



# ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

УДК 539.12

## Минимальная кварк-лептон симметричная модель и ее проявления при низких энергиях

А. В. Поваров

Поваров Александр Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики, Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны, povarov272@mail.ru

Четырехцветовая симметрия кварков и лептонов предсказывает наряду с векторными лептокварками также и скалярные лептокварки. Если масштаб нарушения четырехцветовой симметрии связан с массами векторных лептокварков и, как было недавно показано, может быть порядка 100 ТэВ, то массы скалярных лептокварков могут быть значительно меньше. При исследовании ограничений на массы векторных лептокварков из лептонных распадов  $K_L^0$  и  $B^0$ ,  $B_S^0$  бозонов были получены численные значения матриц дополнительного фермионного смешивания. Целью работы является исследование, как эти данные по матрицам дополнительного фермионного смешивания могут повлиять на ограничения масс скалярных лептокварков. Для этого рассмотрены вклады скалярных лептокварков в аномальный магнитный момент мюона и магнитный момент нейтрино. В результате показано, что ограничения на массы скалярных лептокварков с электрическим зарядом  $1/3$  меньше ограничений из прямых поисков, для скалярных лептокварков с электрическим зарядом  $5/3$  не превышают 1 ТэВ, а для скалярных лептокварков с электрическим зарядом  $2/3$  составляют порядка нескольких ТэВ.

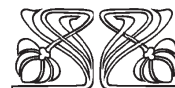
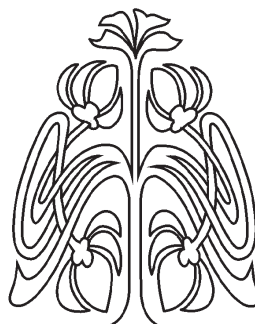
**Ключевые слова:** физика высоких энергий, стандартная модель, четырехцветовая симметрия, лептокварки, кварки, лептоны.

DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-3-201-209>

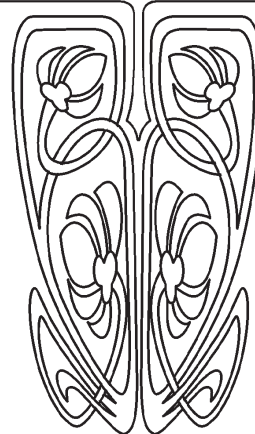
### Введение

Одним из возможных вариантов новой физики за пределами Стандартной Модели является четырехцветовая симметрия между кварками и лептонами типа Папи–Салама [1]. Она предсказывает существование в калибровочном секторе новых частиц триплетов векторных лептокварков. Известные сильные ограничения на массы векторных лептокварков (более 1200 ТэВ), из не наблюдения распадов  $K_L^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ , не учитывали фермионное смешивание. Поэтому принято считать, что эффекты четырехцветовой симметрии слишком слабы, чтобы проявить себя на существующих ускорителях.

Как недавно было показано в работах [2, 3], нижняя граница масс векторного лептокварка при учете фермионного смешивания может быть снижена до 100 ТэВ, при этом получена фиксация матриц дополнительного фермионного смешивания  $K_2^{L,R}$ . Однако проявления четырехцветовой симметрии возможны при гораздо меньших энергиях (порядка 1 ТэВ). Так, известны ограничения на массы скалярных лептокварков, предсказываемых моделью из  $S$ -,  $T$ -,  $U$ -параметров [4], из экспериментов по аномальному магнитно-



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





му моменту мюона [5] и магнитному моменту нейтрино [6]. Полученные ограничения зависят от матриц дополнительного фермионного смешивания, поэтому важно проверить сохраняются ли такие низкие ограничения при фиксации значений матриц дополнительного смешивания [2, 3].

### 1. Модель

Минимальная четырехцветовая кварк-лептон симметричная модель (МКЛС-модель) [7, 8] является наиболее экономным в смысле числа вводимых новых калибровочных полей расширением стандартной модели (СМ), содержащим четырехцветовую симметрию. Она основана на группе

$$SU_V(4) \times SU_L(2) \times U_R(1) \quad (1)$$

как на минимальной группе, объединяющей симметрию СМ и четырехцветовую симметрию кварков и лептонов. После спонтанного нарушения эта группа в дополнение к калибровочным полям СМ порождает два триплета  $V_{\alpha\mu}^{\pm}$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) массивных векторных лептокварков с зарядом  $\pm 2/3$  и дополнительный массивный нейтральный  $Z'$ -бозон.

Взаимодействие векторных лептокварков с фермионами можно записать в следующем модельно независимом виде:

$$L_{\psi}^V = \frac{g_A}{\sqrt{2}} (V_{\alpha\mu} J_{\mu}^V + h.c.), \quad (2)$$

$$J_{\alpha\mu}^V = \bar{Q}_{p\alpha} (\gamma_{\mu} (g_{AV} + g_{AA} \gamma_5) l_{pq}) l_{qa}, \quad (3)$$

где  $f_{pa} = Q_{p\alpha\alpha} l_{pa}$ ,  $\alpha=1, 2, 3$  –  $SU_C(3)$  – цветовой индекс,  $p, q = 1, 2, 3, \dots$  – номер поколений,  $a = 1, 2$  –  $SU_L(2)$  индекс.

