

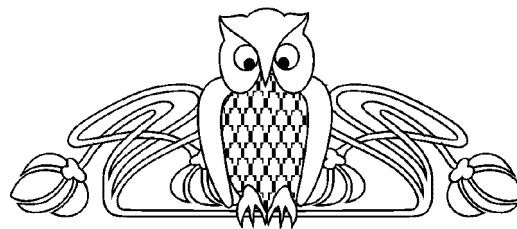


УДК 537.86/87:530.182

## УПРАВЛЕНИЕ КОГЕРЕНТНЫМ РЕЗОНАНСОМ С ПОМОЩЬЮ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ. НАТУРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В. В. Семенов<sup>1</sup>, Т. Е. Вадивасова<sup>1</sup>, Э. Шёлль<sup>2</sup>, А. С. Захарова<sup>2</sup><sup>1</sup>Саратовский государственный университет<sup>2</sup>Берлинский Технический Университет (Германия)

E-mail: vadivasovate@yandex.ru



В работе экспериментально показана возможность управления поведением динамических систем, находящихся в режиме когерентного резонанса с помощью запаздывающей обратной связи. Данный вопрос рассматривается на примере осциллятора ФитцХью – Нагумо, служащего классической моделью возбудимой системы, а также на примере генератора Ван дер Поля с жестким возбуждением, который также демонстрирует режим когерентного резонанса. В обоих случаях при вариации времени запаздывания запаздывающая обратная связь может как усиливать, так и подавлять эффект когерентного резонанса.

**Ключевые слова:** стохастический осциллятор, шум, генератор с жестким возбуждением, когерентный резонанс, запаздывающая обратная связь, стохастическая бифуркация.

### Time-delayed Feedback Control of Coherence Resonance. Experimental Study

V. V. Semenov, T. E. Vadivasova,  
E. Schöll, A. S. Zakharova

In the paper a possibility to control the behavior of dynamic systems under conditions of coherent resonance using delayed feedback is proved experimentally. This problem is studied on the classical example of excitable system, which is the FitzHugh – Nagumo oscillator, as well as on the example of the Van der Pol oscillator with hard excitation, which also demonstrates the regime of coherent resonance. In both cases, when changing the delay time the feedback loop can both enhance and suppress the effect of coherent resonance.

**Key words:** stochastic oscillator, noise, self-sustained oscillator with the hard excitation, coherent resonance, time-delayed feedback, stochastic bifurcation.

DOI: 10.18500/1817-3020-2015-15-3-43-51

### Введение

Явление когерентного резонанса (КР) первоначально было обнаружено в возбудимых системах [1–4]. Данное явление заключается в существовании оптимального уровня шума, при котором индуцированные шумом колебания становятся наиболее близкими к регулярным. Различают возбудимые системы I и II типа. Для систем I типа возбудимый режим связан с существованием нелокальной седло-узловой бифуркации точек равновесия, в результате

которой из сепаратрисного контура рождается предельный цикл (это так называемая SNIPER-бифуркация от слов *saddlenode-infinite-period bifurcation*). Рождению предельного цикла предшествует возбудимый режим, связанный с существованием сепаратрисного контура, обеспечивающего возврат траектории в устойчивую точку равновесия. В случае возбудимости II типа сепаратрисный контур отсутствует, а возврат в устойчивую точку равновесия из состояния возбуждения обеспечивается существованием в фазовом пространстве некоторой петли, образованной линиями быстрых и медленных движений. Классическим примером возбудимой системы II типа может служить осциллятор ФицХью – Нагумо [5, 6].

В последние годы когерентный резонанс был установлен также в автогенераторах с бифуркацией Андронова – Хопфа [7–10]. При этом «настоящий» эффект КР, состоящий в абсолютном уменьшении ширины спектральной линии и увеличении времени корреляции, наблюдается в автогенераторах с субкритической бифуркацией Андронова – Хопфа, в то время как в окрестности суперкритической бифуркации возможно получить только относительное уменьшение ширины спектра [7]. Когерентный резонанс в генераторах с субкритической бифуркацией Андронова – Хопфа (в генераторах с жестким возбуждением) исследовался численно и с применением приближенных аналитических методов [7, 8, 10], а также экспериментально на аналоговой модели генератора [9, 10]. КР наблюдается не только в области бистабильности, где система имеет два аттрактора: предельный цикл и устойчивую точку равновесия, но и в подпороговом режиме, у границы касательной бифуркации рождения устойчивого и неустойчивого циклов, где колебания в детерминированной системе не возникают. Генератор с жестким возбуждением иногда рассматривают как особый случай возбудимой



системы (см., например, [11]). Однако, на наш взгляд, такой подход не оправдан. Действительно, для возбудимых систем как I, так и II типа выброшенная за порог возбуждения траектория движется по заданной петле и время релаксации к точке равновесия слабо зависит от шума. В генераторе в подпороговом режиме подобная петля отсутствует. При этом время возврата стохастической траектории в окрестность состояния равновесия является полностью случайным и характеризуется широким разбросом возможных значений. Механизмы КР в возбудимых осцилляторах и в генераторе с жестким возбуждением также несколько различаются [8, 10].

Индукцированные шумом колебания в условиях КР обладают определенными чертами автоколебательного режима. Так, для них было установлено явление вынужденной и взаимной синхронизации [12–15], причем было показано, что синхронизация стохастических колебаний происходит по тому же сценарию, что и частотно-фазовая синхронизация в детерминированных автоколебательных системах.

