



Заключение

Таким образом, используя комплексный подход, включающий три метода полуконтактного режима (полуконтактный, рассогласования, отображения фазы) и метод модуляции силы контактной АСМ с этапом наложения изображения, на примере *E. coli* и *S. aureus* проведен субморфологический анализ микроорганизмов и образуемой ими биопленки. Используя инструменты программы, мы определили размеры бактерий и внеклеточного матрикса. Полученные размеры бактерий сопоставимы с данными, приведенными в определителе бактерий Берджи [10]. Изменением фазы колебаний кантилевера и методом модуляции силы определили локальную вязкоупругость и адгезивные свойства подложки, бактерий, биопленки.

Список литературы

1. Коннов Н. П., Попов Н. В., Величко Л. Н., Князева Т. В. Феномен образования биопленок *Yersinia pestis* в организме блох // Паразитология. 2009. Т. 43, № 4. С. 330–337.
2. Juda M., Paprota K., Jaloza D., Malm A., Rybojad P., Gozdzik K. EDTA as a potential agent preventing formation of *Staphylococcus epidermidis* biofilm on polichloride vinyl biomaterials // Ann. Agric. Environ. Med. 2008. Vol. 15. P. 237–241.
3. Lynch S. V., Mukundakrishnan K., Benoit M. R., Ayyaswamy P. S., Matin A. *Escherichia coli* biofilms formed under low-shear modeled microgravity in a ground-based system // Appl. and Environ. Microbiol. 2006. Vol. 72, № 12. P. 7701–7710.
4. Oh Y. J., Jo W., Yang Y., Park S. Influence of culture conditions on *Escherichia coli* O157:H7 biofilm formation by atomic force microscopy // Ultramicrosc. 2007. Vol. 101. P. 869–874.
5. Hammer M. U., Brauser A., Olak C., Brezesinski G., Goldmann T., Gutschmann T., Andra J. Lipopolysaccharide interaction is decisive for the activity on the antimicrobial peptide NK-2 against *Escherichia coli* and *Proteus mirabilis* // Biochem. J. 2010. Vol. 427. P. 477–488.
6. Pham D. K., Ivanova E. P., Wright J. P., Nicolau D. V. AFM analysis of the extracellular polymeric substances (EPS) released during bacterial attachment on polymeric surfaces // Proc. SPIE. 2003. Vol. 4962. P. 151–159.
7. Raspanti M., Congiu T., Guizzardi S. Tapping mode atomic force microscopy in fluid of hydrated extracellular matrix // Matrix Biol. 2001. Vol. 20, № 8. P. 601–604.
8. Volle C. B., Ferguson M. A., Aidala K. E., Spain E. M., Nunez M. E. Spring constants and adhesive properties of native bacterial biofilm cells measured by atomic force microscopy // Coll. Surf. B Biointerfaces. 2008. Vol. 67, № 1. P. 32–40.
9. Ерошенко Г. А., Коннов Н. П., Кутырев В. В., Видяева Н. А., Шавина Н. Ю., Одинокоев Г. Н., Кузнецов О. С. Изучение способности к образованию биопленок у штаммов *Yersinia pestis* основного и неосновных подвидов // Журн. микробиол., эпидем. и иммунобиол. 2009. Т. 5. С. 13–19.
10. Определитель бактерий Берджи : в 2 т. / пер. с англ. ; под ред. Дж. Хоулта, Н. Крига, П. Снита, Дж. Стейли и С. Уилльямса. М. : Мир, 1997.

УДК 621.371 (075.8)

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ И ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

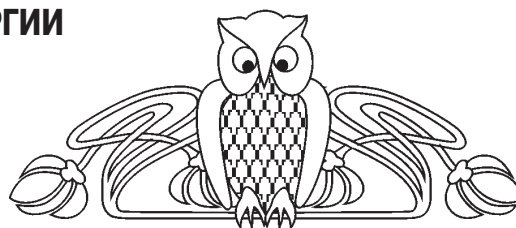
М. В. Давидович

Саратовский государственный университет
E-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru

В работе анализируются некоторые противоречия современной электродинамики сплошных сред, а именно вид плотностей энергии и импульса поля и системы поле–вещество, тензора энергии-импульса и представление скоростей переноса энергии и импульса. На основе нестационарного подхода получены балансные уравнения для плотностей энергии и импульса системы поле–вещество с зависимостью от предыстории процесса соз-

дания поля, а также в нестационарном случае определены скорости их переноса. Найдены плотности энергии и импульса монохроматического поля. Показано выполнение для них локальных и глобальных законов сохранения.

Ключевые слова: Абрагама–Минковского контрroversия, тензор энергии-импульса, плотность энергии, скорость переноса энергии, фазовая скорость, групповая скорость.





The Conservation Laws and the Densities of Electromagnetic Field Energy and Momentum in Dispersive Media

M. V. Davidovich

New general nonstationary balance equations for energy and momentum densities of field–matter system based on rigorous nonstationary approach for their definitions with dependence from the field creation prehistory have been obtained. Also the transport velocities of these densities have been derived. The concrete examination and detailed consideration have been performed for simplest dispersion law which is defined by the conductivity connected with the dissipation. For this case the energy and momentum densities, phase velocity, group velocity, and

transport velocities of energy and momentum have been determined. The energy and momentum conservation have been shown for plane electromagnetic wave in the conducting medium and for plane wave diffraction on the conducting plate.

Key words: Abraham–Minkowski controversy, energy-momentum tensor, energy density, energy transport velocity, phase velocity, group velocity.