Поскольку в общем случае базисные кварковые и лептонные поля  $Q_{p\alpha}^{L,R}, l_{pa}^{L,R}$  могут выражаться через физические поля  $Q_{p\alpha}^{L,R}, l_{pa}^{L,R}$  в виде суперпозиций

$$\begin{aligned} Q_{p\alpha}^{L,R} &= \sum_q (A_{Q_a}^{L,R})_{pq} Q_{q\alpha}^{L,R}, \\ l_{pa}^{L,R} &= \sum_q (A_{l_a}^{L,R})_{pq} l_{qa}^{L,R}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $A_{f_a}^{L,R}$  – унитарные матрицы, то входящие в (3) константы  $g_{AV}, g_{AA}$  являются, вообще говоря, матрицами по индексам поколений

$$(g_{AV,A})_{pq} = ((K_2^L)_{pq} \pm (K_2^R)_{pq})/2.$$

Четыре унитарные матрицы  $K_a^{L,R} = (A_{Q_a}^{L,R})^+ A_{l_a}^{L,R}$ ,  $a=1, 2$ , специфичны для моделей с четырехцветовой кварк-лептонной симметрией и описывают возникающее в этом случае смешивание (нижних при  $a = 2$ ) фермионов в лепто-

кварковых токах. Отметим, что хотя группа (1) является векторной, взаимодействие (2), вообще говоря, не имеет чисто векторного характера из-за возможного различия матриц смешивания в (4) для левых и правых кварков и лептонов. Частный случай чисто векторного взаимодействия в (2) при  $K_2^L = K_2^R$  рассматривался в работах [9–11].

### 2. Скалярный сектор модели

В работах [7, 8] был предложен подход, основанный на хиггсовском механизме расщепления масс кварков и лептонов. В этом подходе наряду с  $SU_V(4)$ -инвариантным скалярным дублетом  $\Phi_a^{(2)}$ ,  $a = 1, 2$ , преобразующимся по представлению (1,2,1) группы  $SU_V(4) \times SU_L(2) \times U_R(1)$ , вводится мультиплет полей  $\Phi_{ja}^{(3)}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 15$ , преобразующийся по представлению (15,2,1). Для придания масс векторным лептокваркам и  $Z'$ -бозону используются мультиплеты  $\Phi_A^{(1)}$ ,  $A=1, 2, 3, 4$  и  $\Phi_j^{(4)}$ , преобразующие по представлениям (4,1,1) и (15,1,0) группы  $SU_V(4) \times SU_L(2) \times U_R(1)$ .

Скалярные мультиплеты МКЛС-модели можно представить в виде

$$(4,1,1): \Phi^{(1)} = \begin{pmatrix} S_{\alpha}^{(1)} \\ \eta_1 + \chi^{(1)} + i\omega^{(1)} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix},$$

$$(1,2,1): \Phi_a^{(2)} = \delta_{a2} \frac{\eta_2}{\sqrt{2}} + \Phi_a^{(1)},$$

$$(15,2,1): \Phi_a^{(3)} = \begin{pmatrix} (F_a)_{\alpha\beta} & S_{\alpha\alpha}^{(+)} \\ S_{\alpha\beta}^{(-)} & 0 \end{pmatrix} + \Phi_{15,a}^{(3)} t_{15},$$

$$(15,1,0): \Phi^{(4)} = \begin{pmatrix} F_{\alpha\beta}^{(4)} & S_{\alpha}^{(4)}/\sqrt{2} \\ S_{\beta}^{*(4)}/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} + (\eta_4 + \chi^{(4)}) t_{15}.$$

Здесь  $\Phi_{15,a}^{(3)} = \delta_{a2} \eta_3 + \phi_{15,a}^{(3)}$ ,  $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$  – вакуумные средние,  $t_{15}$  – 15-й генератор  $SU_V(4)$ -группы,  $a = 1, 2$  –  $SU_L(2)$ -индекс и  $\alpha, \beta = 1, 2, 3$  –  $SU_C(3)$  цветные индексы.

Мультиплет  $\Phi^{(3)}$  содержит два дублета скалярных лептокварков  $S_{\alpha\alpha}^{(\pm)}$  с гиперзарядом  $Y_S^{SM} = 1 \pm 4/3$ , восемь дублетов скалярных глюонов  $F_{ja}, j = 1, 2, \dots, 8$ , с  $Y^{SM} = 1$  и дублет  $\Phi_{15,a}^{(3)}$ , который, смешиваясь с дублетом  $\Phi_a^{(2)}$ , образует стандартный дублет  $\Phi_a^{(SM)}$ ,

$$\Phi_a^{(SM)} = \Phi_a^{(2)} \cos \beta + \Phi_{15,a}^{(3)} \sin \beta,$$

с вакуумным средним стандартной модели



$\eta = \sqrt{\eta_2^2 + \eta_3^2} = (\sqrt{2} G_F)^{-\frac{1}{2}} \approx 250$  ГэВ и дополнительный скалярный дублет

$$\Phi' = -\Phi_a^{(2)} \sin \beta + \Phi_{15,a}^{(3)} \cos \beta,$$

здесь угол  $\beta$  определяется отношением вакуумных средних как  $\text{tg} \beta = \eta_3 / \eta_2$

$$\Phi^{(\text{SM})} = \left( \frac{\Phi_1^{(\text{SM})}}{\frac{\eta + \chi^{(\text{SM})} + i\omega}{\sqrt{2}}} \right), \quad \Phi' = \left( \frac{\Phi'_1}{\sqrt{2}} \right).$$

В дополнение к голдстоуновским модам стандартной модели  $\Phi_1^{(\text{SM})}$  и  $\omega$  голдстоуновскими модами являются также  $\omega^{(1)}$  и

$$S_0 = \left[ -\frac{\eta_1}{2} S^{(1)} + \sqrt{\frac{2}{3}} (\eta_3 \frac{S_2^{(+)} + S_2^{*(-)}}{\sqrt{2}} + \eta_4 S^{(4)}) \right] / \sqrt{\frac{\eta_1^2}{4} + \frac{2}{3} (\eta_3^2 + \eta_4^2)}, \quad (5)$$

связанные с нарушением четырехцветовой симметрии.