В последнее время актуальной стала проблема управления динамическими системами, в том числе системами, содержащими источники шума и демонстрирующими различные стохастические эффекты. Одной из задач в этом направлении является задача управления эффектом КР с целью получения максимально регулярного поведения системы при оптимальном шумовом воздействии. Известно, что когерентный резонанс в возбудимых системах как I, так и II типа может контролироваться с помощью запаздывающей обратной связи (ЗОС) [16–19]. Аналогичное влияние ЗОС было установлено и для КР в модели Стюарта – Ландау с субкритической бифуркацией Андронова – Хопфа [11, 20]. В отмеченных исследованиях используются теоретические методы анализа и численное моделирование. При этом на сегодняшний день практически отсутствуют работы, в которых бы данная задача рассматривалась средствами натурального эксперимента. Исключение составляет экспериментальное исследование влияния ЗОС на степень регулярности индуцированных шумом колебаний в гальваническом элементе [21] и работа [22], где возможность управления характеристиками КР изучается с применением аналоговой модели генератора с жестким возбуждением. В то же время экспериментальные методы очень важны в задачах с шумом, поскольку теоретический анализ нелинейных стохастических систем в большинстве случаев является приближенным, а используемые при численном моделировании разностные схемы интегрирования стохастических уравнений обладают слабой сходимостью и при сильном шуме могут приводить к нереальным результатам.

В данной работе ставилась цель экспериментально изучить возможность управления характеристиками КР при наличии запаздывающей обратной связи как в возбудимых системах (на примере осциллятора ФитцХью – Нагумо), так и в невозбудимых системах (на примере генератора Ван дер Поля с субкритической бифуркацией Андронова – Хопфа), а также выявить общие черты и принципиальные различия в наблюдаемых эффектах для двух указанных типов систем.

### 1. Управление когерентным резонансом в осцилляторе ФитцХью – Нагумо

Осциллятор ФитцХью – Нагумо является упрощенной моделью нейрона [23, 24] и широко используется в нелинейной динамике и биофизике в качестве простейшего примера возбудимой системы. Помимо возбудимого режима, осциллятор ФитцХью – Нагумо в зависимости от значений параметров, может находиться в бистабильном режиме с двумя устойчивыми точками равновесия или демонстрировать автоколебания. Уравнения осциллятора могут быть записаны в виде

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = x - \frac{1}{3}x^3 - y, \quad \frac{dy}{dt} = x + a + \eta(t), \quad (1)$$

где  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$  – безразмерные вещественные динамические переменные,  $t$  – безразмерное время,  $a$ ,  $\varepsilon$  – параметры системы. Во второе уравнение добавлен аддитивный гауссов шум  $\eta(t)$ . В случае белого шума можно представить  $\eta(t) = \sqrt{2D}n(t)$ , где  $n(t)$  – нормированный источник гауссова белого шума ( $\langle n(t) \rangle \equiv 0$ ,  $\langle n(t)n(t+\tau) \rangle = \delta(\tau)$ , скобки  $\langle \dots \rangle$  означают статистическое усреднение,  $\delta(\dots)$  – функция Дирака),  $D$  – константа, задающая интенсивность белого шума. В случае цветного низкочастотного шума случайный процесс  $\eta(t)$  может быть задан как процесс Орнштейна – Уленбека:  $\tau_c \frac{d\eta}{dt} = -\eta + \sqrt{2D\tau_c}n(t)$ , где  $\tau_c$  – параметр, определяющий время корреляции цветного шума  $\eta(t)$ . Дисперсия процесса  $\eta(t)$  равна единице. Возбудимый режим наблюдается в области единственной устойчивой точки равновесия вблизи линии бифуркации Андронова – Хопфа при условии малости параметра  $\varepsilon$ . Именно в



этом случае осциллятор (1) при воздействии шума демонстрирует широко известный эффект когерентного резонанса [1, 2].

Управление когерентным резонансом в осцилляторе ФитцХью – Нагумо исследовалось численно в работах [18, 19] (соответственно при белом и цветном шуме). В качестве модели рассматривался осциллятор (1), дополненный запаздывающей обратной связью:

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = x - \frac{1}{3}x^3 - y,$$

$$\frac{dy}{dt} = x + a + \eta(t) + K[y(t - \tau) - y(t)], \quad (2)$$

где  $K$  – коэффициент ЗОС,  $\tau$  – время запаздывания. Однако представленные в статьях результаты численного моделирования не были воспроизведены в натурных экспериментах.

В настоящей работе было проведено экспериментальное исследование влияния дополнительной цепи ЗОС на эффект КР в возбудимом осцилляторе ФитцХью – Нагумо и экспериментально оценены возможности управления характеристиками стохастических колебаний в режиме КР с помощью вариации параметров ЗОС. Результаты экспериментов сопоставляются с данными, представленными в [18,19].

Для проведения экспериментов была создана экспериментальная установка, представляющая собой аналоговую модель осциллятора ФитцХью – Нагумо. Схема аналоговой модели представлена на рис. 1. Также было создано электронное устройство, реализующее запаздывающую обратную связь. Данная реализация ЗОС была спроектирована на базе микроконтроллера ATMEGA16. Схема представлена на рис. 2.

