



# ФИЗИКА

УДК 537.86+621.317

## ОБНАРУЖЕНИЕ ОБЪЕКТОВ В МНОГОСЛОЙНОЙ СРЕДЕ МЕТОДОМ ВОЛНОВОДНОГО ЗОНДА

М.В. Давидович

Саратовский государственный университет,  
кафедра радиотехники и электродинамики  
E-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru

Сформулированы интегральные уравнения для волноводного зонда, открытого в многослойную плоскостойкую среду с неоднородностью, и рассмотрены постановки задач ее обнаружения. На основе вычисления изменения коэффициента отражения исследована возможность локации неоднородности методом поперечного сканирования. Среда и неоднородность в виде локального изменения диэлектрической проницаемости в слое моделируют биологическую ткань.

**Ключевые слова:** обратная задача рассеяния; интегральное уравнение; функция Грина; теория обнаружения; диэлектрическая проницаемость; гипертермия.

### Disclosure of Objects in Multilayered Media by Waveguide Probe

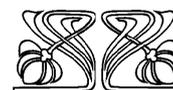
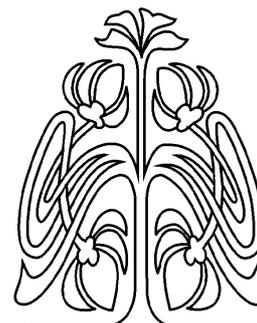
M.V. Davidovich

The coupled (combined) volume-surface integral equations for waveguide probe terminated into multilayered medium with magnetodielectric or metallic body have been considered and derived. The inverse problem of body disclosure has been formulated and the possibility of cancer detection in the biological tissue has been theoretically investigated and validated using the scanning of probe.

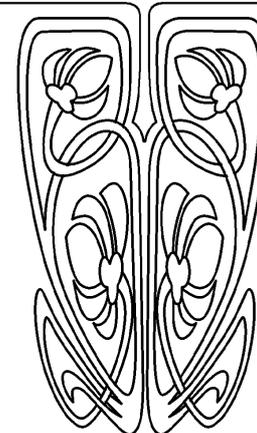
**Key words:** inverse dispersion problem; integral equation; Green function; detection theory; permittivity; hyperthermia.

### Введение

Излучение ВЧ и СВЧ диапазонов традиционно используется для определения (контроля) параметров биологических тканей и гипертермии злокачественных опухолей, причем применяются достаточно разнообразные ближнепольные аппликаторные антенны [1], включая полосковые, петлевые, щелевые, а также излучатели иных типов: рупорные [2], резонаторные, коаксиальные и другие. Наиболее простыми для анализа и применения являются излучатели (зонды) в виде открытого конца коаксиальной линии [3–10] и прямоугольного волновода с фланцем [8–17]. Коаксиальные зонды по сравнению с волноводными излучателями обладают невысокой излучательной способностью и используются в основном для неразрушающего контроля и измерения диэлектрических проницаемостей (ДП) тканей и небиологических диэлектрических материалов [3–10] и связанных с ними параметров. Строгие электродинамические модели для задачи излучения из открытого конца прямоугольного волновода с фланцем рассматривались в ряде работ [8–20], начиная с монографии [11]. Задача для многослойной среды анализировалась в работах [8–10, 12–20], причем последняя рассматривалась и в экранированной прямоугольной камере [8–10, 14–16, 18]. В работах [8, 9, 20] решалась обратная задача рассеяния об определении параметров слоев (толщин и проницаемостей) по известным (например, измеренным) значениям комплексного



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





коэффициента отражения или его модуля. Сужение номенклатуры определяемых параметров упрощает решение обратной задачи. Например, можно считать толщины слоев одинаковыми. Обобщение постановки обратной задачи тогда состоит в определении профилей проницаемостей  $\varepsilon(z)$ ,  $\mu(z)$  продольно неоднородного образца при ступенчатой их аппроксимации.

В последнее время микроволновое излучение стало применяться и для медицинской диагностики [21–24], в частности, для ближне-польной диагностики злокачественных образований путем гармонического зондирования [22] или импульсной локации [24]. Наиболее хорошо такие образования детектируются в молочных железах из-за существенного различия их диэлектрических свойств по сравнению со здоровыми мышечными тканями и небольшой глубиной нахождения относительно кожного покрова [22]. Постановка задачи о детектировании объекта для медицинских целей определяется тем, что биологическая ткань хорошо моделируется плоской трехслойной средой, в которой первый тонкий слой (порядка одного мм) соответствует кожному покрову, второй (порядка нескольких мм) – подкожной жировой прослойке, а третий – мышечной ткани (в силу больших потерь его можно считать бесконечным). ДП этих тканей на СВЧ даны в работах [2, 21, 25].

Проблему детектирования злокачественных образований следует рассматривать как задачу обнаружения: необходимо ответить на вопрос, имеется или нет в слое некое конечное образование с отличными от параметров слоя проницаемостями, определить его положение и свойства. В общей постановке задач обнаружения имеются типичные проблемы неоднозначности обратных задач [26]. Для медицинских целей надо рассматривать только диэлектрические объекты в диэлектрических слоях, параметры которых (толщины и проницаемости) приближенно известны, а слой приближенно можно считать плоскими. Это упрощает решение. Обнаружение предполагает определение положения объекта и его идентификацию (распознавание). Более простая задача локации подразумевает определение координат центра области с аномальным коэффициентом отражения.

*Целью данной работы* является вывод интегральных уравнений для задачи о волноводном зонде, открытом в плоскостойкую среду с неоднородностью, и получение на их основе приближенных значений коэффициентов отражения при сканировании неоднородности, моделирующей злокачественное образование в биологической ткани.

## 1. Постановка прямой задачи

Волноводная зондовая структура (ВЗС) представляет собой возбуждаемый модой  $H_{10}$  открытый конец прямоугольного волновода (ПВ) с конечным фланцем, соприкасающийся с многослойной плоскостойкой средой и излучающий в нее. Излучение определяется касательным электрическим полем на апертуре (поверхностным магнитным током) и сильно затухающим у краев фланца наведенным на нем поверхностным электрическим током. Это позволяет рассматривать более простую задачу о ВЗС с бесконечным фланцем [14–20].