Входящие в (5) лептокварковые поля можно представить в виде суперпозиций голдстоуновской моды  $S_0$  и ортогональных к ней физических полей  $S_1, S_2, S_3$  с электрическим зарядом  $2/3$  в виде

$$S_2^{(+)} = \sum_k C_k^{(+)} S_k, \quad S_2^{*(-)} = \sum_k C_k^{(-)} S_k, \\ S^{(1)} = \sum_k C_k^{(1)} S_k, \quad S^{(4)} = \sum_k C_k^{(4)} S_k,$$

где  $C_k^{(\pm)}, C_k^{(1)}, C_k^{(4)}$ ,  $k=0,1,2,3$  – элементы унитарной  $4 \times 4$  матрицы смешивания скалярных лептокварков. Отметим, что примесь голдстоуновской моды  $S_0$  к нижним компонентам дублетов достаточно слабая

$$\left| C_0^{(\pm)} \right|^2 = \frac{2}{3} \frac{\eta_3^2}{\left( \frac{\eta_1^2}{4} + \frac{2}{3} (\eta_3^2 + \eta_4^2) \right)} = \frac{2}{3} g_4^2 \frac{\eta_3^2}{m_V^2} = \\ = \frac{2}{3} g_4^2 \frac{\eta^2 \sin^2 \beta}{m_V^2} = \xi^2 \sin^2 \beta \ll 1,$$

где  $g_4$  –  $SU_V(4)$  – калибровочная константа,  $\eta_3$  – вакуумное среднее мультиплета (15,2,1),  $m_V$  – масса векторного лептокварка, так  $\xi^2 < 10^{-6}$  при  $m_V = 100$  ТэВ. Нужно отметить, что  $C_0^{(+)} = C_0^{(-)}$ .

В унитарной калибровке голдстоуновские моды исключаются:

$$\Phi_1^{(\text{SM})} = 0, \quad \omega = 0, \quad \omega^{(1)} = 0, \quad S_0 = 0,$$

и физическими полями являются: стандартное хиггсовское поле  $\chi^{(\text{SM})}$ , дополнительный  $SU_C(3)$  – бесцветный дублет  $\Phi'$ , два триплета верхних

лептокварков  $S_{1\alpha}^{(+)}, S_{1\alpha}^{(-)}$  с электрическими зарядами  $5/3$  и  $1/3$ , три скалярных лептокварка  $S_k$ ,  $k=1,2,3$ , с электрическим зарядом  $2/3$ , восемь дублетов скалярных глюонов  $F_{j\alpha}$ , а также октет скалярных глюонов  $F_j^{(4)}$  и  $SU_C(3)$  – бесцветные поля  $\chi^{(1)}$  и  $\chi^{(4)}$ .

### 3. Взаимодействия

Взаимодействие скалярных лептокварков с фермионами можно записать в виде

$$L_{S_1^{(+)} u_i l_j} = \bar{u}_{i\alpha} [(h_+^L)_{ij} P_L + (h_+^R)_{ij} P_R] l_j S_{1\alpha}^{(+)} + \text{h. c.}, \\ L_{S_1^{(-)} \nu_i d_j} = \bar{\nu}_{i\alpha} [(h_-^L)_{ij} P_L + (h_-^R)_{ij} P_R] d_j S_{1\alpha}^{(-)} + \text{h. c.}, \\ L_{S_k u_i \nu_j} = \bar{u}_{i\alpha} [(h_{1k}^L)_{ij} P_L + (h_{1k}^R)_{ij} P_R] \nu_j S_{k\alpha} + \text{h. c.}, \\ L_{S_k d_i j} = \bar{d}_{i\alpha} [(h_{2k}^L)_{ij} P_L + (h_{2k}^R)_{ij} P_R] l_j S_{k\alpha} + \text{h. c.}, \quad (6)$$

где  $P_{L,R} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}$  – левый и правый проекционный операторы,  $(h_{\pm}^{L,R})_{ij}$  и  $(h_{ak}^{L,R})_{ij}$  – феноменологические константы взаимодействия,  $i, j$  – индексы поколений. В результате хиггсовского механизма генерации масс кварков и лептонов общий вид юкавского взаимодействия в МКЛС-модели дает для констант взаимодействия в (6) выражения [12, 13]

$$(h_+^L)_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\eta \sin \beta} [m_{u_i} (K_1^L C_1)_{ij} - (K_1^R)_{ik} m_{\nu_i} (C_1)_{kj}], \\ (h_+^R)_{ij} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\eta \sin \beta} [(C_Q)_{ik} m_{d_k} (K_2^R)_{kj} - m_{l_j} (C_Q K_2^L)_{ij}], \\ (h_-^L)_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\eta \sin \beta} [(K_1^{+R})_{ik} m_{u_k} (C_Q)_{kj} - m_{\nu_j} (K_1^{+L} C_Q)_{ij}], \\ (h_-^R)_{ij} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\eta \sin \beta} [(C_l K_2^{+L})_{ij} m_{d_j} - (C_l)_{ik} m_{l_k} (K_2^{+R})_{kj}], \\ (h_{1k}^{L,R})_{ij} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\eta \sin \beta} [m_{u_i} (K_1^{L,R})_{ij} - (K_1^{R,L})_{ij} m_{\nu_j}] C_k^{(\pm)}, \\ (h_{2k}^{L,R})_{ij} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\eta \sin \beta} [m_{d_i} (K_2^{L,R})_{ij} - (K_2^{R,L})_{ij} m_{l_j}] C_k^{(\mp)}, \quad [7]$$

где  $m_{u_i}, m_{d_i}, m_{l_i}, m_{\nu_i}$  – массы кварков, заряженных лептонов и нейтрино,  $\beta$  – угол  $\Phi_{15,a}^{(3)} - \Phi_a^{(2)}$  смешивания,  $C_Q = (A_{Q_1}^L)^+ A_{Q_2}^L$  – матрица Кабиббо–Кобаяши–Москава,  $C_l = (A_{l_1}^L)^+ A_{l_2}^L$  – аналогичная матрица в лептонном секторе,  $K_a^{L,R} = (A_{Q_a}^{L,R})^+ A_a^{L,R}$  – матрицы дополнительно-



го фермионного смешивания, специфичные для четырехцветовой симметрии кварков и лептонов.