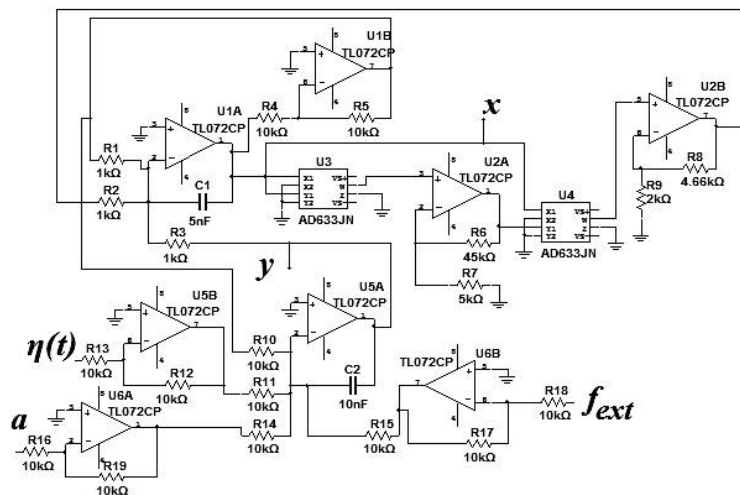


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (аналоговая модель осциллятора ФитцХью – Нагумо с дополнительной цепочкой ЗОС)

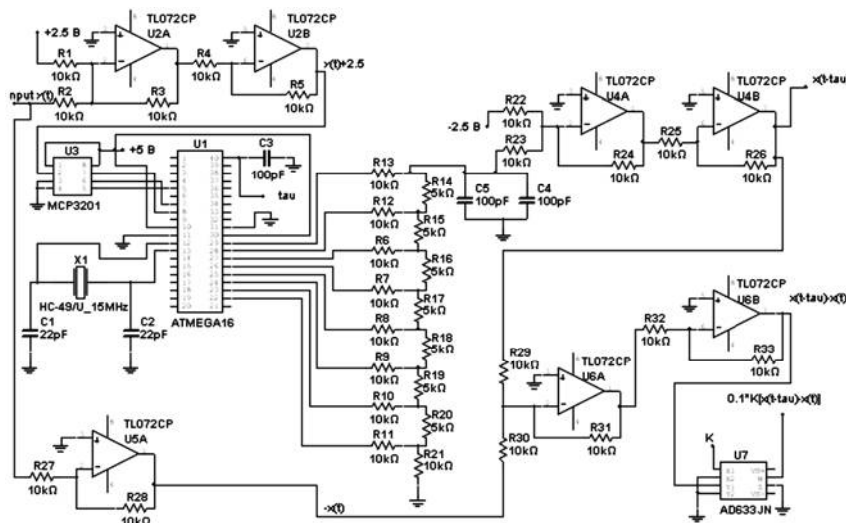


Рис. 2. Схема запаздывающей обратной связи



Работа экспериментальной установки при наличии запаздывающей обратной связи описывается уравнениями в физических переменных, аналогичными уравнениям (2):

$$\begin{aligned}
 R_0 C \varepsilon \dot{x} &= x - \frac{x^3}{3} - y, \\
 R_0 C \dot{y} &= x + a + \eta(t) + K[y(t - \tau) - y(t)], \\
 R_0 C \tau_c \dot{\eta} &= -\eta + \sqrt{2D\tau_c} n(t).
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Здесь  $x$  и  $y$  – напряжения, снимаемые с соответствующих выходов установки. Параметры схемы подбирались таким образом, чтобы обеспечить количественное совпадение безразмерных переменных в (2) и соответствующих величин в (3). Величины  $R_0 = 10$  кОм,  $C = 10$  нФ определяли масштаб времени в реальном эксперименте. Случайное слагаемое  $\eta(t)$ , входящее во второе уравнение системы (3), описывает цветной шум с временем корреляции  $\tau_c$  и единичной дисперсией. Оно формировалось с помощью преобразования сигнала  $\xi(t)$ , создаваемого генератором шума Г2-59. Напряжение на выходе генератора имеет распределение, близкое к гауссову, а его спектральная плотность практически постоянна в полосе частот 0–100 кГц. В этом частотном диапазоне можно считать, что  $\xi(t) = \sqrt{2D}n(t)$ , где  $D$  – безразмерная величина, характеризующая интенсивность шумового сигнала,  $n(t)$  – нормированный источник шумового напряжения со спектральной плотностью 1 В<sup>2</sup>с.

Величина  $D$  определяется спектральной плотностью шумового напряжения, подаваемого на схему, и её можно регулировать в эксперименте.

В ходе экспериментов со схемы снимался сигнал  $x(t)$ , который оцифровывался с помощью АЦП. Шаг по времени при получении данных составлял  $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}$ , шаг квантования сигнала –  $\Delta x = 2 \cdot 10^{-3}$  В. Данные поступали на компьютер и подвергались статистической обработке. Рассчитывались такие статистические характеристики колебаний, как время корреляции  $t_{cor}$  и нормированная девиация интерспайкового интервала  $R_T$ .