Биологические ткани имеют большие значения реальной и мнимой частей ДП, обусловленные высоким процентным содержанием воды (до 60–70 %), наличием солей и других веществ. ДП дистиллированной воды вплоть до инфракрасного диапазона описывается формулой Дебая, а ее параметры приведены в [27]. Наличие солей приводит к ионной проводимости, которая сильно изменяет диэлектрические свойства на низких частотах, поскольку ей соответствует дополнительный вклад  $-j\sigma(\omega\varepsilon_0)^{-1}$ . Проводимость  $\sigma$  можно считать постоянной, поскольку ионная плазменная частота обычно существенно выше рабочих частот. Очень малые частоты не пригодны для гипертермии и зондирования, как из-за плохой локальности, так и из-за низкой глубины проникновения излучения. Малая глубина получается и в высокочастотной части СВЧ диапазона. Непосредственный контакт полого излучателя с тканью приводит к высокому коэффициенту отражения, а наличие значительного воздушного зазора – к рассеянию излучения по всей площади объекта, т.е. к низкой локальности. Поэтому согласование ВЗС путем подбора соответствующего воздушного зазора неприемлемо. Узкополосное снижение модуля коэффициента отражения достигается использованием трансформаторов волновых сопротивлений в виде согласующих диэлектрических пластин либо вне, либо внутри ПВ. Более удобно заполнение ПВ водным раствором с ДП  $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ , примерно равной

ДП ткани, что также в  $\sqrt{\left[\varepsilon' + \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}\right] / 2}$  раз

улучшает локальность. В качестве такового можно использовать водный раствор спирта (на низких частотах для этилового спирта  $\varepsilon = 26.0$ ).

Пусть бесконечный идеально проводящий фланец находится в плоскости  $z = 0$ , справа от которого расположена трехслойная плоскостойкая структура с толщинами слоев  $t_i$  и комплексными проницаемостями  $\varepsilon_i$ ,  $\mu_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Предположим, что детектируемое тело находится справа



от указанной структуры в третьем бесконечном слое (полупространстве) с проницаемостями  $\varepsilon$ ,  $\mu$ . Рассмотрим тензорные диагональные функции Грина (ФГ) бесконечной по  $x$ ,  $y$  трехслойной плоскостной среды, расположенной в трехмерном пространстве с проницаемостями  $\varepsilon$ ,  $\mu$ . Обозначим указанные функции  $\hat{G}_{(3)}^q(\vec{r}, \vec{r}')$ , где  $q = e, m$  соответствует электрическим и магнитным величинам. При каждом значении  $q$  эта ФГ является одним из двух фундаментальных решений (именно в виде расходящейся на бесконечности сферической волны) неоднородного уравнения Гельмгольца

$$(\nabla^2 + k_0^2 \varepsilon(\vec{r}) \mu(\vec{r})) \hat{G}_{(3)}^q(\vec{r}, \vec{r}') = -\hat{I} \delta(\vec{r} - \vec{r}'), (1)$$

в котором  $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_i$  и  $\mu(\vec{r}) = \mu_i$ , когда  $\vec{r}$  принадлежит соответствующему слою с номером  $i$ ;  $\hat{I}$  – единичный тензор (с компонентами  $\delta_{mn}$ ). Эта ФГ также удовлетворяет граничным условиям на границах раздела сред, соответствующим полю электрического (индекс  $e$ ) или магнитного (индекс  $m$ ) диполя и зависит от всех проницаемостей и волнового числа  $k_0$ , что отражено наличием нижнего индекса. Введем еще тензорные ФГ  $\hat{G}_{(3)}^{qe}(\vec{r}, \vec{r}')$  рассмотренной трехслойной среды, обладающие тем свойством, что для описываемых с ее помощью полей выполняется условие электрической стенки в плоскости  $z = 0$ . Это отмечено вторым индексом  $e$ . Последние ФГ определены так:  $\hat{G}_{(3)mn}^{qe}(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{G}_{(3)mn}^q(\vec{r}, \vec{r}') \mp \hat{G}_{(3)mn}^q(\vec{r}, -\vec{r}')$ . Знак минус соответствует  $n = 1, 2$  для  $q = e$  и  $n = 3$  для  $q = m$ , а знак плюс – остальным случаям. Указанные компоненты суть решения уравнения Гельмгольца для диполей (дельта-источников), ориентированных соответственно вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , а их нахождение соответствует задаче Зоммерфельда для многослойной среды [28, 29] над проводящей плоскостью. Рассмотрим два типа детектируемых объектов. Первый – магнито-диэлектрическое тело объема  $V$  с проницаемостями  $\hat{\varepsilon}(\vec{r})$ ,  $\hat{\mu}(\vec{r})$  (тензорными в общем случае). Второй – металлический объект с импедансной поверхностью  $S$  и плотностью наведенного на ней электрического тока  $\vec{J}(\vec{r})$ . В первом случае вторичное поле обусловлено электрическим и магнитным токами поляризации с плотностями

$$\vec{J}_p^e(\vec{r}) = j\omega\varepsilon_0 [\hat{\varepsilon}(\vec{r}) - \varepsilon] \vec{E}(\vec{r}) \text{ и}$$

$$\vec{J}_p^m(\vec{r}) = j\omega\mu_0 [\hat{\mu}(\vec{r}) - \mu] \vec{H}(\vec{r}).$$

Поля ВЗС в области  $z \geq 0$  представим с помощью электрического и магнитного вектор-потенциалов [3, 11, 29]:

$$\vec{A}^e(\vec{r}) = j\omega\varepsilon_0 \int_V \hat{G}_{(3)}^{ee}(\vec{r}, \vec{r}') [\hat{\varepsilon}(\vec{r}') - \varepsilon] \vec{E}(\vec{r}') dV', (2)$$

$$\vec{A}^m(\vec{r}) = j\omega\mu_0 \int_V \hat{G}_{(3)}^{me}(\vec{r}, \vec{r}') [\mu(\vec{r}') - \mu] \vec{H}(\vec{r}') dV' + \frac{1}{2} \int_{\Sigma} \hat{G}_{(3)}^{me}(\vec{r}, \vec{r}'_{\perp}) \vec{z}_0 \times \vec{E}(\vec{r}'_{\perp}) dS'. (3)$$

Здесь  $\vec{z}_0$  – орт-вектор оси  $z$ ;  $\Sigma$  – ограниченная поверхность апертуры:  $|x| \leq a/2$ ,  $|y| \leq b/2$ ;  $\vec{E}_{\perp}(\vec{r}'_{\perp}) = \vec{E}_{\perp}(x', y') = -\vec{z}_0 \times \vec{z}_0 \times \vec{E}(x', y', 0)$  – значение касательного электрического поля на апертуре;  $dS' = dx' dy'$ ,  $dV' = dx' dy' dz'$  – элементы поверхности и объема. Во втором случае объемный интеграл в соотношении (3) отсутствует, а в соотношении (2) он заменяется поверхностным:

$$\vec{A}^e(\vec{r}) = \int_S \hat{G}_{(3)}^{ee}(\vec{r}, \vec{r}'_{\tau}) \vec{J}(\vec{r}'_{\tau}) dS'. (4)$$