Легко увидеть, что константы (7) содержат слагаемые, пропорциональные массе  $t$ -кварка, которые дают основной вклад в численное значение, так что константами с наибольшими значениями являются

$$\begin{aligned} (h_{\pm}^L)_{3j} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{m_t}{\eta \sin \beta} (K_1^L C_l)_{3j}, \\ (h_{\pm}^L)_{i3} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{m_t}{\eta \sin \beta} (K_1^{+R})_{i3} (C_Q)_{33}, \\ (h_{1k}^{L,R})_{3j} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{m_t}{\eta \sin \beta} (K_1^{L,R})_{3j} C_k^{(\pm)}. \end{aligned} \quad (8)$$

В результате из всех возможных взаимодействий доминирующими являются взаимодействия кварков третьего поколения с заряженными лептонами  $l_j = e, \mu, \tau$  или нейтрино.

#### 4. Аномальный магнитный момент мюона

Аномальный магнитный момент мюона (АМММ) вычисляется как магнитный форм-фактор  $g(0)$ , взятый при  $p = 0$ , где  $p$  – 4-импульс фотона. Вклады скалярных лептокварков в АМММ определяются двумя диаграммами, изображенными на рис. 1. Вклады в АМММ могут давать скалярные лептокварки  $S_k$  с электрическим зарядом  $2/3$  и скалярный лептокварк  $S_1^{(+)}$  с электрическим зарядом  $5/3$ .

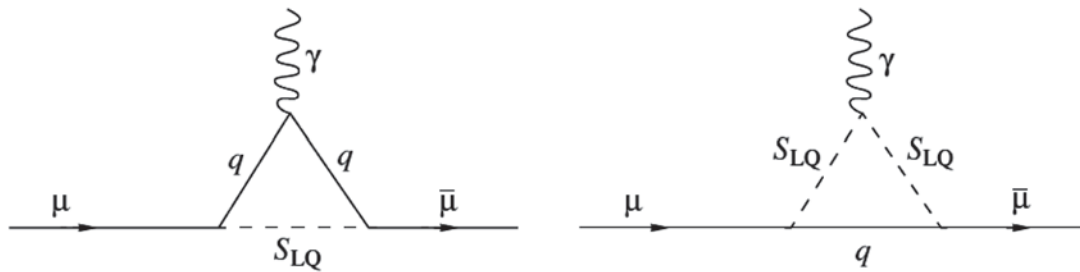


Рис. 1. Диаграммы, описывающие вклад скалярных лептокварков в АМММ, здесь введены следующие обозначения:  $q = u_i(d_i)$  – верхний (нижний) кварк  $i$ -го поколения,  $S_{LQ} = S_1^{(+)} (S_k)$  – соответствующий им скалярный лептокварк

Fig. 1. Diagrams describing the contributions of scalar leptoquarks to AMMM, here we introduce the following notations:  $q = u_i(d_i)$  – the up (down) quark of the  $i$ -th generation,  $S_{LQ} = S_1^{(+)} (S_k)$  – the corresponding scalar

Наибольший вклад от скалярных лептокварков в АМММ будет, когда в петле вместе с лептокварком находится кварк 3-го поколения, для  $S_1^{(+)}$  это  $t$ -кварк, а для  $S_k$  –  $b$ -кварк.

Подробные вычисления были проведены в [5].

Суммарному однопетлевому вкладу диаграмм (см. рис. 1) в общем случае соответствует

$$\begin{aligned} \delta a_\mu &= -\frac{N_c m_\mu^2}{16\pi^2 m_{LQ}^2} \left[ (Q_i F_5(x) - Q_S F_2(x)) (|(h^L)_{i2}|^2 + |(h^R)_{i2}|^2) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{m_i}{m_\mu} (Q_i F_6(x) - Q_S F_3(x)) \left( \frac{(h^L)_{2i}^+ (h^R)_{i2} + (h^R)_{2i}^+ (h^L)_{i2}}{2} \right) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где  $N_c=3$  – цветовой фактор,  $Q_i$  – заряд кварка  $q_i$  в петле ( $2/3$  для  $t$ -кварка и  $-1/3$  для  $b$ -кварка),  $Q_S$  – электронный заряд лептокварка в петле ( $5/3$

для  $S_1^{(+)}$  и  $-2/3$  для  $S_k$ ),  $m_\mu, m_i$  – массы мюона и  $q_i$ -кварка,  $m_{LQ}$  – масса скалярного лептокварка,  $h^{L,R}$  – константы взаимодействия в форме (7),

$$F_2(x) = \frac{1}{6(1-x)^4} (1 - 6x + 3x^2 + 2x^3 - 6x^2 \ln x),$$

$$F_3(x) = \frac{1}{(1-x)^3} (1 - x^2 + 2x \ln x),$$



$$F_5(x) = \frac{1}{6(1-x)^4} (2 + 3x - 6x^2 + x^3 - 6x \ln x),$$

$$F_6(x) = \frac{1}{(1-x)^3} (-3 + 4x - x^2 - 2 \ln x)$$

и  $x = m_q^2/m_{LQ}^2$ .

Рассмотрим лидирующие вклады в АМММ от скалярного лептокварка  $S_1^{(+)}$ . В этом случае выражение (9) при учете констант (8) будет иметь вид

$$\delta a_\mu = \frac{3N_c m_\mu^2}{32\pi m_{S_1^{(+)}}^2} \frac{m_t^2 m_b}{\eta^2 m_\mu} (Q_t F_6(x) - Q_S F_3(x)) k. \quad (10)$$

где  $k = \frac{(K_1^L C_l)_{32}^* (K_2^R)_{32} + (K_2^R)_{32}^* (K_1^L C_l)_{32}}{2 \sin^2 \beta}$  –

параметр смешивания модели и  $x = m_t^2/m_{S_1^{(+)}}^2$ .