Корреляционная функция стохастических колебаний  $x(t)$  рассчитывалась по временному ряду данных в предположении эргодичности и стационарности. Соответственно усреднение по ансамблю реализаций заменялось усреднением по времени:

$$\psi_x(\theta) = \langle x(t)x(t + \theta) \rangle - \langle x(t) \rangle^2.
 \tag{4}$$

Время корреляции определялось в виде

$$t_{cor} = \frac{1}{\psi_x(0)} \int_0^\infty |\psi_x(\theta)| d\theta.
 \tag{5}$$

Термин «интерспайковый интервал» пришел из биофизики и означает время между последовательными состояниями возбуждения (спайками). Он рассчитывался как время  $T_i$  между последовательными ( $j$ -м и  $j+1$ -м) достижениями переменной  $x(t)$  некоторого заданного уровня  $x_m$  при одном и том же знаке производной  $\dot{x}(t)$ . При расчетах полагалось  $x_m = 2$ ,  $\dot{x}(t) > 0$ . Нормированная девиация интерспайкового интервала  $R_T$  определяется следующим образом:

$$R = \frac{\sqrt{\langle T_i^2 \rangle - \langle T_i \rangle^2}}{\langle T_i \rangle}.
 \tag{6}$$

В первую очередь рассмотрим влияние характеристик шума на эффект когерентного резонанса в системе (3) при отсутствии запаздывания. Для этого положим время запаздывания  $\tau = 0$ , интенсивность шума  $D = 0.0625$ , параметры  $\varepsilon = 0.01$ ,  $a = 1.05$  В и пронаблюдаем за эволюцией времени корреляции  $t_{cor}$  и девиации  $R_T$ . На рис. 3 приведена экспериментально полученная зависимость времени корреляции стохастических колебаний  $t_{cor}$  от времени корреляции шума  $\tau_c$ . При значении времени корреляции шума  $\tau_c = 0.05$  с ± 0.005 с наблюдается единственный максимум времени корреляции колебаний, т.е. имеет место эффект КР.

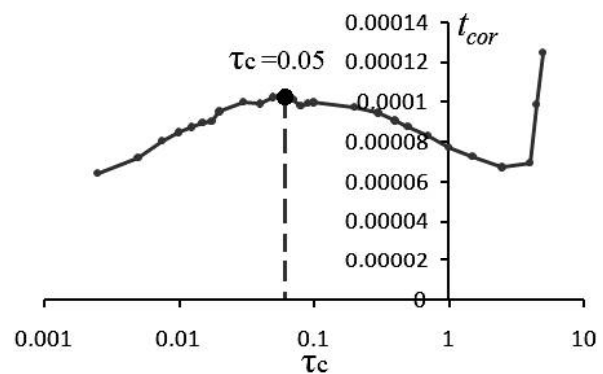


Рис. 3. Зависимость времени корреляции колебаний в системе (3) от времени корреляции шума при отсутствии сигнала ЗОС. Здесь и далее все переменные, имеющие размерность времени, приводятся в секундах

График зависимости нормированной девиации  $R_T$  от  $\tau_c$  приведен на рис. 4. При  $\tau_c = 0.05$  с ± 0.005 с величина  $R_T$  достигает минимума, что свидетельствует о наибольшей степени упорядоченности колебаний в этом случае.



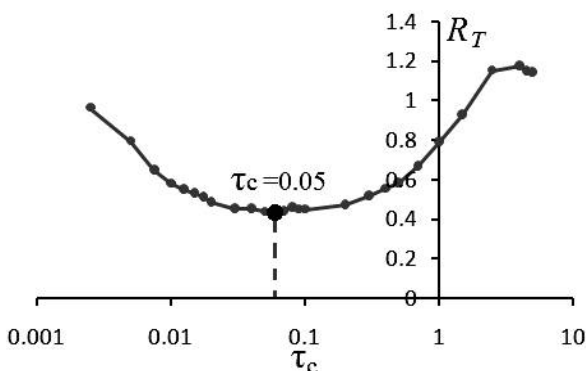


Рис. 4. Зависимость нормированной девиации интерспайковых интервалов в осцилляторе (3) от времени корреляции шума при отсутствии сигнала ЗОС

Полученные экспериментальные результаты свидетельствуют о существовании оптимального значения времени корреляции цветного шума  $\tau_c$  при постоянной дисперсии  $\langle \eta^2(t) \rangle = 1B^2$ . Для данного значения  $\tau_c$  стохастические колебания наиболее когерентны. Экспериментально полученные зависимости, представленные на рис. 2 и рис. 3, полностью согласуются с численными результатами, приведенными в [19].

Теперь исследуем возможности управления характеристиками колебаний с помощью сигнала ЗОС. Будем менять время запаздывания в режиме наиболее когерентных колебаний и наблюдаем за изменением времени корреляции  $t_{cor}$ . Полученная зависимость  $t_{cor}$  от времени запаздывания представлена на рис. 5.