Введение

В монографиях, учебниках, а также в большинстве работ, касающихся затронутых в данной статье вопросов, плотность электромагнитной энергии системы поле–вещество (СПВ) определяется (в системе СИ) так:

$$u(\vec{r}, t) = u_e(\vec{r}, t) + u_m(\vec{r}, t) = \{ \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) + \vec{H}(\vec{r}, t) \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) \} / 2, \quad (1)$$

т.е. как в статике (см., например, [1, с. 422; 2, с. 255; 3, с. 608; 4, с. 61; 5, с. 124; 6, с. 25; 7, с. 50–53; 8, с. 216; 9, с. 10; 10, с. 53, 189; 11, с. 10]). Этот список легко можно продолжить и сделать весьма внушительным (например, [12–22]). Далее часто слово «плотность» будем опускать. Выражение (1), правильное в вакууме и в статике, пошло от Максвелла (1873) и Пойтинга (1884), когда дисперсия не рассматривалась. В ряде работ (например, [7, 23]) входящие в (1) электрическая и магнитная плотности определяются интегралами типа

$$u_e(\vec{r}, t) = \int \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) dt = \int \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{D}(\vec{r}, t), \quad (2)$$

что верно, но смысл подобных соотношений обычно не раскрывается, а часто утверждается, что из соотношений типа (2) следует (1) [7]. Другой используемый подход – это определение плотности работы (энергии) w , затраченной источниками на создание поля, соответствующими дифференциальными соотношениями [10, 23–26], из которых также не ясна в общем случае ее зависимость от времени. Вместо интегрирования соответствующих дифференциальных уравнений обычно рассматривают монохроматические и квазимонохроматические процессы [11, 21, 23–26], определяя $w(\vec{r}, t)$ для них методом Фурье. В обширном ряде работ (например, [24, 26]) приводится результат Бриллюэна (1921):

$$\langle u(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{2} \left[\epsilon_0 \frac{d(\omega \epsilon(\omega, \vec{r}))}{d\omega} \langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle + \mu_0 \frac{d(\omega \mu(\omega, \vec{r}))}{d\omega} \langle \vec{H}^2(\vec{r}, t) \rangle \right]. \quad (3)$$

Он получен для монохроматических и квазимонохроматических полей при пренебрежении по-

терями путем введения комплексных амплитуд, разложением спектрального интеграла от них по малому параметру при удержании одного члена и усреднением за период (далее обозначаемый скобками $\langle \rangle$) [26], т.е. точно так, как вводится первое приближение теории дисперсии (ППТД) и групповая скорость (ГС). Собственно (3) есть соотношение приближенное и подгоняющее ГС под скорость энергии (СЭ). Средние значения монохроматических полей в (3) не зависят от времени. Для квазимонохроматических полей подразумевается, что ω – некая центральная частота в спектре. Ее, однако, однозначно определить нельзя. При этом левая часть соотношения (3) становится функцией времени и указанной частоты, что говорит не в его пользу. Недостатки этого подхода следующие. Вводятся комплексные спектральные амплитуды в пренебрежении членами $\vec{E} \partial_t \vec{D}$ и $\vec{E}^* \partial_t \vec{D}^*$ [26, с. 381], что строго верно только для монохроматических сигналов (для нестационарных процессов следует использовать аналитические сигналы [27]). Разложение спектрального интеграла (как и интеграла в приближении теории дисперсии) асимптотическое, т.е. приближенное и, вообще говоря, нерасходящееся. Для увеличения точности и оценки погрешности необходимо вводить следующие члены [27]. Для сходимости спектр должен быть финитным и не выходить за круг сходимости ряда Тейлора [27]. Однако даже квазигармоническое поле имеет инфинитный спектр, хотя его основная часть и сосредоточена в узкой полосе. Соотношение (3) (как и ГС) ничего не определяет при потерях. Но дисперсия означает потери [26]. Полное отсутствие потерь в конечной полосе приводит к отсутствию дисперсии. Действительно, дисперсия обусловлена рядом резонансных частот вещества, дисперсионные кривые для которых суммируются



(накладываются), при этом квантовое и классическое рассмотрение дают одинаковые результаты [28]. Отсутствие потерь в полосе означает раздвижение соседних частот на бесконечность, т.е. отсутствие и дисперсии. Это единственный случай, когда ППТД есть соотношение точное. Тогда для скоростей в монохроматической волне имеем $v_e(\omega) = v_p(\omega) = v_g(\omega)$, где введены СЭ, фазовая скорость (ФС) и ГС. Формула (3) заведомо неверна при быстро изменяющихся полях (широком спектре), сильной дисперсии и потерях. Трудности определения плотности энергии в диспергирующих средах отмечены в ряде работ (например, [11, с. 28], [28, с. 226]). Это, в частности, связано с невозможностью однозначного в общем случае ее введения в монохроматическом поле [11, 26]. Довольно редко указывается, что при определении u необходимо учитывать кинетическую энергию частиц вещества [28–32]. Например, в [29] для плазмы вводится формула с использованием вектора поляризации

$$u(\vec{r}, t) = \left\{ \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, t) \right\} / 2 + \partial_t \vec{P}^e(\vec{r}, t) / (2\epsilon_0 \omega_p^2).$$

Часто используется лагранжев формализм в пренебрежении потерями и с абсолютизацией групповой скорости как скорости энергии [29–31]. Между тем знание $u(\vec{r}, t)$ необходимо для определения скорости переноса электромагнитной части энергии СПВ $\vec{v}_e(\vec{r}, t) = \vec{S} / u(\vec{r}, t)$ согласно концепции Н. А. Умова [33], где $\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t)$ есть вектор Пойнтинга. При учете пространственной дисперсии также рассматриваются монохроматические процессы, при этом используется Фурье-разложение по волновому вектору \vec{k} [24, 26, 34–36], магнитное поле из рассмотрения исключается, соотношение (1) считается верным при $\mu = 1$, а вектор Пойнтинга приобретает добавку, связанную с градиентом по \vec{k} . Эти результаты также неприменимы к нестационарным диссипативным процессам, требуют усреднения за период и явно зависят от ω и \vec{k} . Тем не менее, \vec{S} в (24) модифицируется введением низкочастотного соотношения $\vec{\epsilon}(\vec{k}, \omega) = \hat{I} - j(\epsilon_0 \omega)^{-1} \hat{\sigma}(\vec{k}, \omega)$.

