получившей название «Флатландия» – «плоская страна».

Интересно, что сам Пуанкаре считал, что ни один физик не предпочтет первого пути. Тем не менее, вопреки прогнозам Пуанкаре, после работ Эйнштейна в физике возобладал именно первый путь: путь упрощения физических законов за счет усложнения геометрического описания. Но означает ли это, что «первый» путь является единственно «правильным», в то время как «второй» путь, о котором писал А. Пуанкаре, в физике полностью закрыт и похоронен?

Впрочем, вопрос можно поставить еще более радикально – так, как ставит его современный постструктурализм. А «верен ли принцип тождества хотя бы в бесконечно малом масштабе двух атомов»? – вопрошает Ж. Бодрийар. Что заставляет нас верить в то, что в мире вообще существ-

уют какие бы то ни было самотождественные элементы? Выражаясь языком Канта, является принцип тождества «априорным» или «апостериорным» принципом? Следует ли принцип тождества из чего-то, или это – презумпция, принимаемая до и независимо от всякого опыта, а потому недоказуемая и неопровержимая (подобно тому, как мы не способны заметить изменений того, что принимаем в качестве эталона)? Разве невозможно представить реальность, в которой любые «эталонные» являются подверженными непрерывным изменениям, заметить которые нам мешает наша презумпция самотождественности бытия?

Б.А. Медведев

**НЕ ЕСТЬ ЛИ СТРЕМЛЕНИЕ К ПРОСТОТЕ  
СЛЕДСТВИЕМ ОГРАНИЧЕННОСТИ НАШЕГО РАЗУМА?  
(комментарий к выступлению Ю.М. Дуплинской)**

«Мыслю, следовательно, существую». Но, добавим мы, только в том случае, если «мыслю» отлично от других. Что наши поиски инвариантов? Не есть ли это миф, что время дарует нам, заигрывая с вечностью?.. В поисках истины разум нередко разочаровывается в себе, всё больше убеждаясь – «поверить алгеброй гармонию» нельзя. Моделирование есть всегда упрощение сложного. Так будем же ироничны к себе и зададимся вопросом: не есть ли наше стремление к простоте следствием ограниченного инструментария нашего разума? Не парадоксально ли, что результат мышления нередко нас успокаивает? Но природа ищет выхода из лабиринта своих собственных законов, и в этом – её непрерывное творчество. Природа гениальна в следовании законам, которые сама же и обходит. «Свобода – главный дар природы» (Леонардо да Винчи). Конструкция её законов не может быть жёсткой. Детерминация любого явления является искусственной. Законы, которые мы устанавливаем, и эталоны, которыми мы пользуемся, «плывут», изменяясь в пространстве-времени.

С.П. Позднева, Р.В. Маслов

**ЛЕОНАРДО ДА ВИНЧИ:  
ЗРЕНИЕ КАК ВЫСШИЙ ИНСТРУМЕНТ ПОЗНАНИЯ**

Мир знает Леонардо как величайшего художника эпохи Возрождения – автора «Тайной вечери» и «Джоконды». Но работы Леонардо в области науки не менее впечатляющи. Трудно назвать такую науку в обществе, которая не отве-



ла бы Леонардо почетного места. Математика и механика, анатомия и физиология, гидростатика и аэродинамика, геология и география, метеорология и ботаника, астрономия и техника – во всех этих науках Леонардо, основываясь на собственных опытах и расчетах, сумел сказать новое слово.

Особо следует остановиться на работах Леонардо, посвященных механизмам зрения. Здесь гений Леонардо проявился с огромной силой как в научном, так и в художественном творчестве. Леонардо был настолько убежден в могуществе человеческого зрения как отличного инструмента для исследования природы, что *видеть и знать*, по его мнению, было *одним и тем же*. Поэтому он исследует глаз и предлагает его модель. Поэтому он изучает законы геометрической оптики, отмечая, что на сетчатке глаза образуется перевернутое изображение объекта. Леонардо заключает, что человеческий глаз является линзой, которая присоединяется к мозгу с помощью нервов.

Кроме того, он занимается перспективой («Тайная вечеря»). Перспектива была не столько плодом воображения, сколько результатом точного геометрического построения. Зрение для Леонардо – высшая форма знания и учение о перспективе содержит три части. «Первая из них содержит только очертания тела, вторая – об уменьшении (ослаблении) цветов на различных расстояниях; третья – об утрате отчетливости тел на разных расстояниях» (Леонардо да Винчи. О науке и искусстве). В «Тайной вечере» применена линейная перспектива.