Подставляя численные значения в выражение (10), получаем:

$$\delta a_\mu = 1910 \cdot 10^{-10} x (Q_t F_6(x) - Q_S F_3(x)) k.$$

Для сравнения по экспериментальным данным [14] имеем

$$19.2 \cdot 10^{-10} < \delta a_\mu < 34.4 \cdot 10^{-10}. \quad (11)$$

Параметр смешивания модели  $k$  содержит неизвестные матричные элементы  $(K_1^L)_{ij}$  допол-

нительного фермионного смешивания для верхних фермионов, на которые, сейчас, нет ограничений и  $0 < (K_1^{L,R})_{ij} < 1$ . На угол смешивания  $\beta$  есть единственное ограничение из применимости теории возмущений к константам взаимодействия с  $t$ -кварком  $\frac{h^2}{4\pi} \sim \frac{3m_t^2}{8\pi\eta^2 \sin^2 \beta} < 1$ , откуда следует, что  $\sin \beta > 0.25$ . В работе [3] минимальные значения масс векторных лептокварков были получены при фитировании углов матриц дополнительного фермионного смешивания, откуда, в частности,  $(K_2^R)_{32} = 0.92$  (однако можно выбрать параметры смешивания так, чтобы  $(K_2^R)_{32} = 0$  и при этом масса векторного лептокварка несильно отличалась от минимального значения).

Ограничения на массу скалярного лептокварка  $S_1^{(+)}$  из АМММ при различных значениях параметра  $k$  показаны на рис. 2. Видно, что ограничения на массу  $S_1^{(+)}$  могут быть меньше 1 ТэВ (а в случае  $(K_2^R)_{32} = 0$  их нет).

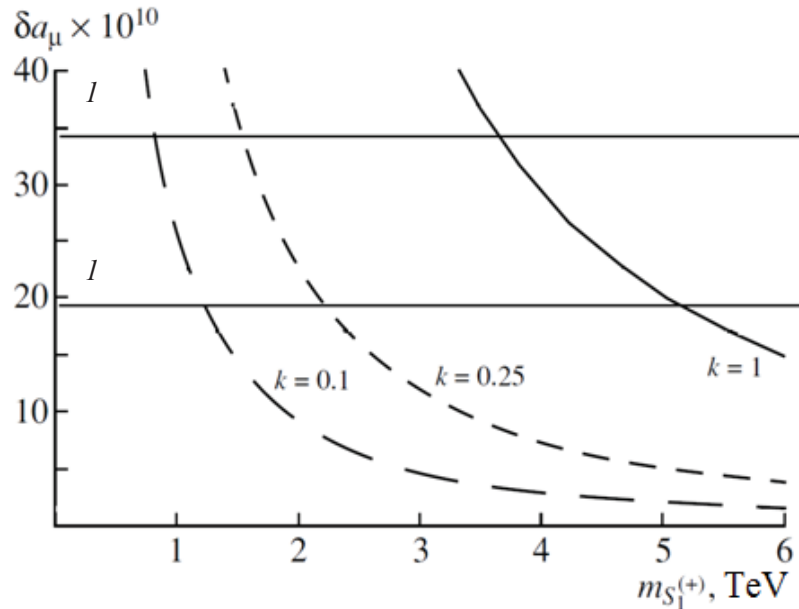


Рис. 2. Зависимость  $\delta a_\mu$  от  $m_{S_1^{(+)}}$  для различных значений параметра  $k = 1, 0.25, 0.1$ . Горизонтальными линиями  $I$  обозначены экспериментальные пределы (11)

Fig. 2. Dependence  $\delta a_\mu$  on  $m_{S_1^{(+)}}$  for different values of  $k = 1, 0.25, 0.1$ . Horizontal lines  $I$  indicate experimental limits (11)





Предположим для простоты вырождение масс у скалярных лептокварков  $S_k$  (что в общем случае не обязательно), тогда мы можем из-

бавиться от неизвестных элементов матрицы лептокваркового смешивания  $C_k^{(\pm)}$ . По условию унитарности

$$\sum_k^4 C_k^{(\pm)+} C_k^{(\mp)} = 0, \quad \sum_k^3 C_k^{(\pm)+} C_k^{(\mp)} = -C_0^{(\pm)+} C_0^{(\mp)} = -\xi^2 \sin^2 \beta \quad (12)$$

и, следовательно,

$$\delta a_\mu = -\frac{3N_c}{32\pi^2} \frac{m_\mu^2 m_b}{\eta^2 m_\mu} \xi^2 x_k (Q_b F_6(x_k) - Q_s F_3(x_k)) k_b,$$

$$k_b = \frac{(K_2^L)^*_{32} (K_2^R)_{32} + (K_2^R)^*_{32} (K_2^L)_{32}}{2}.$$

Тогда

$$\delta a_\mu = -1910 \times 10^{-10} \xi^2 x_k (Q_b F_6(x_k) - Q_s F_3(x_k)) k_b,$$

где оцениваем входящие в выражение параметры как  $x_k = m_b^2/m_{S_k}^2 < 10^{-5}$ , что справедливо при  $m_{S_k} > 0.85$  ТэВ, и  $\xi^2 < 10^{-6}$ , что справедливо при  $m_V > 100$  ТэВ, выражение в скобках меньше 10 (для масс скалярных лептокварков до 1 ТэВ), а  $|k_b| < 1$  (например, 0.84 или 0 для двух рассматриваемых выше случаев). Как видно, вклад ТэВных вырожденных по массе скалярных лептокварков  $S_k$  дает очень малое значение ( $\delta a_\mu \sim 10^{-18}$ ), откуда следует, что ограничения на массы вырожденных скалярных лептокварков  $S_k$  из АМММ много меньше ограничений из прямых поисков 850 ГэВ [14].

В случае отсутствия вырождения по массе у скалярных лептокварков  $S_k$  можно оценить вклад легчайшего состояния. Этот вклад составит  $\sim 10^{-7} x_k k_{bk}$ , где параметр смешивания  $k_{bk} \leq 25$ , но в него входят кроме матричных элементов дополнительного фермионного смешивания  $K_2^{L,R}$  еще и матричные элементы лептокваркового смешивания  $C_k^{(\pm)}$ , при этом

$x_k < 10^{-5}$ . При любых значениях  $k_{bk}$  ограничение на массу скалярного лептокварка становится меньше экспериментального предела, следующего из прямых поисков (существующий экспериментальный предел на массу скалярного лептокварка третьего поколения с  $Q = 2/3$  порядка 850 ГэВ [14]).