В определении плотности электромагнитного импульса (линейного момента) поля в электродинамике сплошных сред также нет однозначности. Вот уже более ста лет сохраняется парадоксальное состояние, известное как Абрагама–Минковского контroversия, когда нет определенности в отношении правильного выбора тензора энергии-импульса (ТЭИ) для СПВ и соответствующих плотностей [37–56]. Для плотности импульса

имеется два основных определения: Минковского [37] $\vec{g}^M = \vec{D}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t) = n^2 \vec{S}(\vec{r}, t) / c^2 = n^2 \vec{g}^A$ и Абрагама [38] $\vec{g}^A = \vec{S} / c^2$. Здесь $n = \sqrt{\epsilon \mu}$ – показатель преломления (индекс рефракции или коэффициент замедления). Имеется много публикаций как за определение Минковского, например, [49], и против определения Абрагама, так и наоборот – за Абрагама и против Минковского (см., например, публикации [39–42], последние обзоры [47, 48], работу [49] и литературу в них). Кроме этого имеются работы, утверждающие или считающие, что указанные два определения эквивалентны (например, [39, 48]), но все-таки тензор Абрагама более предпочтительный или правильный. Тем не менее, тензором Минковского тоже можно пользоваться, он часто более удобен и более соответствует сплошной среде [39]. В других публикациях тензор Минковского считается более верным. Есть ряд публикаций об экспериментальных подтверждениях и опровержениях как первого, так и второго из определений [48]. В частности, есть публикации по измерению силы Абрагама \vec{f}^A – величины, являющейся дивергенцией к производной по времени от плотности импульса по Абрагаму $\partial_t \vec{g}^A$, в результате которого получается производная $\partial_t \vec{g}^M$ для плотности импульса по Минковскому [39]. Заметим, что сила Абрагама не эквивалентна сумме сил Лоренца, действующих на электрический и магнитный токи поляризации вещества [41], а ее измерение произведено для сверхнизких частот (0.4 Гц) электрического поля и в постоянном магнитном поле [57, 58], т.е. не для динамического электромагнитного поля (ЭП) при отсутствии дисперсии и с невысокой точностью. Более того, фактически измерена сила Лоренца, действующая на электрический ток поляризации диска из титаната бария ($\epsilon = 3620$, $\mu = 1$). При $\mu = 1$ она совпадает с силой Абрагама. Для магнитодиэлектрика в динамическом ЭП сумма сил Лоренца для обоих токов поляризации не совпадает с силой Абрагама. Поэтому экспериментально следовало бы подтвердить либо первый, либо второй результат в динамическом поле. В большинстве теоретических работ рассмотрен именно случай $\mu = 1$. Упомянутая неоднозначность породила также ряд попыток определить и вывести ТЭИ и плотности по-другому, например, с использованием микроскопической электродинамики [43, 44], уравнений движения вещества [28, 32], с использованием теоремы Нётер [49], с использованием электродинамики движущихся



сред [56]. Считается, что однозначно можно определить только ТЭИ системы поле–вещество, а по отдельности указанные величины определяются неоднозначно. Между тем неоднозначность в определении плотности импульса поля ведет к неопределенности скорости его переноса $\vec{v}_i^{(EM)}$, скорости движения вещества $\vec{v}^{(M)}$ и полной скорости переноса импульса поле–вещество \vec{v}_i . Также из нее следует неоднозначность силы давления ЭП на вещество.

Таким образом, в электродинамике сплошных сред имеются противоречия в определении плотностей энергии и импульса, а соответственно и ТЭИ. Так, соотношение (1) даже при весьма низких частотах не верно для плазмы и проводящих сред. Это же утверждение относится и к соотношению (3) для столкновительной плазмы. Указанное состояние связано, на наш взгляд, с тем, что все упомянутые работы (в частности, по ТЭИ) используют материальные соотношения $\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \hat{\epsilon}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \hat{\mu}(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}, t)$, а чаще всего просто со скалярными константами ϵ и μ . Подход, приводящий к соотношениям типа (3), не учитывает потери и соответственно дисперсию. Он неприменим к произвольной зависимости от времени и к процессам с широким спектром. В данной работе предложены зависимости от предыстории процесса создания поля строгие нестационарные значения рассмотренных плотностей, следующие из нестационарных балансных уравнений. Приведены выражения для скорости переноса энергии и импульса системы

поле–вещество, а также для скорости переноса импульса поля и вещества. Результаты обобщают ранее опубликованные работы автора [32, 59–62].

2. Балансные уравнения для энергии и импульса

Балансные уравнения для энергии и импульса получены в работах [32, 59–62]. Задача о соответствующих плотностях усложняется тем, что поле, воздействуя на среду (тело), передает частицам энергию, импульс и момент импульса. Происходит разогрев и ускорение среды, т.е. нестационарный во времени процесс становится неравновесным: разогретое вещество излучает во всем спектре, а задача требует решения кинетического уравнения и привлечения методов электродинамики движущихся (в общем случае ускоренно) сред. Релятивистски-ковариантные формы таких уравнений весьма сложны даже без учета дисперсии (см., например, [63]). В последнее время изучаются искусственные метаматериалы, в том числе и левые (действительные части спектральных тензоров $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ которых могут быть отрицательными). Эти метаматериалы в общем случае суть бианизотропные среды (БС) [64] с сильной пространственной дисперсией. Обычно материальные уравнения рассматриваются в форме Ландау–Лифшица [26, 65] с описанием поляризации на основе вектора \vec{D} . Используется и форма Казимира [65]. Исходя из усредненных по малому объему (ячейке периодичности) спектральных материальных уравнений [64], пишем:

$$\vec{D}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) = \epsilon_0 \epsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \vec{E}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) + c^{-1} \hat{\xi}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \vec{H}(\vec{r}, \vec{k}, \omega), \quad (4)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) = \mu_0 \hat{\mu}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \vec{H}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) + c^{-1} \hat{\zeta}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \vec{E}(\vec{r}, \vec{k}, \omega), \quad (5)$$