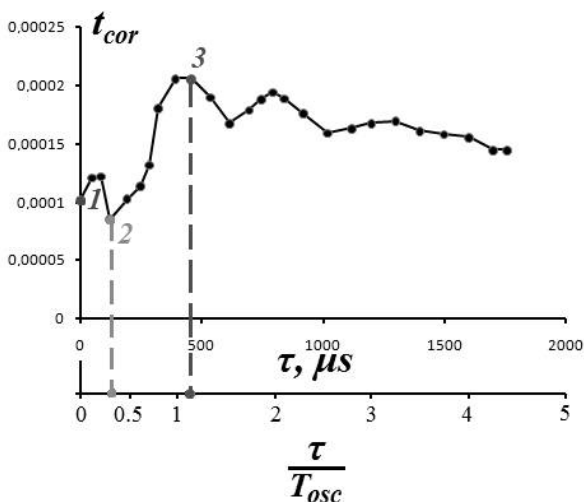


Рис. 5. Зависимость времени корреляции колебаний возбудимого осциллятора (3) от абсолютного и приведенного времени запаздывания в цепочке ЗОС при  $\tau_c = 0.05$  с,  $K = 0.5$ . Здесь  $T'_{osc} = \langle T'_i \rangle$  – среднее время стохастических колебаний

Зависимость носит немонотонный характер. Можно четко различить, по крайней мере, три максимума времени корреляции колебаний. Точки 1, 2, 3 на графике отмечают соответственно значение времени корреляции, полученное для осциллятора без ЗОС в оптимальном режиме, значение главного минимума и значение главного максимума. При этом почти при любом времени запаздывания, кроме окрестности точки 2, значение  $t_{cor}$  больше, чем в точке 1 (отсутствие ЗОС).

Таким образом, экспериментально был подтвержден результат, обнаруженный при численном моделировании осциллятора Фиц-Хью – Нагумо с цветным шумом и запаздывающей обратной связью [19]. Степенью когерентности индуцированных шумом стохастических колебаний возбудимого осциллятора можно управлять с помощью запаздывающей обратной связи, меняя время запаздывания. По-видимому, спектральные характеристики шумового воздействия в данном случае не играют принципиальной роли. Качественно аналогичный эффект ранее был получен численно и для белого шума [18]. Данные, приведенные в [18], позволяют связать механизм управления характеристиками когерентного резонанса с влиянием параметров ЗОС на собственные значения устойчивой точки равновесия в осцилляторе без шума. Как показали расчеты, приведенные в [18], максимумы времени корреляции индуцированных шумом колебаний совпадают с минимумами модуля вещественной части старшего (наименьшего по модулю) собственного значения устойчивого равновесия в осцилляторе без шума.

## 2. Управление когерентным резонансом в генераторе с жестким возбуждением

Моделью для исследования эффекта КР в генераторе с жестким возбуждением может служить автоколебательная система типа осциллятора Ван дер Поля с дополнительной ЗОС, задаваемая следующим уравнением в безразмерных переменных:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - [\varepsilon + \mu x^2 - x^4] \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \quad (7)$$

$$= \sqrt{2D}n(t) + K(x(t-\tau) - x(t)).$$

Здесь  $\varepsilon, \mu$  – параметры, определяющие режим генератора,  $\omega_0$  – параметр, задающий основную частоту автоколебаний,  $n(t)$  – нормированный



источник гауссова белого шума,  $D$  – интенсивность шума. Параметры  $K$  и  $\tau$ , как и в модели (2), определяют коэффициент ЗОС и время запаздывания. Данная модель является более «реалистичной», чем гармонический автогене-

ратор Стюарта – Ландау, рассмотренный в [20]. Для проведения натурных экспериментов была создана экспериментальная установка, представляющая собой аналоговую модель генератора (7) (рис. 6).

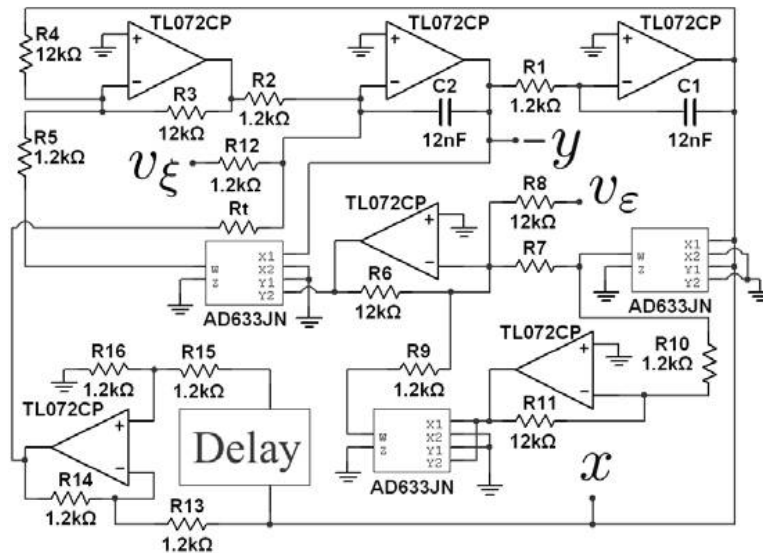


Рис. 6. Схема экспериментальной установки (аналоговая модель генератора Ван дер Поля с жестким возбуждением (7))

Работа установки описывается уравнением

$$\frac{d^2v}{dt^2} - \frac{1}{RC} \left[ v_\xi + \frac{R}{R_7} v^2 - v^4 \right] \frac{dv}{dt} + \frac{1}{(RC)^2} v = \frac{1}{(RC)^2} v_\xi + \frac{R}{R_\tau (RC)^2} (v_\tau - v) \quad (8)$$