### 5. Магнитный момент нейтрино

Магнитный момент нейтрино (ММН) определим как магнитный формфактор  $g(q^2)$ , взятый при  $q^2 = 0$ . Вкладу скалярных лептокварков в ММН соответствуют две диаграммы, аналогичные вкладу в аномальный магнитный момент мюона (см. рис. 1), где надо заменить мюон на нейтрино. При этом в петле могут быть  $S_k$  и  $t$ -кварк или  $S_1^{(-)}$  и  $b$ -кварк.

Общий вид магнитного момента нейтрино  $\nu_i$  в однопетлевом приближении, полученный в работе [6], обусловленный вкладом скалярного лептокварка и  $q_j$ -кварка в петле, можно представить как

$$\mu_i = -\frac{N_c m_e}{16\pi^2 m_{LQ}^2} \mu_B \left[ m_{\nu_i} (Q_j F_5(x) - Q_s F_2(x)) (|(h^L)_{ji}|^2 + |(h^R)_{ji}|^2) + m_j (Q_j F_6(x) - Q_s F_3(x)) \left( \frac{(h^L)_{ij}^+ (h^R)_{ij} + (h^R)_{ij}^+ (h^L)_{ij}}{2} \right) \right], \quad (13)$$

где  $Q_j$  – заряд кварка,  $Q_s$  – заряд скалярного лептокварка,  $m_{\nu_i}$  – масса нейтрино,  $m_{LQ}$  – масса скалярного лептокварка,  $m_j$  – масса  $q_j$ -кварка,  $\mu_B$  – магнетон Бора,  $h^{L,R}$  – константы взаимодействия в форме (7) и  $x = m_j^2/m_{LQ}^2$ .

Первое слагаемое в (13) пропорционально массе нейтрино и является достаточно малым, оно соответствует вкладам киральных леп-

токварков, тогда как второе слагаемое в (13) пропорционально массе  $q_j$ -кварка в петле, оно значительно больше первого и соответствует вкладу некиральных лептокварков.

Вклад от скалярных лептокварков  $S_k$  с зарядом  $2/3$  в магнитный момент нейтрино преобладает над вкладом скалярного лептокварка  $S_1^{(-)}$  с зарядом  $-1/3$ , так как он содержит  $t$ -кварк в петле и обе



константы пропорциональны массе  $t$ -кварка (8), в то время как лептокварк  $S_1^{(-)}$  содержит  $b$ -кварк в петле и одна из его констант пропорциональна массе  $t$ -кварка, а другая –  $b$ -кварка (7). Поэтому вклад скалярного лептокварка  $S_1^{(-)}$  в магнитный момент нейтрино в  $(m_t/m_b)^2$  раз меньше, чем у  $S_k$ .

Окончательный вид магнитного момента нейтрино, где учтен вид констант (7), (8) для скалярных лептокварков  $S_k$  (пренебрегая первым слагаемым с массой нейтрино в (13)) после подстановки численных значений известных параметров и масс можно записать как

$$\mu_i = -4 \cdot 10^{-8} \mu_B \sum_{k=1}^3 x_k (Q_j F_6(x_k) - Q_S F_3(x_k)) k_{ik}, \quad (14)$$

$$k_{ik} = \frac{(K_1^R)^+_{i3} (K_1^L)_{3i} c_k^{(+)+} c_k^{(-)} + (K_1^L)^+_{i3} (K_1^R)_{3i} c_k^{(-)+} c_k^{(+)}}{2},$$

где  $x_k = m_t^2/m_{S_k}^2$ .

Для упрощения вычислений рассмотрим вырождение масс у скалярных лептокварков  $S_k$ . Для этого воспользуемся выражением (12) и тем, что  $x = m_t^2/m_{S_k}^2 < 0.04$ , что справедливо при  $m_{S_k} > 0.85$  ТэВ для скалярного лептокварка третьего поколения с  $Q = 2/3$  [14] и  $\xi^2 = 10^{-6}$ . Тогда запишем:

$$\mu_i = 7,6 \cdot 10^{-14} \mu_B x (Q_j F_6(x) - Q_S F_3(x)) k_i,$$

$$k_i = \frac{(K_1^R)^+_{i3} (K_1^L)_{3i} + (K_1^L)^+_{i3} (K_1^R)_{3i}}{2}.$$

Сравнивая с астрофизическим ограничением на магнитный момент нейтрино

$$\mu_\nu < 3 \cdot 10^{-12} \mu_B, \quad (15)$$

получаем нижнюю границу для массы лептоквар-

ков меньше существующих экспериментальных ограничений для скалярного лептокварка третьего поколения с  $Q = 2/3$   $m_{S_k} > 0.85$  ТэВ [14].

В случае отсутствия вырождения масс у скалярных лептокварков  $S_k$ , исходя из (14), где надо опустить суммирование по  $k$ , и (15), получим пределы для масс легчайшего скалярного лептокварка. На рис. 3 показан вклад легчайшего по массе скалярного лептокварка  $S_k$  в магнитный момент нейтрино при различных значениях параметра  $k_{ik}$ . Видно, что масса легчайшего скалярного лептокварка  $S_k$  может быть значительно меньше 100 ТэВ.

Поскольку вклад скалярного лептокварка  $S_1^{(-)}$  с электрическим зарядом  $1/3$  в магнитный момент нейтрино в  $(m_t/m_b)^2$  раз меньше, чем у лептокварков  $S_k$  с электрическим зарядом  $2/3$ , то и ограничения на его массу значительно слабее.