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \int_V \hat{\epsilon}(\vec{r}, \vec{r}', t-t') \vec{E}(\vec{r}', t') d^3 r' dt' + c^{-1} \int_{-\infty}^t \int_V \hat{\xi}(\vec{r}, \vec{r}', t-t') \vec{H}(\vec{r}', t') d^3 r' dt', \quad (6)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \int_{-\infty}^t \int_V \hat{\mu}(\vec{r}, \vec{r}', t-t') \vec{H}(\vec{r}', t') d^3 r' dt' + c^{-1} \int_{-\infty}^t \int_V \hat{\zeta}(\vec{r}, \vec{r}', t-t') \vec{E}(\vec{r}', t') d^3 r' dt'. \quad (7)$$

Уравнения (6)–(7) суть нестационарные обобщения условий Ландау–Лифшица и Казимира для бианизотропии. Тензорные ядра здесь зависят от разности $t-t'$. В этих соотношениях объем интегрирования $V = V(\vec{r}, \vec{r}', t, t')$ в силу принципа причинности определяется из условия $|\vec{r} - \vec{r}'| < c(t-t')$, при этом $\hat{\epsilon}(\vec{r}, \vec{r}', t-t') = 0$,

$\hat{\mu}(\vec{r}, \vec{r}', t-t') = 0$ при $t' > t$. Соотношениям (6), (7) соответствует введение векторов электрической и магнитной поляризации $\vec{P}^{(e,m)}(\vec{r}, t)$ в эквивалентных (6), (7) формах:

$$\begin{aligned} \vec{D}(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}^e(\vec{r}, t), \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{P}^m(\vec{r}, t), \end{aligned} \quad (8)$$



$$\vec{P}^e(\vec{r}, \vec{k}, \omega) = \varepsilon_0 [\hat{\varepsilon}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) - \hat{I}] \vec{E}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) + c^{-1} \hat{\xi}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \vec{H}(\vec{r}, \vec{k}, \omega), \quad (9)$$

$$\vec{P}^m(\vec{r}, \vec{k}, \omega) = \mu_0 [\hat{\mu}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) - \hat{I}] \vec{H}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) + c^{-1} \hat{\zeta}(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \vec{E}(\vec{r}, \vec{k}, \omega). \quad (10)$$

Используя приближение слабого поля для неподвижной среды в постановке задачи [59–61],

имеем балансное уравнение (закон сохранения энергии)

$$\nabla \cdot \vec{S}(\vec{r}, t) + [\vec{E}(\vec{r}, t) \partial_t \vec{D}(\vec{r}, t) + \vec{H}(\vec{r}, t) \partial_t \vec{B}(\vec{r}, t)] = -[\vec{E}(\vec{r}, t) \vec{J}^e(\vec{r}, t) + \vec{H}(\vec{r}, t) \vec{J}^m(\vec{r}, t)]. \quad (11)$$

Чтобы подсчитать затраченную на создание поля работу источников, указанную величину надо проинтегрировать:

$$w(\vec{r}, t) = \partial_t^{-1} [\vec{E}(\vec{r}, t) \partial_t \vec{D}(\vec{r}, t) + \vec{H}(\vec{r}, t) \partial_t \vec{B}(\vec{r}, t)]. \quad (12)$$

Именно эту величину

$$(а не [\vec{E}(\vec{r}, t) \vec{D}(\vec{r}, t) + \vec{H}(\vec{r}, t) \vec{B}(\vec{r}, t)] / 2)$$

следует ассоциировать с $w(\vec{r}, t)$ [32]. Работа (12), затраченная на поле и вещество, зависит от всей предыстории процесса, что для электродинамики сплошных сред естественно, тогда как для поля в вакууме этого не требуется [66]. Решая (11) совместно с (6), (7), определим все поля во временном промежутке $(0, t)$. Это позволяет вычислить плотность диссипированной энергии $q(\vec{r}, t)$ (выделенное тепло единицы объема). Теперь СЭ есть $\vec{v}_e(\vec{r}, t) = \vec{S}(\vec{r}, t) / u(\vec{r}, t)$. Она определена в каждой точке для каждого момента времени. Следует за-

метить, что \vec{S} есть плотность потока мощности поля, поскольку в силу предположения средняя скорость переноса вещества равна нулю. В [59–61] показано, что запись уравнений Максвелла через поля и токи поляризации $\vec{J}_p^e(\vec{r}, t) = \partial_t \vec{P}^e(\vec{r}, t)$, $\vec{J}_p^m(\vec{r}, t) = \partial_t \vec{P}^m(\vec{r}, t)$ не позволяет разделить баланс мощности и получить плотности энергии для поля и вещества по отдельности. Это следствие того, что из $\vec{E}(\vec{r}, t) \vec{J}_p^e(\vec{r}, t) + \vec{H}(\vec{r}, t) \vec{J}_p^m(\vec{r}, t)$ нельзя однозначно, без решения уравнений движения, выделить плотность энергии вещества w_M (с учетом диссипации) и плотность потока его мощности \vec{S}_M . Согласно теореме Гельмгольца векторное поле \vec{S}_M представимо в виде суммы его потенциальной и соленоидальной частей:

$$\vec{S}_M(\vec{r}, t) = \nabla \Phi(\vec{r}, t) + \nabla \times \vec{C}(\vec{r}, t). \quad (13)$$

Отсюда имеем (в пренебрежении энергией взаимодействия):

$$\nabla^2 \Phi(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{J}_p^e(\vec{r}, t) + \vec{H}(\vec{r}, t) \vec{J}_p^m(\vec{r}, t) - \partial_t w_M(\vec{r}, t) = 0. \quad (14)$$

Эта величина плотности потока мощности определена с точностью до ротора вектора $\vec{C}(\vec{r}, t)$. Указанный ротор поток через замкнутую поверхность не создает. Однако в общем случае $\vec{C}(\vec{r}, t) \neq 0$. Более того, может быть $\vec{C}(\vec{r}, 0) \neq 0$, т.е. в момент возникновения поля в веществе могут циркулировать соленоидальные потоки (вихри).