где  $v$  – напряжение в точке  $x$  на схеме, приведенной на рис. 6,  $v_\xi$  – случайный сигнал от генератора Agilent 33250A. Шумовое напряжение  $v_\xi$  имеет распределение, близкое к гауссову, и широкий спектр. Таким образом, можно положить  $v_\xi = \sqrt{2D}n(t)$ , где  $D$  – безразмерная величина, характеризующая интенсивность шумового сигнала,  $n(t)$  – нормированный источник шумового напряжения со спектральной плотностью  $1 \text{ В}^2\text{с}$ . Значения сопротивлений на схеме  $R_1 = R_2 = R_5 = R_9 = R_{10} = R_{12} = R_{13} = R_{14} = R_{15} = R_{16} = R$ ,  $R_3 = R_4 = R_6 = R_8 = R_{11} = 10R$  и  $C_1 = C_2 = C$ . В такой форме при переходе к безразмерному времени  $t/(RC)^2 \rightarrow t$  и переобозначении параметров  $\varepsilon = v_\xi$ ,  $\mu = R/R_7$ ,  $K = R/R_\tau$  система (8) может быть сведена к уравнению математической модели (7). Несмотря на соответствие между уравнением (8), описывающим экспериментальную установку, и (7), полученные в эксперименте бифуркационные значения параметров несколько отличаются от найденных численно для (7). Это связано с тем, что при выведении уравне-

ния (8) использовалась стандартная аппроксимация сигналов операционных усилителей, которая обычно применяется в радиоэлектронике, но не вполне соответствует реальности. Однако наша главная цель состоит в экспериментальном подтверждении качественных сторон явлений, в то время как количественные различия в данном исследовании не являются принципиальными.

Были проведены исследования влияния ЗОС на эффект КР в аналоговой модели генератора (8) в подпороговом режиме при  $\mu = 0.5$ ,  $\varepsilon = -0.095\text{В}$ ,  $\omega_0 = 1$ ,  $D = 0.01$ . Экспериментальные результаты сопоставлялись с данными численного исследования модели (7). Полученные результаты свидетельствуют о существенном влиянии времени запаздывания  $\tau$  на степень когерентности индуцированных шумом колебаний. На рис. 7 приведены результаты экспериментальных измерений в модели (8) и соответствующих вычислений, проведенных для системы (7). Численные и экспериментальные результаты находятся в полном соответствии. Они свидетельствуют о



немонотонном характере зависимости времени корреляции  $t_{cor}$  колебаний от времени запаздывания цепи ЗОС. Можно наблюдать последовательность максимумов и минимумов величины  $t_{cor}$ , причем по сравнению со временем корреляции при отсутствии ЗОС, значения, соответствующие минимумам оказываются меньше, а значения в максимумах существенно больше. Максимумы соответствуют интервалам запаздывания  $\tau = \left(\frac{3}{4} + n\right)T, n = 0, 1, 2, \dots$ , минимумы наблюда-

ются при  $\tau = \left(\frac{1}{4} + n\right)T$ , для  $\tau = \frac{n}{2}T$  значения времени корреляции практически повторяются. Здесь  $T$  означает средний период колебаний.

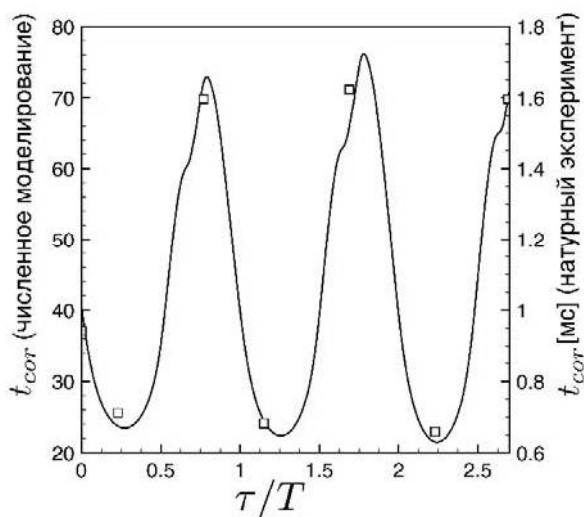


Рис. 7. Зависимость времени корреляции колебаний  $x(t)$  от времени нормированного запаздывания. Квадратами отмечены результаты экспериментальных измерений, полученные для аналоговой модели (8), сплошная линия соответствует результатам численных расчетов, проведенных для системы (7) при значениях параметров, соответствующих эксперименту и  $D=0.003$

Следует отметить, что ранее похожие результаты, касающиеся управления когерентным резонансом с помощью ЗОС, были получены численно для квазигармонической модели генератора с жестким возбуждением (осциллятор Стюарта – Ландау с субкритической бифуркацией, иначе называемый комплексной формой осциллятора Хопфа) [20]. В полученной зависимости времени корреляции  $t_{cor}$  от времени запаздывания максимумы соответствовали целому числу периодов колебаний, а минимумы – целому числу полупериодов. Различие с представленными в данной работе результатами

связано с несколько иным характером ЗОС в модели, исследованной в [20], и в модели (7), (8).

Рассмотрим, каков бифуркационный механизм влияния ЗОС на стохастический резонанс в генераторе с жестким возбуждением. На рис. 8 приведены бифуркационные значения параметра  $\epsilon$ , соответствующие касательной бифуркации циклов и субкритической бифуркации Андронова – Хопфа в детерминированном генераторе с цепочкой ЗОС при различных значениях времени запаздывания.