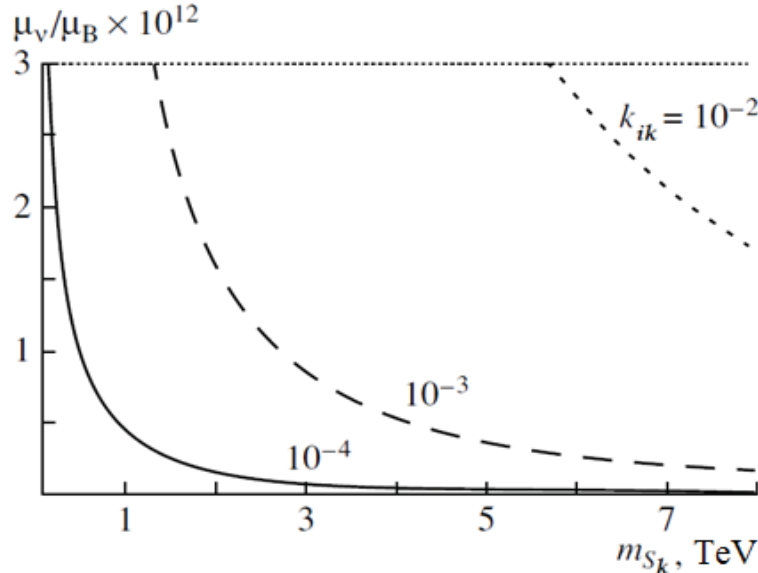


Рис. 3. Зависимость  $\mu_\nu/\mu_B$  от массы скалярного лептокварка  $S_k$  при различных значениях  $k_{ik}$ . Горизонтальной линией показан астрофизический предел  $\mu_\nu < 3 \cdot 10^{-12} \mu_B$

Fig. 3. Dependence of  $\mu_\nu/\mu_B$  on the mass of scalar leptoquark  $S_k$  at different values of  $k_{ik}$ . The horizontal line shows the astrophysical limit  $\mu_\nu < 3 \cdot 10^{-12} \mu_B$



Подставляя численный фактор  $(m_t/m_b)^2 \sim 5.8 \cdot 10^{-4}$  в (14) и учитывая, что  $x = m_b^2/m_{S_1^{(-)}}^2 < 5 \cdot 10^{-5}$  (существующий экспериментальный предел на массу скалярного лептокварка третьего поколения с  $Q=1/3$  дает  $m_{S_1^{(-)}} > 625$  ГэВ [14]), получим  $\mu_{\nu}^{S_1^{(-)}} < 10^{-16} \mu_B k^{(-)}$ . Откуда следует, что при любом возможном значении параметра  $k^{(-)}$  вклад скалярного лептокварка  $S_1^{(-)}$  в магнитный момент нейтрино меньше ограничения (15). Следовательно, оценка на массу скалярного лептокварка  $S_1^{(-)}$  из ММН слабее существующих экспериментальных ограничений из прямых поисков.

### Заключение

Рассмотрены ограничения на массы скалярных лептокварков, которые можно получить из аномального магнитного момента мюона и магнитного момента нейтрино. Показано, что скалярные лептокварки в МКЛС-модели с учетом известных значений матриц дополнительного смешивания  $K_2^{L,R}$  могут иметь массы много меньше, чем у векторных лептокварков. Так, ограничения на массу для скалярных лептокварков с  $Q = 1/3$  слабее, чем из прямых поисков  $m_{S_1^{(-)}} > 625$  ГэВ, для скалярных лептокварков с  $Q = 2/3$  и  $Q = 5/3$  ограничения составляют порядка нескольких ТэВ. Поэтому проявления четырехцветовой симметрии возможны на масштабе ТэВных энергий и их поиски остаются актуальной задачей.

### Список литературы

1. *Pati J. C., Salam A.* Lepton Number as the Fourth Color // *Phys. Rev. D.* 1974. Vol. 10. P. 275–289. DOI: 10.1103/PhysRevD.10.275
2. *Smirnov A. D.* Vector leptoquark mass limits and branching ratios of  $K_L^0, B^0, B_s^0 \rightarrow l_i^+ l_j^-$  decays with account of fermion mixing in leptoquark currents // *Mod. Phys. Lett. A.* 2018. Vol. 33, № 3. 1850019 (12 pages).
3. *Поваров А. В.* Ограничения на массы векторных лептокварков из распадов  $K_L^0 \rightarrow l_i^+ l_j^-$  и  $B^0, B_s^0 \rightarrow l_i^+ l_j^-$  // Письма в ЭЧАЯ. 2019. Т. 16, № 1. С. 7–13.
4. *Smirnov A. D.* Bounds on scalar leptoquark and scalar gluon masses from  $S, T, U$  in the minimal four color symmetry model // *Phys. Lett. B.* 2002. Vol. 531, № 3–4. P. 237–244.
5. *Поваров А. В.* Оценка массы скалярных лептокварков из аномального магнитного момента мюона в модели с четырехцветовой симметрией // *ЯФ.* 2006. Т. 69, вып. 5. С. 903–910.
6. *Поваров А. В.* Вклады скалярных лептокварков в магнитный момент нейтрино // *ЯФ.* 2007. Т. 70, вып. 5. С. 905–911.
7. *Smirnov A. D.* The Minimal Quark-Lepton Symmetry Model and the Limit on  $Z$ -Prime Mass // *Phys. Lett. B.* 1995. Vol. 346. P. 297–302.
8. *Смирнов А. Д.* Минимальная четырехцветовая кварк-лептон-симметричная модель и ее ограничения на массу  $Z'$ -бозона // *ЯФ.* 1995. Т. 58. С. 2252–2258.
9. *Kuznetsov A. V., Mikheev N. V.* Vector Leptoquarks Could Be Rather Light? // *Phys. Lett. B.* 1994. Vol. 329. P. 295–299.
10. *Kuznetsov A. V., Mikheev N. V.* New type of mixing in the minimal quark-lepton symmetry and a lower bound on the vector leptoquark mass // *Phys. Atom. Nucl.* 1995. Vol. 58. P. 2113–2119.
11. *Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Serghienko A. V.* The Third Type of Fermion Mixing in the Lepton and Quark Interactions with Leptoquarks // *International Journal of Modern Physics A.* 2012. Vol. 27. 1250062-1–1250062-19.
12. *Поваров А. В., Попов П. Ю., Смирнов А. Д.* Доминирующие распады скалярных лептокварков и скалярных глюонов в минимальной модели с четырехцветовой симметрией // *ЯФ.* 2007. Т. 70, вып. 4. С. 771–779.
13. *Popov P. Y., Povarov A. V., Smirnov A. D.* Fermionic decays of scalar leptoquarks and scalar gluons in the minimal four color symmetry model // *Mod. Phys. Lett. A.* 2005. Vol. 20, № 39. P. 3003–3012. DOI: 10.1142/S0217732305019109
14. *Tanabashi M. et al.* (Particle Data Group) // *Phys. Rev. D.* 2018. Vol. 98. 030001 (1898 pages). DOI:10.1103/PhysRevD.98.030001