Леонардо, по нашему мнению, открывает виртуальную реальность («Мона Лиза»). Ни в одной картине так не передана воздушная перспектива («дымка»), как в «Моне Лизе». Техника многослойной живописи (лессировка) позволяла бесконечно слой за слоем моделировать лицо, усиливая либо уменьшая эффекты света на лице. Существуют разные версии, кто изображен на картине – Изабелла из Эсте, хозяйка Джулиано ди Медичи или же сам Леонардо. Таинственная улыбка Моны Лизы, которая интригует человечество века, оказывается ничем иным, как виртуальной реальностью. С.С. Хоружий считает, что виртуальная реальность характеризуется недовоплощенным существованием. Это великое открытие Леонардо. Для П.А. Флоренского виртуальность в философском плане ассоциируется с мерой небытия в бытии.

До недавнего времени проблема виртуальной реальности не представляла интереса для философов. Но с достижениями компьютерной техники виртуальность проникла в повседневный мир человека: появились виртуальные ловушки, виртуальные деньги, виртуальные офисы, виртуальный бизнес. Полагаем, что именно Леонардо впервые поставил проблему нравственной шкалы ценностей личности – свободы и ответственности человека в виртуальном мире. В этом его личная заслуга как мыслителя и художника.

Б.А. Медведев

#### ЭПОХА РЕНЕССАНСА КАК ПЕРЕЖИВАНИЕ ХРУПКОСТИ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО БЫТИЯ

(комментарий к выступлению С.П. Позднейвой и Р.В. Маслова)

«Живопись в состоянии сообщить свои конечные результаты всем поколениям вселенной, так как её конечный результат есть предмет зрительной способности...» (Леонардо да Винчи. Суждения). Разделяя эту мысль Леонардо, мы полагаем, что только духовно-нравственные идеалы Человека, его «зрительная способность» к восприятию света разума и сердца в состоянии противостоять наступлению периода Средневековья высокотехнологической цивилизации...

В.В. Розен

#### РОЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА В ОБЕСПЕЧЕНИИ СИСТЕМНОГО ЕДИНСТВА МИРА

1. Для развития сложной системы важную роль играет такое явление, как ритмичность, то есть упорядочение различных процессов во времени. Говоря о ритмичности природных процессов, следует иметь в виду, что ритмичность свойственна объектам как живой, так и неживой природы. Она обусловлена различными причинами космического и планетарного характера: обращением Земли вокруг Солнца, сменой времен года, сменой дня и ночи, обращением Луны вокруг Земли, океаническими приливами и отливами, периодическими изменениями солнечной активности и т.д.

В микромире основу всех движений составляют волнообразные, колебательные движения. Биосистемы любого уровня – от молекулярного до биологического – функционируют в колебательном режиме. Колебания в макромолекулах и клетках связаны с электромагнитными полями, – они происходят в виде флуктуаций распределения поверхностных зарядов и дипольных моментов, а



в организме – это в основном колебания электрического потенциала. Общим свойством колебательных процессов является их периодичность. Еще в начале XVIII века французский астроном Мэран, наблюдая в часы бессонницы за комнатными цветами, заметил, что их листья совершают ежедневно повторяющиеся периодические движения. Позже подобные наблюдения проводил Ч. Дарвин. Круг организмов, у которых была обнаружена периодическая повторяемость биохимических процессов, постепенно расширялся, а само это явление получило название «биологические часы». Любой биологический процесс в целом представляет собой некоторый цикл, который, в свою очередь, включается в цикл более высокого уровня, тот – в следующий и т.д. При этом самыми важными являются циклы, определяемые влиянием космоса – сезонные и суточные. Таким образом, цикличность – общий закон живой и неживой природы.

2. Остановимся вкратце на явлении согласования ритмичности, то есть явления синхронизации. Наличие согласованной ритмичности у нескольких внешне различных систем указывает на то, что в действительности они функционируют в рамках одной, более общей системы. Например, синхронизация изменений активности Солнца со многими процессами на Земле свидетельствует о реальности Солнечной системы, которая проявляется не только в рамках небесной механики, но и во многих других отношениях.

Важно отметить, что для объяснения синхронизации и согласования различных процессов в сложных системах (каковыми являются, в частности, природные системы) механизма причинно-следственных связей недостаточно. Синхронизация – это гораздо более сложное явление, чем простая цепочка причин и следствий (или стимулов и реакций): в процессе синхронизации участвует вся система в целом, поэтому и сама синхронизация не сводится к сумме адаптационных, приспособительных реакций. Сложная эволюционирующая система представляет собой не жесткую структуру, разложимую на составные элементы, а гибкую сеть целостных взаимосвязей. Эта сеть образована путём тесной кооперации и координации обширного множества специализированных элементов системы, поэтому импульс в одном месте порождает множество ответных импульсов в различных частях системы. В результате происходит быстрая и весьма тонкая «самона-

стройка» системы на меняющиеся условия внешней или внутренней среды, что и является основой синхронизации.

Можно выделить следующие особенности синхронизации биосистем.