Индекс  $\tau$  означает принадлежность поверхности, которая может быть и двусторонней разомкнутой. В соотношении (3) во втором интеграле можно заменить  $\hat{G}_{(3)}^{me}(\vec{r}, \vec{r}'_{\perp})$  на  $2\hat{G}_{(3)}^m(\vec{r}, \vec{r}'_{\perp})$ . Поля определим через введенные потенциалы [29]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\text{grad} \cdot \text{div} + k_0^2 \varepsilon(\vec{r}) \mu(\vec{r})}{j\omega\varepsilon_0 \varepsilon(\vec{r})} \vec{A}^e(\vec{r}) - \text{rot} \vec{A}^m(\vec{r}), (5)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \text{rot} \vec{A}^e(\vec{r}) + \frac{\text{grad} \cdot \text{div} + k_0^2 \varepsilon(\vec{r}) \mu(\vec{r})}{j\omega\mu_0 \mu(\vec{r})} \vec{A}^m(\vec{r}). (6)$$

При  $z < 0$  представим их в виде комбинации нормальных мод ( $E$  и  $H$ ), коэффициенты в разложении по которым определяются касательным электрическим полем  $\vec{E}_{\perp}$  на апертуре. Соотношения (5) в первом случае приводят к комбинированному объемно-поверхностным интегральным уравнениям (ИУ), а во втором – к поверхностному ИУ в областях  $\Sigma$  и  $S$ . Указанные ИУ получаются после сшивания на апертуре касательного магнитного поля, а ФГ можно получить методом Зоммерфельда, сшивая поля на границах раздела. Вид введенных уравнений и скалярных ФГ дан в приложении.

## 2. Результаты обнаружения объекта методом предварительного сканирования

На рис. 1 приведены результаты моделирования проникновения мощности излучения в трехслойную среду [19] с толщинами двух первых слоев 1 и 5 мм для трех значений частоты – 433, 915 и 2450 МГц. Диэлектрические параметры слоев выбраны в соответствии с данными, приведенными в работах [2, 21, 25], и на частоте 915 МГц составили: для кожи  $\varepsilon = 43.1 - j18.7$ ; для жирового слоя  $\varepsilon = 8.9 - j5.0$ ; для мышечной ткани  $\varepsilon = 53.3 - j26.1$ . ДП слоев интерполировались с использованием формулы Дебая и

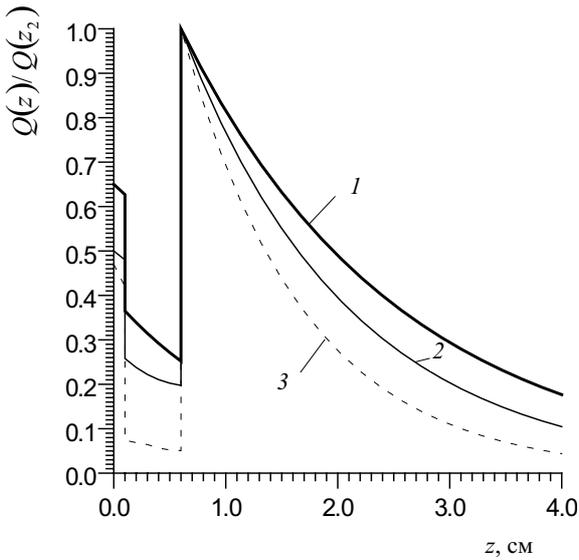


Рис. 1. Нормализованное к значению на границе жировой слой – мышцы  $z_2 = t_1 + t_2$  распределение тепловыделения  $Q(z)/Q(z_2)$  по глубине для частот 433 МГц (1), 915 МГц (2) и 2450 МГц (3) при толщине кожного покрова 1 мм и жирового слоя 5 мм

коэффициента водосодержания  $K$  по данным для трех частот. Считаем, что в каждом слое при заданной температуре проницаемость описывается формулой ( $i = 1, 2, 3$ )

$$\varepsilon_i(\omega) = 1 + (1 - K_i)(\kappa'_i - j\kappa''_i) + \frac{K_i \kappa}{1 + \omega^2 \tau^2} - jK_i \left[ \omega \tau \frac{\kappa}{1 + \omega^2 \tau^2} + \frac{\sigma_i}{\omega \varepsilon_0} \right], \quad (7)$$

в которой восприимчивость  $\kappa_i = \kappa'_i - j\kappa''_i$  обеспокоенных тканей не имеет дисперсии на рассматриваемых частотах. Для воды  $\kappa = 80$  (восприимчивость в постоянном поле),  $\tau = 9 \cdot 10^{-13}$ , с (время релаксации). В мышцах процентное содержание воды в модели соответствовало 65%, а в коже – 47% при проводимости  $\sigma_{1,3} = 1.5$  С/м. Использование модели Оделевского для диэлектрических смесей дает примерно такие же результаты, а модель Фрике–Маджета менее точна для аппроксимации. Распределение выделяемой мощности в единице объема по глубине  $Q(z) = \varepsilon''(z) |\vec{E}(z)|^2 / 4$  нормировалось на ее максимальное значение на границе мышечной ткани при  $z_2 = h_1 + h_2$ .

На рис. 2 продемонстрированы результаты вычисления величины  $\vec{E}^2(x, y, z)$  на поверхности кожи (а) и в мышечной ткани на глубине  $z = 1$  см при толщине кожного покрова  $t_1 = 1$  мм и подкожного жирового слоя  $t_2 = 4$  мм (б). Амплитуда падающей  $H_{10}$ - волны на апертуре равнялась единице. Приведенное распределение получено при заполнении излучателей водой (без учета тонкой изолирующей пластины), однако оно слабо зависит от указанного заполнения. Распределение поля имеет высокую локальность, которая немного ухудшается с ростом глубины, что позволяет использовать ВЗС для локации кожного покрова и подкожных слоев, а также моделировать определяемый объект соответствующим ему слоем.