### Образец для цитирования:

*Поваров А. В.* Минимальная кварк-лептон симметричная модель и ее проявления при низких энергиях // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика.* 2019. Т. 19, вып. 3. С. 201–209. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-3-201-209>

### Minimal Quark-Lepton Symmetry Model and Its Manifestations at Low Energies

**A. V. Povarov**

Aleksander V. Povarov, <https://orcid.org/0000-0001-5838-0227>, Federal Educational institution of higher professional education

“Yaroslavl Higher Military Institute of the Air Defense” of the Ministry of Defense of the Russian Federation, 28 Moscow avenue, Yaroslavl 150001, Russian, [povarov272@mail.ru](mailto:povarov272@mail.ru)

**Background and Objectives:** The four color symmetry of quarks and leptons predicts scalar leptoquarks along with vector leptoquarks.





If the scale of the violation of four-color symmetry is associated with the masses of vector leptoquarks and, as recently shown, can be about 100 TeV, the mass of scalar leptoquarks can be much smaller. Numerical values of additional fermionic mixing matrices were obtained in the study of restrictions on the mass of vector leptoquarks from leptonic decays  $K_L^0$  and  $B^0, B_S^0$  bosons. The aim of the work is to study how these data on the matrices of additional fermionic mixing can affect the restrictions of the masses of scalar leptoquarks. **Materials and Methods:** For this purpose, the contributions of scalar leptoquarks to the anomalous magnetic moment of the muon and the magnetic moment of the neutrino are considered. **Results:** As a result, it is shown that the restrictions on the masses of scalar leptoquarks with an electric charge  $1/3$  are less than the restrictions from direct searches, for scalar leptoquarks with an electric charge  $5/3$  do not exceed 1 TeV, and for scalar leptoquarks with an electric charge  $2/3$  are about several TeV. **Keywords:** high energy physics, Standard Model, four color symmetry, leptoquarks, quarks, leptons.

## References

1. Pati J. C., Salam A. Lepton Number as the Fourth Color. *Phys. Rev. D.*, 1974, vol. 10, pp. 275–289. DOI: 10.1103/PhysRevD.10.275
2. Smirnov A. D. Vector leptoquark mass limits and branching ratios of  $K_L^0, B^0, B_S^0 \rightarrow l_i^+ l_j^-$  decays with account of fermion mixing in leptoquark currents. *Mod. Phys. Lett. A*, 2018, vol. 33, no. 3, 1850019 (12 pages).
3. Povarov A. V. The Constraints on the Masses of the Vector Leptoquarks from the Decays  $K_L^0 \rightarrow l_i^+ l_j^-$  and  $B^0, B_S^0 \rightarrow l_i^+ l_j^-$ . *Physics of Particles and Nuclei Letters*, 2019, vol. 16, no. 1, pp. 1–5 (in Russian).
4. Smirnov A. D. Bounds on scalar leptoquark and scalar gluon masses from  $S, T, U$  in the minimal four color symmetry model. *Phys. Lett. B*, 2002, vol. 531, no. 3–4, pp. 237–244.
5. Povarov A.V. Estimating scalar-leptoquark masses from the muon anomalous magnetic moment within the four-color symmetry model. *Phys. Atom. Nucl.*, 2006, vol. 69, pp. 876–883 (in Russian).
6. Povarov A. V. Scalar-leptoquark contributions to the neutrino magnetic moment. *Phys. Atom. Nucl.*, 2007, vol. 70, pp. 871–878 (in Russian).
7. Smirnov A. D. The Minimal Quark-Lepton Symmetry Model and the Limit on Z-Prime Mass. *Phys. Lett. B*, 1995, vol. 346, pp. 297–302.
8. Smirnov A. D. Minimal four color model with quark-lepton symmetry and constraints on the Z-prime boson mass. *Phys. Atom. Nucl.*, 1995, vol. 58, pp. 2137–2143 (in Russian).
9. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. Vector Leptoquarks Could Be Rather Light? *Phys. Lett. B*, 1994, vol. 329, pp. 295–299.
10. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. New type of mixing in the minimal quark-lepton symmetry and a lower bound on the vector leptoquark mass. *Phys. Atom. Nucl.*, 1995, vol. 58, pp. 2113–2119 (in Russian).
11. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Serghienko A. V. The Third Type of Fermion Mixing in the Lepton and Quark Interactions with Leptoquarks. *International Journal of Modern Physics A*, 2012, vol. 27, pp. 1250062-1–1250062-19.
12. Povarov A. V., Popov P. Yu., Smirnov A. D. Dominant decays of scalar leptoquarks and scalar gluons in the minimal four-color symmetry model. *Phys. Atom. Nucl.*, 2007, vol. 70, no. 4, pp. 739–747 (in Russian).
13. Popov P. Y., Povarov A. V., Smirnov A. D. Fermionic decays of scalar leptoquarks and scalar gluons in the minimal four color symmetry model. *Mod. Phys. Lett. A*, 2005, vol. 20, no. 39, pp. 3003–3012. DOI: 10.1142/S0217732305019109
14. Tanabashi M. et al. (Particle Data Group). *Phys. Rev. D*, 2018, vol. 98, 030001 (1898 pages). DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001

## Cite this article as:

Povarov A. V. Minimal Quark-Lepton Symmetry Model and Its Manifestations at Low Energies. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2019, vol. 19, iss. 3, pp. 201–209 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2019-19-3-201-209>