А. Колебания элементов системы с различными парциальными частотами сводятся к некоторой синхронной частоте; тем самым любая биосистема подчиняется ритмам системы более высокого уровня.

Б. Как показывает теория синхронизации, если различие между парциальными частотами объектов достаточно мало, то наступает их самосинхронизация. В то же время внешняя синхронизация может происходить при слабых синхронизирующих сигналах.

В. Взаимосвязи между организмами посредством электромагнитных полей подтверждены на опытах, а также непосредственными наблюдениями электромагнитной сигнализации между организмами разных видов. При этом внешними синхронизаторами биоритмов являются электромагнитные поля земного и космического происхождения.

Итак, характерной особенностью ритмических процессов в живой природе является их периодичность (цикличность), то есть повторяемость. Особенность процесса синхронизации природных систем состоит в том, что, настраиваясь («попадая в резонанс» с процессами, протекающими вовне), эволюционирующая система становится как бы частью более общей системы, законам и ритмам которой она подчиняется. Происходит «встраивание» одной сети в более широкую сеть связей. В случае природных систем на Земле в качестве более широкой синхронизирующей системы выступает весь Космос.

Земля не изолирована от космоса. Межзвёздное и межгалактическое пространство насыщено электромагнитными излучениями различных частот и энергий. Попадая в атмосферу Земли, высокоэнергетические космические лучи сталкиваются с ядрами атомов, при этом образуется огромное количество вторичных частиц, которые либо распадаются, либо вступают в дальнейшие взаимодействия с другими частицами. Эти взаимодействия являются, в конечном счете, синхронизаторами природных ритмов и циклов. Таким образом, именно электромагнитные излучения обеспечивают системное единство живого и неживого.



А.Г. Роках

### ОДИНОЧНЫЙ ФОТОН И ВСЕЛЕННАЯ

Представим себе непрозрачный экран с двумя достаточно близко расположенными щелями, через который проходит пучок света. За экраном образуется интерференционная картина, содержащая светотеневые полосы. Теперь уменьшив интенсивность падающего света до одного кванта света (фотона) в минуту, в час или даже в день и, подождав необходимое время, увидим на регистрирующей среде, например на фотопленке, ту же интерференционную картину. Зададим себе вопрос: как же она могла получиться, т.е. с какими фотонами взаимодействовал «основной» фотон? Согласно Дэвиду Дойчу, нам ничего не остается, кроме как признать, что фотон на самом деле был не один: к нему присоединились фотоны из «других вселенных». Идея множества вселенных (мультиверса), из которых «состоит» наша Вселенная, принадлежит Хью Эверетту, который высказал ее еще в 1959 году, и она постепенно стала основой «многомировой» интерпретации квантовой механики, существующей наряду с другими, например копенгагенской, ее интерпретациями.

Является ли эвереттовская интерпретация окончательной? В науке нет окончательных истин, и этим она тоже отличается от религии. В науке есть модели – модели более и менее удачные. Любое объяснение, любая гипотеза или теория – это виртуальная реальность. Последнюю многие связывают с компьютером. Действительно, то, что способен нам дать компьютер, относится к виртуальной реальности, которая может соответствовать порождающей (физической) реальности или противоречить ей. Но этой компьютерной реальности, как и самого компьютера, мы не имели бы, если бы не обладали нашим основным богатством – психикой (внутренним миром) и связанной с ней способностью к рассуждениям, умозаключе-

ниям, вычислениям, моделированию. Ведь и самую психику можно определить как способность к восприятию, моделированию и регулированию.

Итак, многомировая интерпретация квантовой механики, как и сама квантовая механика, относятся к виртуальной реальности, базирующейся на моделировании. Можно сказать с этих позиций, что религия, как и наука, также является моделью реальности. А что же такое реальность? Это, согласно Дюкинсу и Дойчу, то, что существует, сущее. Вот что сказал по этому поводу поэт – 82-летний Иоганн Вольфганг Гёте в своем стихотворении «Завет» (перевод автора доклада), а поэты иногда раньше ученых проникают в суть явлений:

Не может сущее исчезнуть,  
У вечности и в малом бездна...

Здесь можно увидеть ряд пророческих утверждений, качественно перекликающихся с современными моделями мироздания, например представлениями о Большом взрыве, породившем Вселенную, а также о том, что процессы микромира образуют фундамент мегамира. Не забудем, что информации о мироздании мы обязаны фотонам.

Б.А. Медведев

### РАЗМЫШЛЕНИЯ О КОСМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЯХ НЕ МОГУТ БЫТЬ ЛИШЕНЫ КРАСОТЫ...

(комментарий к выступлениям В.В. Розена и А.Г. Роках)

Когда комментируешь сообщения В.В. Розена и А.Г. Роках, невольно вспоминается: «Мысль, стремящаяся стать событием во вселенной, должна находиться с ней в отношении подобия». Не означает ли согласие с этой мыслью, принадлежащей Ж. Бодрийяру, принятие тезиса о единстве, симбиозе научного и художественного восприятия космоса согласно его античному определению? Говоря словами А.Ф. Лосева (его размышления над философией Платона): «Что гармонично, то и художественно».