Следовательно, вектор (13) определен неоднозначно. Для того чтобы решить уравнение (14), необходимо предположить, что вещество находится в некотором ограниченном объеме (что в нестационарном случае является требованием естественным).

Рассмотрим теперь баланс импульса [60]:

$$[\vec{B}(\vec{r}, t) \times \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{D}(\vec{r}, t) \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t)] + \partial_t (\vec{D}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t)) = -[\vec{J}^e(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t) + \vec{D}(\vec{r}, t) \times \vec{J}^m(\vec{r}, t)] = -\vec{f}^L(\vec{r}, t). \quad (15)$$

В правой части (15) стоит с обратным знаком сила Лоренца $\vec{f}^L(\vec{r}, t)$. Это сила, затрачиваемая сторонними источниками на создание импульса поля и вещества. Второй член слева есть производная плотности импульса поле-вещество по времени. Сама плотность импульса с точностью до постоянного вектора $\vec{g}_0^M(\vec{r})$ есть $\vec{g}^M(\vec{r}, t) = \vec{D}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t)$, т.е. ее следует взять в форме Минковского. Первый член в (15) представим в виде

$$\nabla \cdot \hat{\Sigma}(\vec{r}, t) = \partial_\nu \hat{\Sigma}_\nu^i(\vec{r}, t) = [\vec{B}(\vec{r}, t) \times \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{D}(\vec{r}, t) \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t)]. \quad (16)$$

Здесь $\nu = x, y, z$. Величина $\hat{\Sigma}(\vec{r}, t)$ есть тензор второго ранга в трехмерном пространстве. Поэтому дивергенция от него (свертка по одному индексу) есть стоящий в правой части (16)

вектор. Указанный тензор также определен с точностью до произвольного тензора, для которого $\nabla \cdot \hat{\Sigma}_0(\vec{r}, t) = 0$. Поскольку при $t = t_0 = 0$ поле отсутствовало, следует наложить началь-



ные условия $\vec{g}_0^M(\vec{r}) = 0$, $\hat{\Sigma}_0(\vec{r}, 0) = 0$. При указанных условиях в любой момент времени $\vec{g}^M(\vec{r}, t)$ и $\hat{\Sigma}(\vec{r}, t)$ определяются однозначно через решения задачи возбуждения, т.е. через поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$ и $\vec{H}(\vec{r}, t)$ во все предыдущие моменты, при этом для определения $\vec{g}^M(\vec{r}, t)$ следует вычислить интегралы (1), а для определения $\hat{\Sigma}(\vec{r}, t)$ необходимо еще решить дифференциальное уравнение (16). Таким образом, имеем уравнение баланса:

$$\partial_v \hat{\Sigma}_v^v(\vec{r}, t) + \partial_t g_{v'}^M = -f_{v'}^L = -\partial_t \partial_t^{-1} f_{v'}^L, \quad (17)$$

$$v' = x, y, z.$$

Здесь первый член есть поток компоненты v' полного импульса. Из этого уравнения следует, что скорость переноса компоненты v' импульса системы поле–вещество есть [19]

$$v_{i v'} = \partial_v \hat{\Sigma}_v^v(\vec{r}, t) / g_{v'}^M, \quad (18)$$

а $g_{v'}^M$ – полная созданная плотность импульса поля и вещества. В [59–62] показано сохранение импульса СПВ в любом объеме, рассмотрен импульс, переданный веществу, плотность потока вещества и его скорость, а также скорость переноса импульса поля, вещества и СПВ. Рассмотрен ряд конкретных законов дисперсии (в столкновительной плазме, закон Дебая, дисперсия в проводящей среде). Рассмотрены вопросы распространения плоской монохроматической волны в указанных средах, а также дифракция такой волны на проводящей пластине. Получены конкретные выражения для плотностей энергии и импульса такой волны, определены скорости их переноса. В частности, показано, что для двух последних законов дисперсии СЭ и скорости переноса импульса совпадают с ФС. Показана необходимость учета затухания Ландау при рассмотрении соответствующих величин в плазме. Следуя работе [1], нетрудно получить давление плоской монохроматической волны на проводящую пластину с конечной и бесконечной толщиной (полуплоскость), если платина расположена в однородной недиспергирующей среде с проницаемостями ϵ , μ . При этом оказывается, что для обеспечения закона сохранения импульса плотность импульса в такой среде должна быть определена по Минковскому $\vec{g}^M(\vec{r}, t) = \epsilon \mu \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t) / c^2$, а скорость его переноса совпадать с фазовой. При этом в проводящей пластине скорость переноса импульса равна половине фазовой скорости (с учетом влияния на нее проводимости), поскольку часть импульса поля передается веществу, которое в нашем приближении неподвижно. Рассмотрена также дифракция на прозрачной пластине [61] в связи с мысленным экспериментом, изложенным

в [40]. Показано, что в этом случае определенный по Минковскому импульс сохраняется, а определенный по Абрагаму – нет. Рассмотрен также пример из работы [67], связанный с «переносом массы полем» и показаны неточности, имеющиеся в [40] и [67].

Заключение.