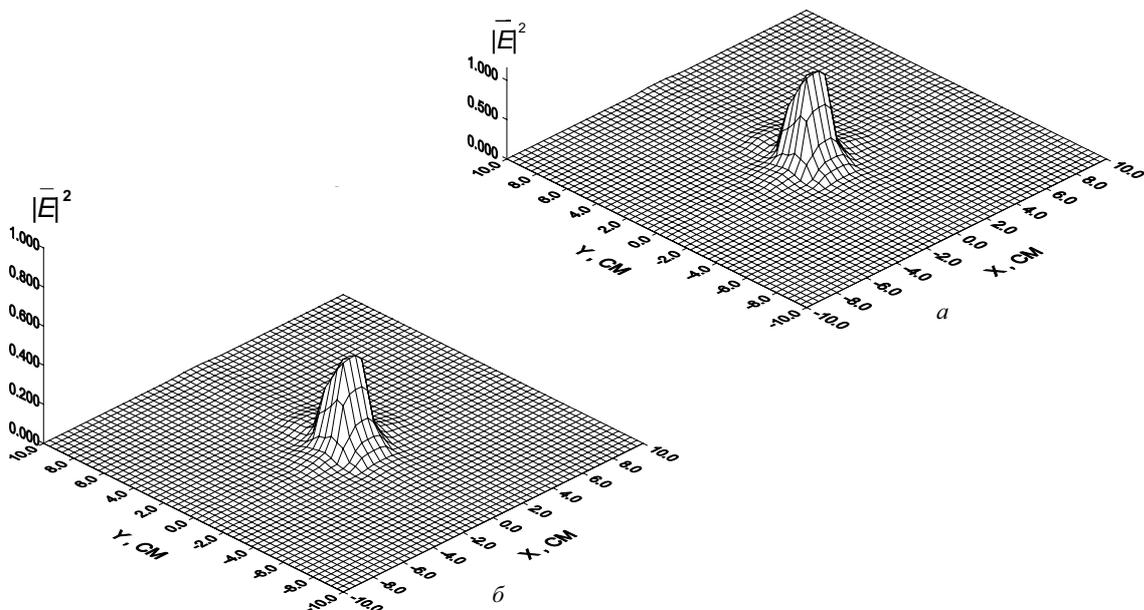


Рис. 2. Распределение  $|\vec{E}|^2$  на частоте 2.45 ГГц для  $a = 11$ ,  $b = 5.5$ ,  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = 4$  мм в зависимости от смещения по  $x, y$  от центра апертуры: а – на поверхности кожи (при  $z = 0.01$  мм); б – в мышечной ткани на глубине  $z = 10$  мм



На рис. 3 показаны результаты моделирования обнаружения изменения параметров четвертого (конечного) слоя в пятислойной плоскостойкой структуре в диапазоне около 900 МГц с помощью зонда, заполненного водным раствором этилового спирта различной концентрации. Концентрация раствора определялась коэффициентом спиртосодержания  $1-K$ . Для спирта взято значение  $\epsilon = 26 - j$ . Слои моделировали кожу, подкожный жировой слой, мышечную ткань, опухоль, мышечную ткань и имели следующие параметры:  $t_1=1$ ,  $t_2=5$ ,  $t_3=5$ ,  $t_4=10$  мм,  $t_5=\infty$ ;  $\kappa_1=10 - 0.5j$ ,  $\kappa_2=8 - 0.4j$ ,  $\kappa_3=\kappa_4=\kappa_5=16 - 0.8j$ ;  $K_1=0.4$ ,  $K_2=0.4$ ,  $K_3=0.3$ ,  $K_4=0.6$ ,  $K_5=0.8$ ;  $\sigma_i = 1.2$  С/м. Отсутствие опухоли моделировалось соответствующей трехслойной структурой, при этом  $K_4=0.6$ , что эквивалентно изменению ДП слоя на 20 – 25%. Тонкая изолирующая диэлектрическая перегородка не учитывалась. Видно, что задача диагностики требует обнаружения изменений  $|R|$  по уровню 0.01–0.03, что при флуктуациях, связанных с движением зонда, является весьма сложной проблемой. Более приемлемым, по-видимому, является определение продольного профиля коэффициента водосодержания на основе компьютерной обработки данных в полосе частот с выявлением anomalously больших участков при изменении положения зонда. При этом возможна индивидуальная подстройка модели под параметры здоровых тканей пациента. Аналогичные исследования в диапазоне 2.2–2.8 ГГц с использованием ПВ  $a = 1.1$ ,  $b = 0.55$  мм показывают, что при изме-

рениях необходимо определять изменения  $|R|$  по уровню 0.001–0.004. Для рассмотренных на рис. 2–5 задач использовалась модель из работ [15,18]. При этом рассматривались и ВЗС с диафрагмами, позволяющими улучшить локальность. Результаты моделирования показывают применимость рассмотренных ВЗС и для гипертермии раковых опухолей.

Рассмотрим локацию неоднородности методом предварительного сканирования. Этот метод позволяет выявить зоны аномального отражения и получить двумерную картину сканируемого объекта. Он достаточно прост и не требует для своей реализации каких-либо сложных численных алгоритмов. Результаты измерений могут быть обработаны и визуализированы в реальном времени. Для более надежного обнаружения целесообразно использовать наложение изображений от нескольких зондов, изолированных различными диэлектрическими пластинами, играющими роль первого слоя. Обнаружение будем моделировать численно, используя решения прямых задач для соответствующих структур. Рассмотрим кубический диэлектрический объект размера  $d$  и проницаемости  $\tilde{\epsilon}$  в полубесконечной однослойной диэлектрической среде с проницаемостью  $\epsilon$ . Пусть  $(\tilde{\epsilon} - \epsilon)k_0d \ll 1$ . В этом случае воспользуемся борновским приближением [30], взяв поле внутри тела в виде поля, излученного апертурой ВЗС. Тогда, используя формулу (П6) приложения, определим коэффициент отражения  $R$ , который есть функционал от касательного электрического поля на апертуре. В него также входит объемный интеграл. Соотношение (П7) определяет «погрешность» рассеяния Рэлея–Дебая. В отсутствие диэлектрического тела компонента  $E_x$  на апертуре отсутствует, а  $E_y$  является четной по  $x$  и  $y$ . Приближение заданного поля  $H_{10}$ -волны обеспечивает точность не хуже 1–3% [15]. В присутствии тела необходимо взять  $\vec{E}_\perp$  в виде разложения по нескольким типам волн (или по нескольким функциям). Компонента  $E_x$  мала (по сравнению с  $E_y$ ) и равна нулю в случае симметричного расположения тела относительно плоскости  $x = 0$ .

Рассмотрим именно этот случай, приводящий к скалярному поверхностному ИУ. Он интересен и тем, что сканирование вдоль оси  $y$  дает лучшее разрешение по сравнению с координатой  $x$  (из-за структуры поля и в силу того, что  $b < a$ ). В приведенных расчетах использована одна и две функции в аппроксимации поля. Во втором случае поле на апертуре бралось в виде  $E_y(x, y) = \cos(\pi x/a) [1 + A_1 \sin(2\pi y/b)]$ , а коэффициент  $A_1$  определялся из условия  $\partial Y / \partial A_1 = 0$ . Возникающие спектральные интегралы вычислялись численно по методу, изложенному в [15].