УДК 539.194+544.18+929 Ковнер

## МИХАИЛ АРКАДЬЕВИЧ КОВНЕР (1910–2006): к 100-летию со дня рождения

Л.М. Бабков

Саратовский государственный университет  
E-mail: babkov@sgu.ru

28 декабря 2010 г. исполнилось 100 лет со дня рождения Михаила Аркадьевича Ковнера, доктора физико-математических наук, профессора кафедры теоретической и ядерной физики Саратовского госуниверситета. У нас, его коллег и учеников, появился повод вспомнить этого замечательного ученого и педагога, проработавшего 37 лет на физическом факультете СГУ в период подъема и интенсивного развития физической науки в мире, в нашей стране, в Саратовском госуниверситете, и поделиться этими воспоминаниями.

Родился Михаил Аркадьевич в Смоленске. Среднюю школу окончил в 1927 году. Любимые предметы – русский язык, математика, физика, химия. Учителей, преподававших эти предметы, вспоминал с удовольствием. В 1930 г. поступил на физический факультет Московского госуниверситета. До поступления в МГУ преподавал математику в школе.

С третьего курса начал специализироваться по теоретической физике. Слушал лекции выдающихся советских ученых: Л.И. Мандельштама, Г.С. Ландсберга, И.Е. Тамма, М.А. Леонтовича, Ю.Б. Румера.

Ю.Б. Румер, классик естествознания, один из основоположников новой в то время науки – квантовой химии, был руководителем дипломной работы М.А. Ковнера «Углы между связями в многоатомных молекулах». Квантовая химия как раздел теоретической физики и тесно связанная с ней молекулярная спектроскопия составили основное содержание научной работы Михаила Аркадьевича в течение всей его жизни.

В 1934 г. в Физико-химическом институте им. Л.Я. Карпова (ФХИиК) был организован общемосковский семинар по квантовой химии, в котором принимали участие молодые научные сотрудники и видные ученые. Активным его участником и докладчиком был замечательный физик-химик Ганс Густавович Гельман (1903–1938), незадолго до этого перебравшийся со своей семьей (женой-еврейкой и сыном) из фашистской Германии в СССР. За свою короткую жизнь Гельман сформулировал теорему, играющую важную роль в теории строения молекул и носящую его имя (теорема Гельмана–Фейнмана), издал в Москве в 1937 г. книгу «Квантовая химия» – одну из первых в мире фундаментальных работ в этой области (одновременно она была издана и на немецком языке в Лейпциге и Вене под названием «Введение в квантовую химию»), подготовил несколько крупных ученых, своих последователей. Именно Ю.Б. Румер посоветовал своему студенту посещать этот семинар. Здесь состоялось первое знакомство М.А. Ковнера с Г.Г. Гельманом, вскоре переросшее в сотрудничество: Михаил Аркадьевич стал одним из переводчиков рукописи Г.Г. Гельмана «Квантовая химия».

В 1935 г. после защиты дипломной работы и окончания МГУ по назначению Наркомпроса РСФСР М.А. Ковнер стал ассистентом кафедры теоретической физики Воронежского государственного университета, которой заведовала М.А. Левитская, известный ученый, специалист по коротким электромагнитным волнам. Михаил Аркадьевич читал лекции по многим разделам теоретической физики и истории физики. Связи с Г.Гельманом он не терял и, приехав однажды в Москву, попросил у него тему для кандидатской диссертации (Ю.Б. Румер в это время



утратил интерес к квантовой химии, сосредоточив внимание на теоретической оптике и теории относительности). Г.Г. Гельман поручил своему аспиранту разработать вопрос об истинной природе связи в молекуле аммиака, который к тому времени не получил своего окончательного разрешения.

Работая над порученной темой, М.А. Ковнер часто приезжал из Воронежа в Москву к Г.Г. Гельману для консультаций. Пользуясь письменными и устными консультациями Г.Г. Гельмана, М.А. Ковнер завершил работу над диссертацией к концу 1937 года. Им была рассчитана кривая потенциальной энергии, определяющая колебание высоты пирамиды в молекуле аммиака. Как показал расчет, она обладает двумя минимумами. В дальнейшем это сыграло важную роль в выборе аммиака в качестве рабочего вещества для молекулярных генераторов и радиоспектроскопии.

Приобретенный у Г.Г. Гельмана опыт работы с молодыми учеными пригодился Михаилу Аркадьевичу впоследствии, когда он сам стал руководителем десятков дипломников и аспирантов.

4 января 1938 г. Г.Г. Гельман дал предварительный положительный отзыв на диссертацию М.А. Ковнера.