О введении ТЭИ в диспергирующей среде

Вопрос о форме ТЭИ в электродинамике сплошных сред и о соответствующих плотностях до сих пор остается дискуссионным (см. дополнительно [49–56]). В одной из последних работ утверждается [56], что он окончательно решен в пользу Абрагама. В ней применена электродинамика движущихся сред, дисперсия не учитывается, но введен ряд дополнительных предположений. В различных модельных примерах как за определенную форму ТЭИ, так и против нее часто содержатся неточности, разбирать которые в данной работе нет возможности (см. [50]). Основное возражение против ТЭИ Минковского состоит в том, что он несимметричен и для него якобы не выполняется закон сохранения импульса [40]. В обеих формах ТЭИ компонента T_{00} определена как в статике, а именно в виде $T_{00} = u = (\epsilon_0 \vec{E}^2 + \mu_0 \vec{H}^2) / 2$, тогда как в динамике имеется взаимодействие поля с веществом, т.е. следует использовать выражения типа (6). Не понятно, почему плотность энергии в среде должна зависеть от параметров среды, а плотность импульса \vec{g}^A – нет, и быть такой же, как в вакууме. Ясно, что взаимодействие между полем и веществом может приводить к асимметрии ТЭИ поля и вещества. При этом следует учитывать поток импульса вещества. Плотность импульса зависит от временного процесса и определяется его предысторией. О конкретной форме ТЭИ для СПВ в виде алгебраических соотношений, по-видимому, можно говорить только для гармонических процессов в средах с определенными законами дисперсии, когда эти гармонические процессы получены как предельный переход от квазимонохроматических процессов создания поля, при котором усредненные за период компоненты T выходят на стационарный уровень. Полный ТЭИ системы поле–вещество при произвольной дисперсии (временной и пространственной) пока не построен, и вопрос о требовании для него симметричности открыт. Если же тензоры поля и вещества симметричны по отдельности, это означает отсутствие взаимодействия между веществом и полем в смысле обмена энергией и импульсом. Требование симметричности обычно возникает из требования однозначности определе-



ния ТЭИ и условия, что тензор момента следует определять через ТЭИ по стандартным формулам, при этом используется связь компонент импульса с компонентами ТЭИ такая, как для поля в вакууме [68, с. 107]. Очевидно, такой ТЭИ есть тензор поля в вакууме, совпадающий с тензором Абрагама. В случае нестационарного возбуждения в среде ТЭИ определяется однозначно, и дополнительного условия не требуется. Тензор же момента импульса системы поле–вещество следует определять отдельно с учетом того, обладало или нет вещество моментом импульса до создания поля, а также момент импульса и импульс, передаваемые сторонним источникам, поскольку замкнутой системой является только СПВ плюс источники поля. В последнее время встает вопрос о ТЭИ и о соответствующих плотностях (и скоростях) в искусственных средах с пространственной дисперсией, включая и бианизотропные левые среды (см., например, подобную неудачную попытку в [67]), модели которых весьма сложны. При этом нельзя вводить показатель преломления.

В заключение заметим, что ТЭИ есть необязательная конструкция [41]. Существенна сила воздействия поля на вещество (сила Лоренца), определяемая токами поляризации, давление ЭП на среду и баланс импульса и энергии в заданном объеме. Свободное ЭП в вакууме удовлетворяет волновому уравнению, инвариантному относительно преобразования Лоренца, и для него удобно ввести ТЭИ в форме Абрагама. Для диспергирующей среды с учетом (6) и (7) уже ввести одно волновое уравнение нельзя, имеем систему связанных уравнений, вид которых слабо соответствует волновому уравнению в вакууме, а указанной инвариантности нет. Полученные плотности зависят от предыстории процесса. Это же относится и к компонентам тензора напряжения СПВ. С учетом разогрева и ускорения вещества сопутствующая система координат, связанная со средой или равномерно движущаяся относительно нее, перестает быть инерционной, и в такой системе подобным образом сконструированный объект уже не преобразуется как 4-тензор плоского пространства Минковского. Часто используют подходы электродинамики движущейся сплошной недиспергирующей среды. Однако во вращающейся и расширяющейся Вселенной такой среды нет. Правда, указанные эффекты слабые, а наиболее сильная для человечества неинерционность связана с вращением Земли вокруг оси. Поэтому строго нельзя ввести инерционную систему, по отношению к которой среда движется равномерно. По-видимому, правильный подход построе-

ния полного ТЭИ, удовлетворяющего условию $\partial_\nu \tilde{T}_\nu^v = 0$, указан в [69]. Он должен включать в себя и энергию и импульс замкнутой системы поле плюс вещество плюс источники поля, учитывать энергию поля, энергию вещества, энергию взаимодействия и диссипации, включая тепловое излучение, а также энергию источников со знаком минус. Тогда полная энергия и импульс сохраняются и равны энергии и импульсу вещества до существования поля. Такой ТЭИ учитывает только ЭП и справедлив в слабых полях, не искривляющих пространство. Ряд подходов к определению энергии, импульса и ТЭИ электромагнитного поля в диспергирующей среде изложен в монографии [70].

Результаты работы докладывались на объединенном семинаре Саратовского государственного университета и ОИЯИ (Дубна) в 2009 г.