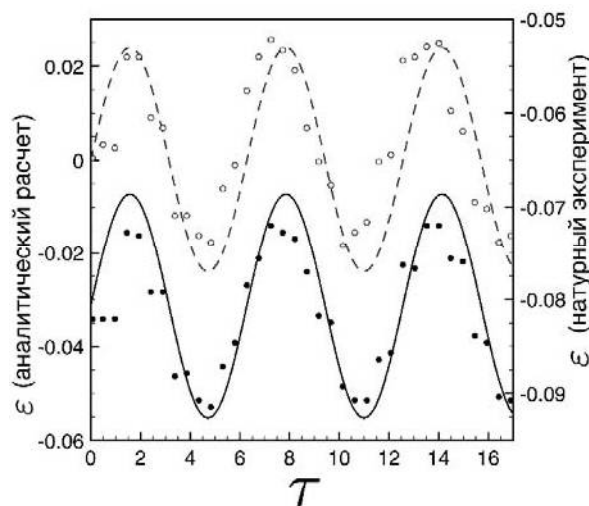


Рис. 8. Бифуркационные значения параметра  $\epsilon$ , соответствующие касательной бифуркации циклов и субкритической бифуркации Андронова – Хопфа в детерминированном генераторе с цепочкой ЗОС при различных значениях времени запаздывания. Пунктирная и сплошная линии представляют результаты, полученные аналитически для бифуркации Андронова – Хопфа и касательной бифуркации соответственно [22], кружки соответствуют результатам экспериментальных измерений при  $K = 0.24, \mu = 0.5, \omega_0 = 1$

Данные эксперимента сопоставляются с аналитическими результатами, полученными для модели (7) с использованием квазигармонического приближения и метода усреднения [22]. Как экспериментальные данные, так и теория показывают, что бифуркационные значения смещаются при изменении времени запаздывания  $\tau$ .

Для  $\tau = \left(\frac{1}{4} + n\right)T, n = 0, 1, 2, \dots$  наблюдается максимальное смещение в положительном направлении, т.е. бифуркационные значения  $\epsilon$  для обеих бифуркаций максимально велики. В результате генератор оказывается дальше от порога генерации, что приводит к ухудшению характеристик



КР и выражается в минимальном времени корреляции колебаний. При  $\tau = \left(\frac{3}{4} + n\right)T$  имеет место максимальное отрицательное смещение, и соответствующие бифуркационные значения являются наименьшими. Генератор приближается к порогу генерации, соответствующему касательной бифуркации, и время корреляции стохастических колебаний становится максимальным.

### Заключение

Проведенные натурные эксперименты полностью подтвердили возможность управления характеристиками когерентного резонанса, как для классической модели возбудимого осциллятора, так и в системе, не относящейся к классу возбудимых осцилляторов.

Было показано, что в обоих случаях степень когерентности индуцированных шумом колебаний, оцениваемая по времени корреляции, немонотонным образом меняется при изменении времени запаздывания дополнительной цепи ЗОС и при некоторых значениях времени запаздывания значительно превосходит когерентность колебаний в системе без ЗОС. Результаты экспериментальных исследований влияния ЗОС на эффект КР находятся в хорошем соответствии с аналитическими результатами и данными численного моделирования. Экспериментально подтвержден механизм влияния ЗОС на степень когерентности колебаний в генераторе с жестким возбуждением. Как и предполагалось теоретически, он связан со сдвигом бифуркационных значений управляющего параметра при изменении характеристик ЗОС. Механизм управления КР в возбудимых осцилляторах типа осциллятора ФицХью – Нагумо, по-видимому, является несколько иным [18]. В проведенных экспериментах с моделью возбудимого осциллятора было установлено отсутствие влияния времени запаздывания на бифуркационные значения управляющих параметров, однако причина влияния ЗОС на время корреляции в эксперименте не была установлена.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-02-02288) и Министерства образования и науки РФ в рамках государственного задания (код проекта 1008).*

### Список литературы

1. Hu G., Ditzinger T., Ning C. Z., Haken H. Stochastic resonance without external periodic force // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71. P. 807–810.
2. Pikovsky A., Kurths J. Coherence resonance in a noise-driven excitable system // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 775–778.
3. Lindner B., Schimansky-Geier L. Analytical approach to the stochastic FitzHugh-Nagumo system and coherence resonance // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. P. 7270–7276.
4. Lindner B., Garcia-Ojalvo J., Neiman A. B., Schimansky-Geier L. Effects of noise in excitable systems // Phys. Rep. 2004. Vol. 392. P. 321–424.
5. FitzHugh R. A. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // Biophys. J. 1961. Vol. 1. P. 445–466.
6. Nagumo J. S., Arimoto S., Yoshizawa S. An active pulse transmission line simulating nerve axon // Proceedings of the Institute of Radio Engineers. 1962. Vol. 50. P. 2061–2071.
7. Ushakov O. V., Wünsche H. J., Henneberger F., Khovanov I. A., Schimansky-Geier L., Zaks M. A. Coherence resonance near a Hopf bifurcation // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95. 123903.
8. Zakharova A., Vadivasova T., Anishchenko V., Koseska A., Kurths J. Stochastic bifurcations and coherence resonance in a self-sustained bistable noisy oscillator // Phys. Rev. E. 2010. Vol. 81. 011106.
9. Feoktistov A., Anishchenko V. Coherence resonance and synchronization of stochastic self-sustained oscillations in hard excitation oscillator // Rus. J. Nonlin. Dyn. 2012. Vol. 8. P. 897–911.
10. Zakharova A., Feoktistov A., Vadivasova T., Schöll E. Coherence resonance and stochastic synchronization in a nonlinear circuit near a subcritical Hopf bifurcation // Eur. Phys. J. Spec. Top. 2013. Vol. 222. P. 2481–2495.
11. Sethia G. C., Kurths J., Sen A. Coherence resonance in an excitable system with time delay // Phys. Lett. A. 2007. Vol. 364. P. 227–230.
12. Han S. K., Yim T. G., Postnov D. E., Sosnovtseva O. V. Interacting coherence resonance oscillators // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 1771–1774.
13. Neiman A., Schimansky-Geier L., Cornell-Bel A., Moss F. Noise-enhanced phase synchronization in excitable media // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 4896–4899.
14. Hu B., Zhou Ch. Phase synchronization in coupled nonidentical excitable systems and array-enhanced coherence resonance // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61 (2). P. 1001–1004.
15. Astakhov S., Feoktistov A., Anishchenko V., Kurths J. Synchronization of multi-frequency noise-induced oscillations // Chaos. 2011. Vol. 21. 047513.
16. Aust R., Hövel P., Hizanidis J., Schöll E. Delay control of coherence resonance in type-I excitable dynamics // Eur. Phys. J. ST. 2010. Vol. 187. P. 77–85.
17. Janson N. B., Balanov A. G., Schöll E. Delayed feedback