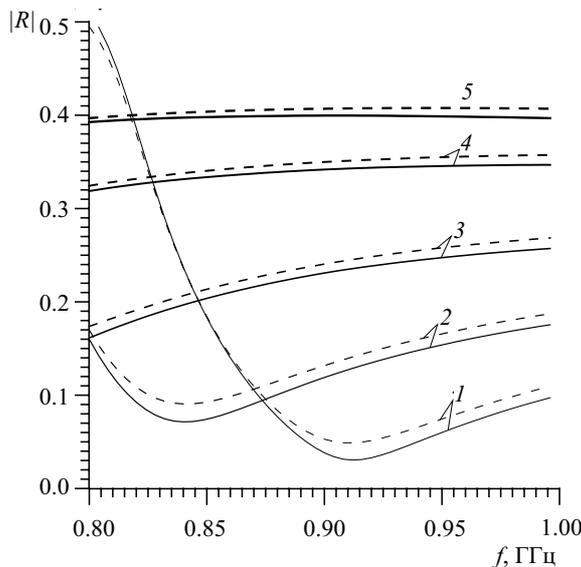


Рис. 3. Модуль коэффициента отражения ВЗС в канале  $a = 28.5$  мм,  $b = 10$  мм для пятислойной структуры (штриховые кривые) и соответствующей трехслойной структуры (сплошные кривые) в зависимости от частоты при разных коэффициентах водосодержания в заполнении ПВ: 0.3 (1), 0.4 (2), 0.55 (3), 0.8 (4), 1.0 (5)



Результаты обнаружения изменения коэффициента отражения при движении (сканировании) в плоскости  $x = 0$  квадратного объекта с размером  $d = 5$  мм приведены на рис. 4.

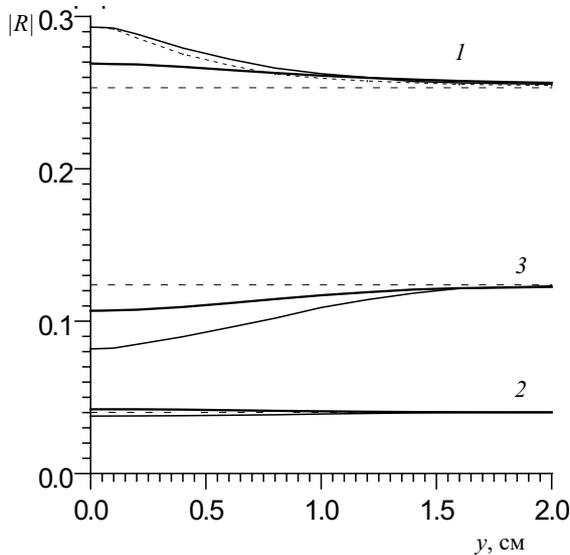


Рис. 4. Зависимость  $|R|$  от смещения  $y$ , расположенного при  $x = 0$  на глубине 12.5 мм и глубине 7.5 мм (жирные кривые) кубического объекта размера 5 мм для различных частот: 820 МГц (кривые 1), 860 МГц (кривая 2), 900 МГц (кривая 3). Штриховые линии соответствуют отсутствию объекта, штриховая кривая – уточнение по модели с двумя базисными функциями

Параметры среды задавались соотношениями  $\kappa_1 = 8 - 0.5j$ ,  $K_1 = 0.3$ ,  $\sigma_i = 1.1$  С/м. Объект отличался от среды только коэффициентом водосодержания, равным 0.4. Расчет приведен для заполненного спиртовым раствором с  $K = 0.3$  ПВ с размерами  $a = 28.5$ ,  $b = 12$  мм. Использовалась модель заданного поля  $H_{10}$ -моды на апертуре. Для частоты 820 МГц приведено уточнение модели с использованием двух аппроксимирующих функций (кривая с мелким штрихом). В силу симметрии при нулевом смещении обе модели совпадают. Более точное моделирование требует учета следующей четной по  $y$  гармоники в разложении  $E_y$ . При этом уточнение не должно превысить 2%, что проверялось по модели [15, 18] путем замены объекта слоем при использовании одной и семи базисных функций.

### Заключение

Теоретически показана возможность обнаружения (локации) диэлектрического объекта сканированием волноводного зонда относительно многослойной биологической среды, если его диэлектрические свойства (или водосодержание) существенно отличаются. Отличие на 20% вполне

экспериментально фиксируется на уровне шумов анализатора S-параметров. При этом характерный размер объекта может быть в несколько раз меньше размера широкой стенки ПВ при заполнении ВЗС водой или водным раствором. Для повышения разрешающей способности следует использовать прецизионные рефлектометры и согласованные ВЗС, в том числе с малым размером узкой стенки ПВ и с резонансными диафрагмами. Известны методы локация с активным и пассивным зондами [21], также улучшающие разрешающую способность.

Рассмотренный подход позволяет выявить зоны значений аномальных коэффициентов отражения. При этом в силу хорошей локальности объект размера  $d$  с проницаемостью  $\tilde{\epsilon}$  может быть моделирован слоем с параметрами  $d, \tilde{\epsilon}$ , т.е. путем использования более простого и быстрого алгоритма. Однако обнаружение подразумевает не только локацию (определение координат центра), но и распознавание формы объекта (или реконструкцию распределения его проницаемости), что требует решать более сложную обратную задачу теории рассеяния. Для этого необходима избыточность экспериментальных данных, в том числе многочастотное зондирование. Количество математических операций для решения такой задачи, оцененное на основе числа операций для прямых и итерационных методов решения прямых задач [31], является весьма большим даже для рассмотренного выше объекта малого электрического размера. Это делает пока проблематичным получение информации в реальном времени на основе решения обратной задачи.