Список литературы

1. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М. : Наука, 1976. 616 с.
2. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. Электромагнитные волны. М. : Сов. радио, 1971. 662 с.
3. Калашиников С. Г. Электричество. М. : Наука, 1964. 668 с.
4. Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн. М. : Наука, 1973. 608 с.
5. Стрэттон Дж. Теория электромагнетизма. М. ; Л. : ОГИЗ, 1948. 540 с.
6. Кисунько Г. В. Электродинамика полых систем Л. : ВКАС, 1949. 428 с.
7. Зоммерфельд А. Электродинамика. М. : Изд-во Иностран. лит., 1958.
8. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М. : Мир, 1965. 702 с.
9. Каценеленбаум Б. З. Высокочастотная электродинамика. М. : Наука, 1966. 240 с.
10. Власов А. А. Макроскопическая электродинамика. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. 240 с.
11. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М. : Радио и связь, 1988. 440 с.
12. Абрагам-Беккер. Теория электричества. М. ; Л. : ОНТИ, 1936. 281 с.
13. Баскаков С. И. Основы электродинамики. М. : Сов. радио, 1973. 248 с.
14. Федоров Н. Н. Основы электродинамики. М. : Высш. шк., 1980. 400 с.
15. Галицкий В. М., Ермаченко В. М. Макроскопическая электродинамика. М. : Высш. шк., 1988. 159 с.
16. Измайлов С. В. Курс электродинамики. М. ; Л. : Гос. учеб.-пед. изд.-во, 1962. 320 с.
17. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм. М. : Высш. шк., 1983. 464 с.
18. Новожилков Ю. В., Яппа Ю. А. Электродинамика. М. : Наука, 1978. 352 с.



17. Пановский В., Филипс М. Классическая электродинамика. М. : Физматгиз, 1963. 432 с.
20. Семенов Н. А. Техническая электродинамика. М. : Связь, 1973. 480 с.
21. Терлецкий Я. П., Рыбаков Ю. П. Электродинамика. М. : Высш. шк., 1990. 352 с.
22. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики. Т. 2. Электричество и магнетизм. М. : Наука, 1972. 367 с.
23. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М. : Физматлит, 2004. 655 с.
24. Бредов М. М., Румянцев В. В., Топтыгин И. Н. Классическая электродинамика. М. : Наука, 1985. 400 с.
25. Рязанов М. И. Электродинамика конденсированного вещества. М. : Наука, 1984. 304 с.
26. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М. : Наука, 1982. 624.
27. Вайнштейн Л. А., Вакман Д. Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М. : Наука, 1983. 288 с.
28. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А. Электромагнетизм и электромагнитные волны. М. : Высш. шк., 1985. 504 с.
29. Островский Л. А., Потапов А. И. Введение в теорию модулированных волн. М. : Физматлит, 2003. 400 с.
30. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М. : Наука, 1973. 175 с.
31. Бхатнагар П. Нелинейные волны в одномерных дисперсных средах. М. : Мир, 1983. 136 с.
32. Давидович М. В. О плотности электромагнитной энергии и ее скорости в среде с аномальной положительной дисперсией // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, вып. 22. С. 53–63.
33. Umov N. A. Albeitung der Bewegungsgleichungen der Energie in continuirlichen Kopern. Zeitschrift für Mathematik und Physik. 1874. Slomilch. Vol. (Bd.) 19. H. 5 (Умов Н. А. Избранные сочинения. М. ; Л., 1950).
34. Рухадзе А. А., Силин В. П. Электродинамика сред с пространственной дисперсией // УФН. 1961. Т. 74, № 2. С. 223–267.
35. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллоптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М. : Наука, 1965.
36. Агранович В. М., Гарштейн Ю. Н. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // УФН. 2006. Т. 176, № 10. С. 1052–1068.
37. Minkowski H. Die Grungleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern // Nachrichten von der Koniglichen Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augustin-Universität zu Göttingen. 1908. P. 53–111.
38. Abraham M. Zur Electrodynamik bewegter Körper // Rendiconti Circolo Matematico di Palermo. 1909. Vol. 28. P. 1–28.
39. Гинзбург В. Л. О законах сохранения энергии и импульса при излучении электромагнитных волн (фотонов) в среде и о тензоре энергии-импульса в макроскопической электродинамике // УФН. 1973. Т. 110, вып. 2. С. 309–319.
40. Скобельцын Д. В. О тензоре импульс-энергии электромагнитного поля // УФН. 1973. Т. 110, вып. 2. С. 253–292.
41. Гинзбург В. Л., Угаров В. А. Несколько замечаний о силах и тензоре энергии-импульса в макроскопической электродинамике // УФН. 1976. Т. 118, вып. 1. С. 175–188.
42. Brevik I. Electromagnetic energy-momentum tensor within material media. II. Discussion on various tensor forms // Mat. Phys. Medd. Dan. Vid. Selsc. 1970. Vol. 37, № 13. P. 1–79.
43. Groot S. R. de, Suttorp L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. VII. Discussion of the results in connexion with previous work // Physica. 1968. Vol. 39. P. 84–93.
44. Groom C. P. de, Samtorn J. G. Электродинамика. М. : Наука, 1982. 530 с.
45. Скобельцын Д. В. Парадоксы квантовой теории эффектов Вавилова–Черенкова и Допплера // УФН. 1977. Т. 122, вып. 2. С. 295
46. Гинзбург В. Л. Замечания к статье Д. В. Скобельцына «Парадоксы квантовой теории эффектов Вавилова–Черенкова и Допплера» // УФН 1977. Т. 122, № 6. С. 325.
47. Brevik I. Electromagnetic energy-momentum tensor within material media. I. Minkovski tensor // Mat. Phys. Medd. Dan. Vid. Selsc. 1970. Vol. 37, № 11. P. 1–52.
48. Brevik I. Electromagnetic energy-momentum tensor within material media // Mat. Phys. Medd. Dan. Vid. Selsc. 1970. Vol. 37, № 11. P. 1–52.
49. Leonhardt U. Momentum in an uncertain light // Nature. 2006. Vol. 444. P. 823–824.
50. Robert N. Pfeifer, Timo A. Nieminen, Norman R. Heckenberg, and Halina Rubinsztein-Dunlop // Rev. Mod. Phys. 2007. Vol. 79. P. 197.
51. Obukhov Yu. N. Electromagnetic energy and momentum in moving media // Annalen der Physik. 2008. № 8. P. 1–22.
52. Hinds E. A., Barnett S. M. Momentum exchange between light and single atom: Abraham or Minkowski // Phys Rev Lett. 2009. Vol. 102 (5). P. 050403.
53. Marklund M. Radiation transport in diffractive media // J. Phys. A, Math. Gen. 2005. Vol. 38, №19. P. 4265–4273.
54. Garrison J. C., Chiao R. Y. Canonical and kinetic forms of the electromagnetic momentum in ad hoc quantization scheme for a dispersive dielectric // Phys. Rev. A. 2004. Vol. 70, № 5. P. 053826.
55. Leonhardt U. Energy-momentum balance in quantum dielectrics // Phys. Rev. A. 2006. Vol. 73. P. 032108.
56. Макаров В. П., Рухадзе А. А. Сила, действующая на вещество в электромагнитном поле // УФН. 2009. Т. 179, № 9. С. 995–1027.
57. Walker G. B., Lahoz D. G., Walker G. Measurement of the Abraham Force in a Barium Titanate Specimen // Can. J. Phys. 1975. Vol. 53. P. 2577.
58. Walker G. B., Lahoz D. G. Experimental observation of Abraham force in a dielectric // Nature. 1975. Vol. 253. P. 339.
59. Davidovich M. V. On conservation laws for electromagnetic field energy and momentum in media and for plane wave diffraction on conducting medium plate // Modeling in Applied Electromagnetics and Electronics. Saratov University Press, 2009. Iss. 9. P. 13–25.
60. Давидович М. В. О законах сохранения энергии и импульса электромагнитного поля в среде и при