- as a means of control of noise-induced motion // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93 010601.
18. Prager T., Lerch H.-Ph., Schimansky-Geier L., Schöll E. Increase of coherence in excitable systems by delayed feedback // J. Phys. A : Math. Theor. 2007. Vol. 40. P. 11045–11055.
19. Brandstetter S., Dahlem M. A., Schöll E. Interplay of time-delayed feedback control and temporally correlated noise in excitable systems // Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2010. Vol. 368. P. 391–421.
20. Geffert P. M., Zakharova A., Vüllings A., Just W., Schöll E. Modulating coherence resonance in non-excitable systems by time-delayed feedback // Eur. Phys. J. B. 2014. Vol. 87. P. 291–304.
21. Escalera Santos G. J., Escalona J., Parmananda P. Regulating noise-induced spiking using feedback // Phys. Rev. E. 2006. Vol. 73. P. 042102.
22. Semenov V., Feoktistov A., Vadivasova T., Schöll E., Zakharova A. Time-delayed feedback control of coherence resonance near subcritical Hopf bifurcation : Theory versus experiment // Chaos. 2015. Vol. 25. P. 033111.
23. FitzHugh R. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // Biophysical J. 1961. Vol. 1 (6). P. 445–466.
24. Nagumo J. S., Arimoto S., Yoshizawa S. An active pulse transmission line simulating nerve axon // Proceedings of the Institute of Radio Engineers. 1962. Vol. 50. P. 2061–2071.

УДК 537.8;533.951

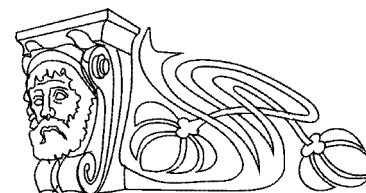
## ПОЛНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ МАССИВОМ ГРАФЕНОВЫХ МИКРОЛЕНТ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В. С. Мельникова<sup>1</sup>, О. В. Полищук<sup>2</sup>, В. В. Попов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет

<sup>2</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

E-mail: MelnikovaVeronica@yandex.ru



Исследовано преобразование поляризации терагерцового излучения периодическим массивом графеновых микролент, расположенных на поверхности диэлектрика (призмы) с высоким показателем преломления. Преобразование поляризации на частоте плазменного резонанса происходит без приложения внешнего постоянного магнитного поля. Показано, что гигантское преобразование поляризации может быть достигнуто при полном внутреннем отражении терагерцовой волны от периодического массива графеновых микролент.

**Ключевые слова:** терагерцовое излучение, графен, плазмоны, преобразование поляризации.

**Total Conversion of Terahertz Wave Polarization by Graphene Microribbon Array without Magnetic Field**

**V. S. Melnikova, O. V. Polischuk, V. V. Popov**

The polarization conversion of terahertz radiation by the periodic array of graphene microribbons located at the surface of a high-refractive-index dielectric substrate (prizm) is studied theoretically. Polarization conversion at the plasmon resonance frequencies takes place without applying external DC magnetic field. It is shown that giant (up to total) polarization conversion can be reached at the total internal reflection of THz wave from the periodic array of graphene nanoribbons.

**Key words:** terahertz radiation, graphene, plasmons, polarization conversion.

DOI: 10.18500/1817-3020-2015-15-3-51-54

### Введение

Известно, что преобразование поляризации электромагнитной волны может иметь место исключительно в системах, не обладающих зеркальной плоскостью симметрии. Обычно для нарушения зеркальной симметрии используют внешнее постоянное магнитное поле [1]. В практическом плане это приводит к существенному росту габаритов и веса преобразователей поляризации.

Графен демонстрирует сильный плазмонный отклик на терагерцовых (ТГц) частотах, что обусловлено как высокой плотностью, так и малой коллективной динамической массой свободных носителей [2, 3].

В данной работе теоретически исследуется преобразование поляризации ТГц волны двумерным периодическим массивом графеновых микролент, расположенных на поверхности раздела диэлектрика (призмы) с высоким показателем преломления. Показано, что в данной структуре возможно гигантское (практически полное) преобразование поляризации ТГц волны в режиме полного внутреннего отражения волны