В ночь с 9 на 10 марта 1938 г. Ганс Гельман был арестован по обвинению в «шпионаже в пользу Германии» и 29 мая того же года расстрелян, прожив неполные 35 лет и став одной из невинных жертв массовых репрессий в СССР.

Защита диссертации М.А. Ковнером задержалась, но все-таки состоялась в конце 1938 года. Одним из оппонентов был приехавший из Москвы в Воронеж С.Я. Пшежецкий, ученик и последователь Г.Г. Гельмана. Позже по материалам диссертации была оформлена и опубликована статья [1]. Но, к сожалению, ни в диссертации, ни в статье не было возможности упоминать имя Ганса Густавовича Гельмана.

С сентября 1941 г. по июль 1945 г. Михаил Аркадьевич был доцентом кафедры физики Ташкентского авиационного института, который в августе 1945 г. был ликвидирован.

В 1945 г. по приглашению П.В. Голубкова и А.С. Шехтера и по назначению Наркомпроса РСФСР Михаил Аркадьевич становится доцентом кафедры теоретической физики Саратовского государственного университета.

С этого времени начался самый плодотворный, по оценке самого Михаила Аркадьевича, период в его педагогической и научной работе. Ему импонировал царивший на кафедре особый дух дружбы, сотрудничества, взаимопомощи и свободы творчества. В СГУ он читал лекции по теории электромагнитного поля, электронной теории и теории относительности, атомной и молекулярной спектроскопии на физическом факультете и по строению вещества на химическом факультете. Эти лекции запомнились поколению студентов, которым довелось их слушать. М.А. Ковнер был одним из замечательных лекторов на физическом факультете. Как лектора его отличали артистизм, свободное владение предметом, мощная теоретическая оснащенность, несокрушимая логика, информационная насыщенность лекций (в них обычно кратко и точно описывался эксперимент, теоретические модели и методы, позволяющие получить количественный результат, необходимый для интерпретации наблюдаемого явления или эффекта, причем в содержании лекций находила отражение сама история физики).

В своей научной автобиографии, написанной им по просьбе профессора исторического факультета СГУ А.И. Авруса к 90-летию СГУ, Михаил Аркадьевич с благодарностью упоминает о добром отношении к себе и содействию директора НИИМФ СГУ профессора П.В. Голубкова, с большой симпатией отзываясь о своих коллегах по кафедре, с которыми проработал многие годы: А.В. Бравине, Л.И. Баранове, А.Д. Степуховиче и др. Заведующий кафедрой А.С. Шехтер проводил большую педагогическую, научно-организаторскую и административную работу, занимавшую много времени, и поэтому не мог сосредоточиться на своей докторской диссертации, но постоянно оказывал содействие Михаилу Аркадьевичу в работе над его докторской диссертацией.





С 1945 по 1950 г. основным научным направлением, в котором продолжал работать Михаил Аркадьевич, были квантово-механические расчеты строения молекул. В 1951 г. в Москве состоялось Всесоюзное совещание по теории химического строения, на котором такие расчеты были признаны «идеалистическими». Их временно пришлось прекратить.

По предложению академика Г.С. Ландсберга (1890–1957) М.А. Ковнер начал исследования по теории колебательных спектров многоатомных молекул. Они имели важное прикладное значение, так как их результаты использовались при проведении спектральных анализов нефти и нефтепродуктов. В пятидесятые годы прошлого столетия были синтезированы свыше трехсот углеводородов различных классов и получены их спектры комбинационного рассеяния с измеренными частотами, интенсивностями и ширинами линий. Накопленный экспериментальный материал предстояло теоретически обработать и интерпретировать. Со временем к этой работе приобщились аспиранты М.А. Ковнера Л.М. Свердлов, В.И. Березин и др.

В 1957 г. М.А. Ковнер защитил докторскую диссертацию на тему «Расчет и интерпретация колебательных спектров бензола и его производных». Саратов стал крупным центром по изучению колебательных спектров многоатомных молекул. Итоги многолетних исследований в этом направлении подведены в книге Л.М. Свердлова, М.А. Ковнера, Е.П. Крайнова (аспирант Л.М. Свердлова) «Колебательные спектры многоатомных молекул» [2]. Книга переведена на английский язык и издана в США, Канаде, Израиле и Великобритании [3]. Она до сих пор востребована и не утратила своей ценности, являясь справочником для научных работников в нашей стране и за рубежом, использующих метод колебательной спектроскопии в исследовании структуры и свойств органических соединений.

Упоминая о научных исследованиях по оптике и спектроскопии, Михаил Аркадьевич отмечает, что они проводились в тесном

контакте с заведующим кафедрой оптики М.Л. Кацем, Н.К. Сидоровым и другими сотрудниками этой кафедры. Появление первых лазеров стимулировало совместные теоретические и экспериментальные исследования по нелинейной оптике кафедрами теоретической и ядерной физики и оптики.