### Приложение

Рассмотрим сначала постановку задачи для стыка ВЗС с полупространством, в котором находится диэлектрический объект. Для простоты считаем  $\mu = 1$ . Поля при  $z < 0$  представим в виде разложения по отраженным (бегущим в сторону отрицательных значений  $z$ ) электрическим и магнитным модам ПВ и падающей  $H_{10}$ -моды единичной амплитуды. Поля при  $z > 0$  выразим по формулам (5), (6) через вектор-потенциалы:

$$\vec{A}^e(\vec{r}) = j\omega\epsilon_0 \int_V \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') [\epsilon(\vec{r}') - \epsilon] \vec{E}(\vec{r}') dV' + \vec{z}_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_e(\alpha, \beta) \exp(-j\alpha x - j\beta y - j\gamma z) d\alpha d\beta, \quad (П1)$$

$$\vec{A}^m(\vec{r}) = \vec{z}_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_m(\alpha, \beta) \exp(-j\alpha x - j\beta y - j\gamma z) d\alpha d\beta, \quad (П2)$$



где  $\gamma = \sqrt{k_0^2 \epsilon \mu - \kappa_{\alpha\beta}^2}$  и  $\kappa_{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$  – продольное и поперечное волновые числа, а компоненты ФГ имеют вид  $\hat{G}_{kn}(\vec{r}, \vec{r}') = \delta_{kn} \left\{ G(\vec{r} - \vec{r}') - (-1)^{[n/3]} G(\vec{r} + \vec{r}') \right\}$ .

Здесь  $G(\vec{r}) = (4\pi|\vec{r}|) \exp(-jk_0|\vec{r}|)$  – скалярная ФГ свободного пространства, а скобки  $[\ ]$  означают целую часть числа. Выражая неизвестные амплитуды  $A_{(e,m)}$  и аналогичные амплитуды полей внутри ПВ через касательное электрическое поле на апертуре и сшивая на ней поперечное магнитное поле, получим комбинированное (смешанное) объемно-поверхностное ИУ:

$$\int_{\Sigma} \tilde{K}(\vec{r}_{\perp}, \vec{r}'_{\perp}) \vec{E}_{\perp}(\vec{r}'_{\perp}) dS' - j\omega\epsilon_0 \vec{z}_0 \times \nabla \times \int_V \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') [\hat{\epsilon}(\vec{r}') - \epsilon] \vec{E}(\vec{r}') dV' = y_{10}^h \vec{z}_0^h(\vec{r}_{\perp}), \quad \vec{r} \in \Sigma, \quad (П3)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla \times \int_{\Sigma} \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') (\vec{z}_0 \times \vec{E}(\vec{r}'_{\perp})) dS' + (k_0^2 \epsilon + \nabla \nabla \cdot) \int_V \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') [\hat{\epsilon}(\vec{r}') / \epsilon - \hat{I}] \vec{E}(\vec{r}') dV'. \quad (П4)$$

Поверхностное уравнение (П3) задано на плоской поверхности апертуры и получено векторным умножением результата сшивания на орт-вектор  $\vec{z}_0$  слева. После выполнения диффе-

$$Y = \frac{1-R}{1+R} = \frac{\int_{\Sigma} \int_{\Sigma} \vec{E}_{\perp}^*(\vec{r}_{\perp}) \tilde{K}(\vec{r}_{\perp}, \vec{r}'_{\perp}) \vec{E}_{\perp}(\vec{r}'_{\perp}) dS dS' - j\omega\epsilon_0 \int_{SV} \vec{E}_{\perp}^*(\vec{r}_{\perp}) \vec{z}_0 \times \nabla \times \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') [\hat{\epsilon}(\vec{r}') - \epsilon] \vec{E}(\vec{r}') dS dV'}{y_{10}^m \left| \int_{\Sigma} \vec{e}_{10}^m(\vec{r}_{\perp}) \vec{E}(\vec{r}_{\perp}) dS \right|^2}. \quad (П6)$$

Штрих у ядра здесь означает, что соответствующий падающей волне член (с индексами  $q = m, n = l, l = 0$ ) из суммы (П5) удален. Умножив уравнение

$$\int_V \vec{E}^*(\vec{r}) \left\{ \vec{E}(\vec{r}) + \text{rot} \int_{\Sigma} \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') (\vec{z} \times \vec{E}(\vec{r}'_{\perp})) dS' - (\text{grad} \cdot \text{div} + k_0^2 \epsilon) \int_V \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') [\hat{\epsilon}(\vec{r}') / \epsilon - \hat{I}] \vec{E}(\vec{r}') dV' \right\} dV = 0. \quad (П7)$$

Можно использовать метод множителей Лагранжа, или одновременно накладывать условия экстремума на (П6) и (П7).

Во всех соотношениях  $\vec{e}_{nl}^{(e,m)}$  – ортонормированные мембранные функции электрических и магнитных мод ПВ,  $\vec{e}_{\alpha\beta}^e(\vec{r}_{\perp}) = \nabla_{\perp} \psi_{\alpha\beta}(\vec{r}_{\perp}) / \kappa_{\alpha\beta}$ ,  $\vec{e}_{\alpha\beta}^e(\vec{r}_{\perp}) = \vec{z}_0 \times \nabla_{\perp} \psi_{\alpha\beta}(\vec{r}_{\perp}) / \kappa_{\alpha\beta}$ ,  $\psi_{\alpha\beta}(\vec{r}_{\perp}) = (2\pi)^{-1} \times \exp(-j\alpha x - i\beta y)$  – нормированные на дельта-функцию векторные и скалярные поперечные функции полупространства [15],  $y_{(k,\alpha\beta)}^{(e,m)}$  – волновые адмитансы:

ренцирования в (П3) радиус-вектор  $\vec{r}$  следует поместить на апертуру. Объемное уравнение (П4) определено везде при  $z \geq 0$ , однако решать его следует в объеме диэлектрика  $V$ . Оператор  $\nabla \nabla \cdot \equiv \nabla \otimes \nabla$  означает градиент от дивергенции, т.е. последовательное применение операторов  $\nabla \cdot$  и  $\nabla$ . Ядро  $\tilde{K}$  в этих уравнениях имеет вид

$$\tilde{K}(\vec{r}_{\perp}, \vec{r}'_{\perp}) = \sum_{q=e,m} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} y_k^q \vec{e}_k^q(\vec{r}_{\perp}) \otimes \vec{e}_k^{q*}(\vec{r}'_{\perp}) + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y^q(\alpha, \beta) \vec{e}_{\alpha\beta}^q(\vec{r}_{\perp}) \vec{e}_{\alpha\beta}^{q*}(\vec{r}'_{\perp}) \right\}. \quad (П5)$$

Здесь  $\otimes$  – символ тензорного (диадного) произведения, суммирование по  $q$  соответствует учету электрических и магнитных мод,  $k = (n, l)$  – мультииндекс, каждый индекс которого изменяется от нуля до бесконечности, причем в сумме обнуляются член с  $n = l = 0$  и соответствующие электрическим модам члены с  $n = 0$  или  $l = 0$ . Ядро (П5) соответствует интегральному оператору адмитанса на апертуре. Умножив уравнение (П3) на сопряженное значение касательного электрического поля  $\vec{E}_{\perp}^*$ , разделив затем на  $1+R$  и проинтегрировав по нештрихованным координатам, получим функционал для нормированной входной проводимости ВЗС:

(П5) на  $\vec{E}^*$  и проинтегрировав по объему, получим дополнительное условие, при котором следует искать стационарное значение функционала (П6):

$$y_k^e = \omega\epsilon_0 \epsilon / \sqrt{k_0^2 \epsilon - (n\pi/a)^2 - (l\pi/b)^2}, \quad y_k^m = \sqrt{k_0^2 \epsilon - (n\pi/a)^2 - (l\pi/b)^2} / \omega\mu_0, \quad (П8)$$

$$y_{\alpha\beta}^e = \omega\epsilon_0 \epsilon / \sqrt{k_0^2 \epsilon - \kappa_{\alpha\beta}^2}, \quad (П9)$$

$$y_{\alpha\beta}^m = \sqrt{k_0^2 \epsilon - \kappa_{\alpha\beta}^2} / \omega\mu_0.$$

Нетрудно обобщить полученные результаты на плоскостойкую структуру с произвольным числом слоев и объектом в последнем слое. Вид уравнений не изменится, но изменится вид ядер. Именно, следует использовать скалярную ФГ симметричной относительно плоскости  $z = 0$



многослойной структуры, а вместо (П9) взять волновые адмитансы последнего полубесконечного слоя, трансформированные к плоскости  $z = 0$ . Для получения вида электрической ФГ  $\hat{G}_{(n)}^e$   $n$ -слойной структуры необходимо решить три задачи об электрическом диполе, ориентированном

вдоль каждой из осей координат. Пусть диполь с моментом  $\vec{p}$  расположен в точке  $\vec{r}'$  справа от многослойной структуры (т.е. задана плотность тока  $\vec{p}\delta(\vec{r} - \vec{r}')$ ). Тогда  $z' > z_0 = t_1 + \dots + t_n$ , и первичное поле в указанной области определяется вектор-потенциалом [25]

$$\vec{A}_{inc}^e = \hat{G}_{(n+1)}^{inc} \vec{p} = \frac{-j\vec{p}}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-j\alpha(x-x') - j\beta(y-y') - j\sqrt{k_0^2\varepsilon - \kappa_{\alpha\beta}^2}|z-z'\right)}{\sqrt{k_0^2\varepsilon - \kappa_{\alpha\beta}^2}} d\alpha d\beta. \quad (П10)$$

Указанный интеграл в цилиндрической системе координат представляется с помощью

функции Ганкеля второго рода. Поле дифракции имеет вид

$$\vec{A}_{dif}^e = \hat{G}_{(n+1)}^{dif} \vec{p} = \frac{-j\vec{p}}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{dif}^e(\alpha, \beta) \frac{\exp\left(-j\alpha(x-x') - j\beta(y-y') - j\sqrt{k_0^2\varepsilon - \kappa_{\alpha\beta}^2}(z-z_0)\right)}{\sqrt{k_0^2\varepsilon - \kappa_{\alpha\beta}^2}} d\alpha d\beta. \quad (П11)$$

Поля в оставшихся  $n$  слоях представим аналогично (П11), учтя волны с амплитудами  $A_k^{\pm}$  в обоих направлениях оси  $z$ . Соответствующие интегралы обозначим  $\hat{G}_{(k)}^{\pm}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ . Сшивая поля, найдем амплитуды в соотношениях типа (П11) и решение задачи в виде тензорных ФГ  $\hat{\Gamma}^{qq'}$ ,  $q, q' = e, m$ , связывающих интегрально поля и токи. Более компактно результат сшивания выражается с помощью матриц передачи слоев, которые известны и для краткости не приводятся. Полагая дипольный момент равным  $\vec{x}_0$ ,  $\vec{y}_0$ ,  $\vec{z}_0$ , определим компоненты  $\hat{\Gamma}_{\kappa\kappa'}^{qq'}$ , индексы которых  $\kappa, \kappa' = 1, 2, 3$  соответствуют координатам  $x, y, z$ . Эти ФГ связаны с определенными выше известными соотношениями. Например,  $\hat{\Gamma}^{ee}(\vec{r}, \vec{r}') = (j\omega\varepsilon_0\varepsilon(\vec{r}))^{-1} \left[ \nabla \otimes \nabla + k_0^2\varepsilon(\vec{r})\hat{I} \right] \hat{G}_{(n)}^e(\vec{r}, \vec{r}')$ . Здесь использован введенный выше тензор с компонентами  $(\nabla \otimes \nabla)_{\kappa\kappa'} = (\partial/\partial_{\kappa})(\partial/\partial_{\kappa'})$ .

электромагнитных волн. Материалы Всерос. конф. ИРЭВ-2001, Таганрог: Изд-во Таганрог. радио-техн. ун-та, 2001. С. 231–233.

11. Левин Л. Современная теория волноводов. М.: Изд-во иностр. лит., 1954. 216 с.

12. Guy F.W. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1968. Vol. 19, № 2. P. 214–223.

13. Nikita K.S., Uzunoglu N.K. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1989. Vol. 37, № 7. P. 1794–1800.

14. Davidovich M.V., Meschanov V.P., Popova N.F. // Proc. of 9-th Intern. Crimean Microwave Conf. CriMiKo'99. Sevastopol, Crimea, Ukraine, 1999. P. 362–263.

15. Давидович М.В., Алексеев О.Ю. // РЭ. 2004. Т. 49, № 6. С. 665–670.

16. Давидович М.В., Алексеев О.Ю., Борисов В.С., Попова Н.Ф. // Машинное проектирование в прикладной электродинамике и электронике: Сб. науч. тр. 6-го рабочего семинара IEEE Saratov-Penza Chapter. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2002. С. 54–66.

17. Малец Е.Б., Фесенко В.И., Шульга С.Н. // РЭ. 2000. Т. 45, № 5. С. 523–530.

18. Давидович М.В., Явчуновский В.В. // РЭ. 2005. Т. 50, № 10. С. 1252–1258.

19. Давидович М.В. // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. 2007. № 1. С. 51–55.

20. Алексеев О.Ю., Борисов В.С., Давидович М.В., Попова Н.Ф. // РЭ. 2006. Т. 51, № 11. С. 1316–1323.

21. Fear E.C., Hagness S.C., Meaney P.M. et al. // IEEE Microwave Mag. 2002. Vol. 3, № 1. P. 48.

22. Резник А.Н., Юрасова Н.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 10–11. С. 990–995.

23. Резник А.Н., Юрасова Н.В. // ЖТФ. 2006. Т. 76, вып. 1. С. 90–104.