- дифракции плоской волны на проводящей пластине // Изв. Саратов. ун-та. Новая сер. 2009. Сер. Физика. Т. 9, вып. 2. С. 65–89.
61. Давидович М. В. О законах сохранения энергии и импульса электромагнитного поля в среде и при дифракции на проводящей пластине // УФН. 2010. Т. 180, № 6. С. 623–638.
62. Давидович М. В. О плотности электромагнитной энергии и ее скорости в среде с дисперсией, обусловленной проводимостью // ЖТФ. 2010. Т. 80, вып. 5. С. 40–44.
63. Петров Б. М. Прикладная электродинамика вращающихся тел. М. : Горячая линия – Телеком, 2009. 288 с.
64. Graglia R. D., Uslenghi P. L. E., Zich R. E. Dispersion relations for bianisotropic materials and its symmetry properties // IEEE Trans. 1991. Vol. AP-39, № 1. P. 83–90.
65. Виноградов А. П. К вопросу о форме материальных уравнений электродинамики // УФН. 2002. Т. 172, № 3. С. 363–370.
66. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. М. : Изд-во Иностран. лит., 1956. 492 с.
67. Веселаго В. Г. Перенос энергии, импульса и массы при распространении электромагнитной волны в среде с отрицательным преломлением // УФН. 2009. Т. 179, № 5. С. 689–694.
68. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М. : Наука, 1973. 504 с.
69. Мёллер К. Теория относительности. М. : Атомиздат, 1975. 400 с.
70. Давидович М. В. Законы сохранения и плотности энергии-импульса электромагнитного поля. Saarbruken, Germany. : Изд-во LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH, 2012. 140 с.

УДК 539.194; 539.196.3

ИК СПЕКТРЫ ЦИКЛОГЕКСАНОЛА И СТРУКТУРНО-ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МОЛЕКУЛЫ

Л. М. Бабков, Н. А. Давыдова*, Е. А. Моисейкина

Саратовский государственный университет

E-mail: babkov@sgu.ru

*Институт физики НАН Украины, Киев

E-mail: davydova@iop.kiev.ua



В диапазоне $600\text{--}3600\text{ см}^{-1}$ в широком интервале температур, в различных фазовых состояниях (пластическая фаза I, кристаллические фазы II и III) измерены ИК спектры циклогексанола. Методом теории функционала плотности (B3LYP) в базисе 6-31G(d) построены структурно-динамические модели конформеров молекулы циклогексанола, различающихся ориентацией гидроксильной группы относительно углеродного кольца, и молекулы циклогексана: рассчитаны энергии, структуры, дипольные моменты, поляризуемости, частоты нормальных колебаний в гармоническом приближении и распределение интенсивностей в ИК их спектрах. Установлены спектрально-структурные признаки конформеров. На основе сравнения теоретических и измеренных спектров дана их предварительная интерпретация с учетом многокомпонентности конформационного состава образца.

Ключевые слова: циклогексанол, молекула, конформер, молекулярное моделирование, метод функционала плотности, структура, электрооптические параметры, механические параметры, нормальные колебания, ИК спектр, частота, интенсивность.

IR Spectra of Cyclohexanol, Structural-Dynamic Models of Molecule

L. M. Babkov, N. A. Davydova, E. A. Moisejkina

In wide temperature range IR spectra of cyclohexanol in different phase state (plastic phase, crystal phases II, III) have been measured in range $600\text{--}3600\text{ см}^{-1}$. Using density functional method B3LYP/6-31G

structural – dynamic models of conformers of cyclohexanol molecule, which differs from each other by orientation of hydroxyl group relatively carbonic ring and cyclohexan, have been constructed. The energy, structure, dipole moments, polarizabilities and the frequencies of the normal modes in harmonic approximation and IR intensities have been calculated. Characteristic OH-group vibrations frequencies allowed to identify defined conformers realized in a sample have been determined. Interpretation of the measured spectra has been performed on the basis of the correspondence between theoretical and measured spectra. Conclusion about probable conformational structure has been performed.

Key words: cyclohexanol, molecule, conformer, molecular modeling, density functional method, structure, electro-optical parameters, mechanical parameters, normal modes, IR spectrum, frequencies, intensity.

Введение

Одной из фундаментальных задач квантовой физики молекулярных систем и физической химии является изучение пространственной структуры соединений, и установление ее взаимосвязи с их химическими и физическими свойствами. Это актуальная задача в приложении к соединениям, представляющим интерес для их практического использования и для фундаментальной науки.