Были рассчитаны основные характеристики вынужденного комбинационного рассеяния. В 1964 г. в Саратове была издана первая в стране монография «Оптические квантовые генераторы», авторами которой являются М.Л. Кац, М.А. Ковнер, Н.К. Сидоров [4]. По этой книге училось поколение студентов. С этого времени научная деятельность М.А. Ковнера велась по трем основным направлениям: квантовая химия, молекулярная спектроскопия и нелинейная оптика. У него появились ученики и последователи на физическом факультете СГУ, в других вузах Саратова. В научном сообществе страны стали говорить о школе М.А. Ковнера.

За время работы в СГУ с 1945 по 1982 г. Михаилом Аркадьевичем было подготовлено свыше ста дипломников и 30 аспирантов. Как правило, все дипломные работы публиковались в трудах СГУ и в центральной академической печати, докладывались на многочисленных всесоюзных и зарубежных съездах и конференциях по спектроскопии, квантовой химии, когерентной и нелинейной оптике. Все аспиранты окончили аспирантуру с последующей защитой диссертаций. Многие из них стали докторами наук, профессорами, заведующими кафедрами, научными сотрудниками академических институтов и оборонных предприятий.

С 1946 г. Михаил Аркадьевич выступал с научно-популярными лекциями в учебных заведениях, на заводах, в воинских частях и клубах Саратова, был членом общества «Знание».

В течение многих лет он был членом научных советов АН СССР по спектроскопии и когерентной и нелинейной оптике, задачей которых была координация исследований и сотрудничество существующих научных школ, работающих в указанных научных направлениях.



В 1982 г. Михаил Аркадьевич переехал в Москву. С этого времени он становится сотрудником Института истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова АН СССР (с 1992 г. – РАН). Вместе с тем он не порывает научные связи со своими коллегами из Саратовского госуниверситета, продолжает руководить аспирантами.

В 1998 г. М.А. Ковнер принял участие в работе XXIV Европейского конгресса по молекулярной спектроскопии, который проходил в Праге. Это было последнее крупное научное мероприятие, в котором участвовал Михаил Аркадьевич: ему шел 88-й год. На заключительном заседании его тепло приветствовали как самого старшего активного участника конгресса. В этот период он занимается научными исследованиями по истории физики, результаты которых публикует в изданиях РАН, коллективных монографиях (сошлюсь на [5–8], которыми располагаю. – Л.Б.).

Одним из основных результатов научных исследований М.А. Ковнера по истории физики является, на мой взгляд, издание книги о Гансе Густавовиче Гельмане [9], в которой изложены основные этапы его жизненного пути. Ее написанию предшествовали выступления Михаила Аркадьевича с воспоминаниями о своем учителе в университетах Билефельда, Ганновера, Геттингена и Зигена в феврале 1998 г., тексты этих выступлений были включены в изданный в 1999 г. на немецком языке Германским Бунзеновским обществом коллективный фундаментальный труд [10] и в дальнейшем были использованы с существенными дополнениями при написании книги. В ноябре 1999 г. в ФХИиК, где с 1934 по 1938 г. работал Г.Г. Гельман, состоялся объединенный научный семинар,

посвященный его жизни и деятельности и ряду актуальных вопросов квантовой химии. В семинаре приняли участие ученые СНГ и Германии. Один из докладов сделал М.А. Ковнер – ученик Ганса Густавовича Гельмана. После семинара Бунзеновское общество преподнесло ФХИиК портрет Ганса Гельмана, который занимает теперь свое законное место в галерее ученых, работавших здесь.

#### Список литературы

1. Ковнер М.А. Квантовая теория молекулы аммиака // Докл. АН СССР. 1942. Т.35, №6. С.197–199.
2. Сverdlov Л.М., Ковнер М.А., Крайнов Е.П. Колебательные спектры многоатомных молекул. М.: Наука, 1970. 559 с.
3. Sverdlov L.M., Kovner M.A., Krainov E.P. Vibrational Spectra of polyatomic molecules. N.Y.; Toronto; Jerusalem; L.: John Wiley & Sons, 1974. 644 p.
4. Кац М.Л., Ковнер М.А., Сидоров Н.К. Оптические квантовые генераторы (лазеры). Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1964. 352 с.
5. Ковнер М.А. Развитие в СССР теории колебательных спектров многоатомных молекул (Краткий исторический очерк). Препринт, РАН, Отделение общей физики и астрономии, Институт спектроскопии. Троицк, 1993. 30 с.
6. Ковнер М.А. Роль принципа Паули в квантовой химии и в спектроскопии // Исследования по истории физики и механики 2000. М.: Наука, 2001. С.17–24.
7. Ковнер М.А. История изучения тонкой структуры спектральных линий и теория Дирака // История науки и техники. 2003. №3. С.65–70.
8. Ковнер М.А. Золотые годы развития в СССР теории колебательных спектров многоатомных молекул (1950–1960-е гг.) // Научное сообщество физиков СССР. 1950–1960-е годы. СПб.: Изд-во Русской Христианской гуманитарной академии, 2005. Вып.1. С.266–299.
9. Ковнер М.А. Ганс Густавович Гельман. М.: Наука, 2002. 136 с.
10. Schwarz W.H.E., Andrea D., Arnold S.R., Heidberg I., Hellmann H., Hinze I., Karachalis A., Kovner M.A., Schmidt P.G., Zulicke L. Hans G. A. Hellmann (1903–1938) // Sonderdruck ans Bunsen-Magazin. Siegen (Deutschland). 1999. H.1/2. S.1–24.



## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Абрамов Александр Юрьевич** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра оптики и биофотоники, аспирант. E-mail: AbramovAY85@mail.ru

**Антонов Игорь Николаевич** – Саратовский государственный технический университет, кафедра автоматизированной электро-технологии, профессор. E-mail: tmf@sgu.ru

**Бабков Лев Михайлович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра теоретической и математической физики, профессор. E-mail: babkov@sgu.ru

**Барсов Андрей Сергеевич** – Самарский государственный университет, кафедра общей и теоретической физики, студент. E-mail: barsoff\_andrey\_s@mail.ru

**Баулин Сергей Иванович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, лаборатория электромагнитных полей ОМФ НИИ ЕН, главный научный сотрудник. E-mail: s-bau.@sgu.ru

**Блашке Давид Бернгард** – Институт теоретической физики, Вроцлав, Польша; Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия, лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, профессор. E-mail: david@theor.jinr.ru

**Бойков Алексей Алексеевич** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра оптики и биофотоники, студент. E-mail: lazerson@inbox.ru

**Бойкова Наталья Адамовна** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра теоретической физики, доцент. E-mail: na\_boykova@mail.ru

**Бойкова Ольга Алексеевна** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра теоретической физики, аспирант. E-mail: na\_boykova@mail.ru

**Бондусь Анатолий Александрович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, отделение механики и физики НИИ ЕН, инженер. E-mail: bondusaa@mail.ru

**Горбачев Валерий Петрович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, отделение механики и физики НИИ ЕН, старший научный сотрудник. E-mail: vag55@rambler.ru

**Гохман Альберт Владимирович** – Саратовский государственный университет им.Н.Г. Чернышевского, кафедра геометрии, доцент.

**Карцев Валерий Николаевич** – Саратовский государственный университет им.Н.Г. Чернышевского, кафедра физика катастроф и чрезвычайных ситуаций, зав. кафедрой, профессор. E-mail: somov@info.sgu.ru

**Кузнецов Владимир Александрович** – Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И. Вавилова, кафедра инженерной физики, доцент. E-mail: kuznetsov.va1948@yandex.ru

**Лавкин Александр Григорьевич** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра информационных систем и технологий, профессор. E-mail: tmf@sgu.ru

**Левченко Борис Борисович** – Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ Ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, старший научный сотрудник. E-mail: levtschen@mail.desy.de

**Максимов Роман Вячеславович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра радиофизики, аспирант. E-mail: mrv333@rambler.ru

**Медведев Борис Абрамович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра общей физики, профессор. E-mail: bmedvedev@yandex.ru

**Москаленко Ольга Игоревна** – канд. физ.-мат. наук, Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра нелинейной физики, доцент. E-mail: o.i.moskalenko@gmail.com, moskalenko@nonlin.sgu.ru

**Москаленко Ольга Викторовна** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра нелинейной физики, доцент. E-mail: o.i.moskalenko@gmail.com, moskalenko@nonlin.sgu.ru

**Мутасов Дмитрий Валентинович** – Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, отделение механики и физики НИИ ЕН, инженер. E-mail: xrendell@rambler.ru

**Мысенко Михаил Борисович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра теоретической физики, ведущий инженер. E-mail: tmf@sgu.ru

**Рябухо Владимир Петрович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра оптики и биофотоники, профессор. E-mail: rvp@sgu.ru

**Степанчук Виктор Петрович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра радиотехники и электродинамики, профессор. E-mail: stepanchukvp@info.sgu.ru

**Тюхтяев Юрий Николаевич** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра теоретической физики, профессор. E-mail: na\_boykova@mail.ru

**Фадеев Николай Гаврилович** – Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, лаборатория физики высоких энергий, старший научный сотрудник. E-mail: fadeev@sunse.jinr.ru

**Филатов Роман Андреевич** – Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра электроники, колебаний и волн, аспирант. E-mail: slattern@nonlin.sgu.ru