24. Chen Y., Gunawan E., Low K.S., Wang S. et al. // IEEE Trans. Antennas and Propagat. 2007. Vol. 55, № 1. P. 194–204.

25. Kim J.V., Oh D., Yoon J., Cho S. et al. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 2005. Vol. 53, № 11. P. 214–223.

26. Миллер М.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 9. С. 991–1007.

27. Бензарь В.К. Техника СВЧ-влажнометрии. М.: Высш. шк., 1974. 352 с.

28. Okmatovski V., Cangellaris A.C. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2002. Vol. 50, № 7. P. 1005–1016.

29. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983. 296 с.

### Библиографический список

1. Guy F.W. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1984. Vol. 32, № 9. P. 1182–1200.
2. Gupta R.C., Singh S.P. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 2005. Vol. 53, № 9. P. 2665–2671.
3. Misra D.A. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1987. Vol. 35, № 10. P. 925–928.
4. Misra D., Chhabra M., Epstein B.R., Mirotznik M., Foster K.R. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1990. Vol. 38, № 1. P. 8–14.
5. Bao J.Z., Lu S.T., Hurt W.D. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1997. Vol. 45, № 10. P. 1730–1741.
6. Tuck D., Coad S. // IEEE Microwave and Guided Wave Lett. 1995. Vol. 5, № 4. P. 105–107.
7. Zuecher J., Hoppie L., Lade R., Srinivasan S., Misra D. // J. Microwave Power and Electromagn. Energy. 1990. Vol. 25, № 3. P. 161–167.
8. Давидович М.В. // Машинное проектирование в прикладной электродинамике и электронике: Тр. третьего рабочего семинара IEEE Saratov-Penza Chapter, Саратов, 1999. С. 15–22.
9. Давидович М.В., Мещанов В.П., Попова Н.Ф., Борисов В.С. // Радиолокация, навигация и связь: VII Междунар. науч.-техн. конф. Воронеж, 2001. Т. 3. С. 598–608.
10. Давидович М.В. // Излучение и распространение



30. Исмаиру А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах: В 2 т. М.: Мир, 1981. Т. 1. 280 с.

31. Самохин А.Б. Интегральные уравнения и итерационные методы в электромагнитном рассеянии. М.: Радио и связь, 1998. 160 с.

УДК 535.4; 535.317

## ЦИФРОВАЯ ОПТИЧЕСКАЯ ГОЛОГРАФИЯ С ВИРТУАЛЬНОЙ ОПОРНОЙ ВОЛНОЙ

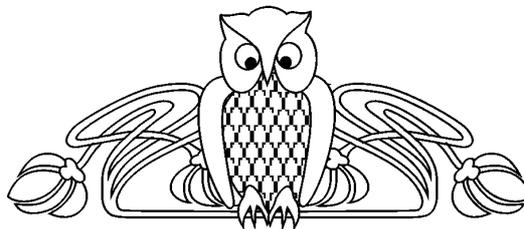
В.П. Рябухо, Б.Б. Горбатенко\*, Л.А. Максимова\*\*

Саратовский государственный университет

\*Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов

\*\*Саратовский государственный технический университет

E-mail: rpv@sgu.ru



Рассматривается возможность восстановления изображения рассеивающего объекта по цифровой записи фурье-спеклограммы – распределения интенсивности рассеянного поля в дальней области дифракции, без использования когерентной опорной волны. Действие опорной волны – формирование голограммной структуры с системой несущих интерференционных полос, реализуется апостериорно – на этапе численной обработки цифровой спеклограммы с использованием представления о бинарном распределении фазы объектного поля в различных его спеклах. Обсуждаются схемы записи цифровых спеклограмм, информационные особенности голограммной структуры, возможность ее синтеза и процедуры численного восстановления изображения по цифровой спеклограмме дифракционного поля и восстановленной системе несущих полос.

**Ключевые слова:** спекл-модулированное поле, спекл-структура, запись интенсивности, восстановление изображения, дифракционное поле рассеивающего объекта, дифракционное гало.

### Digital Optical Holography with Virtual Reference Wave

V.P. Ryabukho, B.B. Gorbatenko, L.A. Maksimova

Possibility of scattering object image reconstruction bis digital Fourier – specklegram (intensity distribution of scattered field in far area of diffraction, without use of coherent referent wave) is considered. Action of referent wave ~ formation of hologram structure with system of carrying interference fringes, is realized a posteriori at the stage of numerical processing of digital specklegram with using of representation about binary distribution of objective field phase in various speckles. Setups for digital specklegram recording, information features of hologram structure, possibility of its synthesis and procedure of numerical image reconstruction bis digital specklegram of diffraction field and reconstruction system of carrying fringes are discussed.

**Key words:** speckle-modulated field, speckle-structure, recording of intensity, image reconstruction, diffraction field of scattering object, diffraction galo.

### Введение

В методе оптической голографии [1–3] реализуется возможность восстановления объектного волнового поля и, следовательно, объемного изображения объекта по записи картины интерференции этого поля с когерентной опорной волной. В классической (аналоговой) голографии

для записи используются высокоразрешающие фоточувствительные среды – фотопластинки (галогенидосеребряные среды), фототермопластики (фотополимеры), фоторефрактивные среды и др. [4]. Восстановление объектного поля и голографического изображения в классической голографии происходит в результате аналогового процесса – дифракции опорной волны на голограмме – записанной и проявленной структуре картины интерференции объектной и опорной волн.

В последнее время в связи с развитием техники цифровой фотографии и возможностей компьютеров активно развиваются методы цифровой оптической голографии [5–7], в которой картина интерференции объектного дифракционного поля и опорной волны записывается и оцифровывается с помощью матричных фотоэлектрических систем – ПЗС-матриц. Восстановление и визуализация голографического изображения (или какого-либо иного сечения объектного поля) реализуется с помощью численной (компьютерной) обработки цифровой голограммы с использованием дифракционных интегральных преобразований. Цифровая голография существенно повышает производительность и практичность методов голографии, в частности методов голографической и спекл-интерферометрии, голографической микроскопии и др. [5, 8–10].

Основная проблема реализации методов голографии связана с необходимостью использования когерентной опорной волны и записью интерференционной системы несущих полос, что существенно усложняет голографическую систему, снижает ее устойчивость к внешним возмущениям и определяет высокие требования к разрешающей способности фоторегистрирующей среды. Последнее обстоятельство наиболее критично для цифровой голографии, поскольку матричные фотоприемники имеют разрешающую способность в 20–25 раз ниже разрешающей способности голографических фотопластинок.