**Шантроха Александр Викторович** – Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, лаборатория электромагнитных полей ОМФ НИИ ЕН, главный научный сотрудник. E-mail: s13shant@rol.ru

**Шиповская Анна Борисовна** – Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, кафедра полимеров, доцент. E-mail: ShipovskayaAB@chem.sgu.ru

**Юдин Иван Павлович** – Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, лаборатория физики высоких энергий, старший научный сотрудник. E-mail: yudin@jinr.ru



## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Abramov Alexandr Yur'evich** – Saratov State University, chair of optics and biophotonics, aspirant. E-mail: AbramovAY85@mail.ru

**Antonov Igor' Nikolaevitch** – Saratov State Technical University, chair of automatized electrotechniques, professor. E-mail: tmf@sgu.ru

**Babkov Lev Mikhailovich** – Saratov State University, chair of theoretical and mathematical physics, professor. E-mail: babkov@sgu.ru

**Barsov Andrey Sergeevitch** – Samara State University, chair of general and theoretical physics, student. E-mail: barsoff\_andrey\_s@mail.ru

**Baulin Sergey Ivanovich** – Saratov State University, laboratory of electromagnetic fields ES mechanical physics sector scientific research institute, main scientific worker. E-mail: s-bau.@sgu.ru

**Blaschke David Bernard** – Institute of theoretical physics, Wroclaw, Poland; Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia, Bogoliubov laboratory of theoretical physics, professor. E-mail: david@theor.jiur.ru

**Boikova Natal'ya Adamovna** – Saratov State University, chair of theoretical physics, reader. E-mail: na\_boykova@mail.ru

**Boikova Olga Alexeevna** – Saratov State University, chair of theoretical physics, aspirant. E-mail: na\_boykova@mail.ru

**Bondus' Anatoliy Aleksandrovich** – Saratov State University, mechanic and physic branch of NS SRI, engineer. E-mail: bondusaa@mail.ru

**Gorbachev Valeri Petrovich** – Saratov State University, mechanic and physic branch of NS SRI, senior staff scientist. E-mail: vag55@rambler.ru

**Gochman Albert Vladimirovich** – Saratov State University, chair of geometry, reader.

**Kartsev Valery Nikolaevich** – Saratov State University, department of accidents physics and extreme situations, head the department, professor. E-mail: somov@info.sgu.ru

**Kuznetsov Vladimir Aleksandrovich** – Saratov State Agrarian University, chair of engineering physics, reader. E-mail: kuznetsov.va.1948@yandex.ru

**Lavkin Alexandr Grigor'evich** – Saratov State University, chair of information systems and technologies, professor. E-mail: tmf@sgu.ru

**Levtchenko Boris Borisovich** – Moskow State University, D.V. Skobeltcin SRI of Nuclear Physics, senior staff scientist. E-mail: levtchen@mail.desy.de

**Maximov Roman Vyacheslavovich** – Saratov State University, chair of radio physics, aspirant. E-mail: mrv333@rambler.ru

**Medvedev Boris Abramovitch** – Saratov State University, chair of general physics, reader. E-mail: bmedvedev@yandex.ru

**Moskalenko Olga Viktorovna** – Saratov State University, chair of nonlinear physics, reader. E-mail: o.i.moskalenko@gmail.com, moskalenko@nonlin.sgu.ru

**Mutasov Dmitriy Valentinovich** – Saratov State University, mechanic and physic branch of NS SRI, engineer. E-mail: xrendell@rambler.ru

**Mysenko Mikhail Borisovich** – Saratov State University, chair of theoretical physics, major engineer. E-mail: tmf@sgu.ru

**Ryabukho Vladimir Petrovich** – Saratov State University, chair of optics and biophotonics, professor. E-mail: rvp@sgu.ru

**Shantrokha Alexander Viktorovich** – Saratov State University, laboratory of electromagnetic fields ES mechanical physics section scientific research institute, main scientific worker. E-mail: s13shant@rol.ru

**Shipovskaya Anna Borisovna** – Saratov State University, chair of polymers, reader. E-mail: ShipovskayaAB@chem.sgu.ru

**Stepanchuk Viktor Petrovich** – Saratov State University, chair of radio engineering and electrodynamics, professor. E-mail: stepanchukvp@info.sgu.ru

**Tyuhtyaev Yuri' Nikolatvitch** – Saratov State University, chair of theoretical physics, professor. E-mail: na\_boykova@mail.ru

**Fadeev Nikolay Gavrilovich** – JINR, Dubna, laboratory of high energy physics, senior staff scientist. E-mail: fadeev@sunse.jinr.ru

**Filatov Roman Andreevitch** – Saratov State University, chair of electronics, oscillations and waves, aspirant. E-mail: slattern@nonlin.sgu.ru

**Yudin Ivan Pavlovich** – JINR, Dubna, laboratory of high energy physics, senior staff scientist. E-mail: yudin@jinr.ru